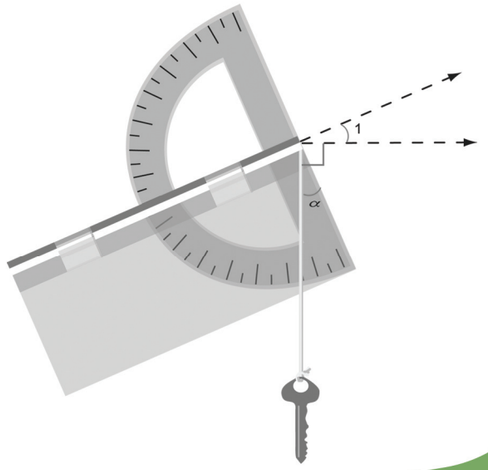
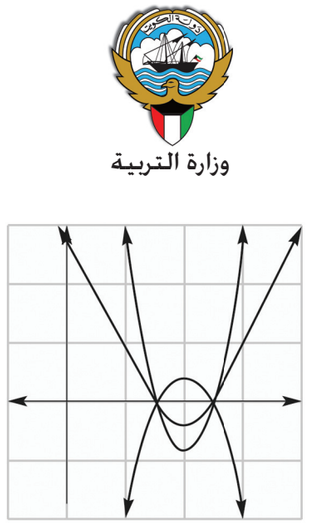
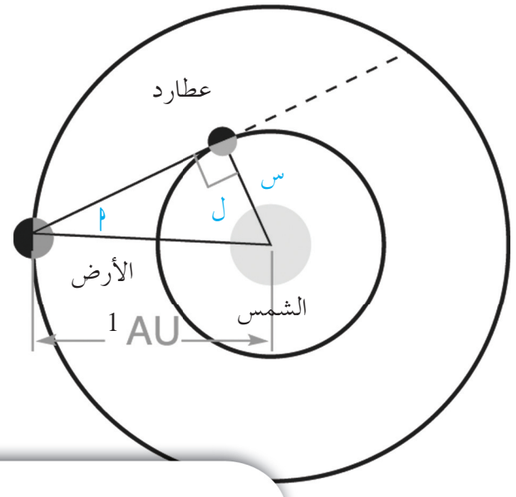







وزارة التربية

# الرياضيات

## كرّاسة التمارين

الصفّ العاشر
الفصل الدراسي الأوّل

١٠

تطرح سلسلة الرّياضيّات مواقف حياتيّة يوميّة، وتؤمّن فرص تعلُّم كثيرة. فهي تعزّز المهارات الأساسيّة، والحسّ العدديّ، وحلّ المسائل، والجهوزيّة لدراسة الجبر، والهندسة، وتنمّي مهارتَي التّعبير الشّفهيّ والكتابيّ ومهارات التفكير في الرّياضيّات. وهي تتكامل مع الموادّ الدراسيّة الأخرى فتكون جزءًا من ثقافة شاملة متماسكة تحفّز الطلّاب على اختلاف قدراتهم وتشجّعهم على حبّ المعرفة.

تتكوّن السلسلة من:

- كتاب الطالب
- كتاب المعلّم
- كرّاسة التمارين
- كرّاسة التمارين مع الإجابات


PEARSON
Scott Foresman

مركز البحوث التربوية

# الرياضيات

الصفّ العاشر
الفصل الدراسي الأوّل

# كرّاسة التمارين

**اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات**

**الطبعة الأولى**
**١٤٣٢ - ١٤٣٣ هـ**
**٢٠١١ - ٢٠١٢ م**

صاحب السمو الشيخ صباح الأحمد الجابر الصباح

أمير دولة الكويت

سمو الشيخ نواف الأحمد الجابر الصباح

ولي عهد دولة الكويت

# المحتويات

## الوحدة الأولى: الأعداد والعمليات عليها


تَمَرَّنْ ١-١ ..... ٩
تَمَرَّنْ ١-٢ ..... ١٢
تَمَرَّنْ ١-٣ ..... ١٥
تَمَرَّنْ ١-٤ ..... ١٧
تَمَرَّنْ ١-٥ ..... ٢٣
تَمَرَّنْ ١-٦ ..... ٢٤
تَمَرَّنْ ١-٧ ..... ٢٦
تَمَرَّنْ ١-٨ ..... ٢٩
تَمَرَّنْ ١-٩ ..... ٣٤
**اختبار الوحدة الأولى ..... ٣٩**


## الوحدة الثانية: وحدة حساب المثلثات


تَمَرَّنْ ٢-١ ..... ٤٢
تَمَرَّنْ ٢-٢ ..... ٤٥
تَمَرَّنْ ٢-٣ ..... ٤٨
تَمَرَّنْ ٢-٤ ..... ٥٢
تَمَرَّنْ ٢-٥ ..... ٥٧
تَمَرَّنْ ٢-٦ ..... ٦١
تَمَرَّنْ ٢-٦ ..... ٦٤
**اختبار الوحدة الثانية ..... ٦٧**


## الوحدة الثالثة : الهندسة المستوية


تَمَرَّنْ ٣-١ ..... ٧٠
تَمَرَّنْ ٣-٢ ..... ٧٣
تَمَرَّنْ ٣-٣ ..... ٧٦
تَمَرَّنْ ٣-٤ ..... ٨٠
تَمَرَّنْ ٣-٥ ..... ٨٤
تَمَرَّنْ ٣-٦ ..... ٨٧
**اختبار الوحدة ..... ٩١**

## الوحدة الرابعة: الجبر

تَمَرَّنْ ٤-١ ..... ٩٤
تَمَرَّنْ ٤-٢ ..... ٩٧
تَمَرَّنْ ٤-٣ ..... ١٠١
**اختبار الوحدة الرابعة ..... ١٠٤**

## الوحدةالخامسة: المتتاليات

تَمَرَّنْ ٥-١ ..... ١٠٧
تَمَرَّنْ ٥-٢ ..... ١١١
تَمَرَّنْ ٥-٣ ..... ١١٦
**اختبار الوحدة الخامسة ..... ١٢١**

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# خواص نظام الأعداد الحقيقية
# Real Numbers System Properties

## المجموعة ١ تمارين أساسية

**إلى أي مجموعة ينتمي كل عدد؟**

(١) ٤ _____

(٢) $\pi$ _____

(٣) $-\sqrt{٠,٤}$ _____

**استخدم >، <، = لملء الفراغ بحيث تصبح كل عبارة مما يلي صحيحة.**

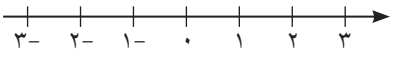
(٤) $\sqrt{٦}$ ☐ $\sqrt{١٠}$ (٥) ٠,١٤ ☐ $\sqrt{١٠}$ (٦) ٠,٣ ☐ $٠,\overline{٣}$

(٧) اكتب ٤ أعداد بين ١٣ , ٥، ١٤ , ٥.

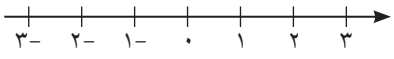
_____

(٨) **سؤال مفتوح:** اكتب متباينة يتوافق حلها مع الرسم البياني.

(أ)




(ب)




_____ _____

(٩) **تفكير ناقد:** في النظام س < ٨، س > ١.

(أ) هل هناك أي قيم لِـ ١ بحيث يكون حل النظام مجموعة الأعداد الحقيقية؟ في حالة الإيجاب، ما هي هذه القيم؟ _____

(ب) هل هناك أي قيم لِـ ١ بحيث لا توجد حلول حقيقية للنظام؟ في حالة الإيجاب، ما هي هذه القيم؟

_____

(جـ) كرّر السؤالين (أ)، (ب) مع المتباينتين س < ٨ أو س > ١.

(أ) _____

(ب) _____

(١٠) **التعليل:** ما أكبر عدد من الأغاني التي يتراوح وقتها بين ٣، ٥ دقائق يمكن وضعها على قرص مدمج من ٩٠ دقيقة؟ وما أصغر عدد؟ فسّر إجابتك.

(١١) **الاختيار من متعدد:** مثلث متطابق الأضلاع، طول ضلعه ٤. أي مجموعة أعداد هي الأفضل توصيفًا لارتفاع هذا المثلث؟

(أ) ٤، $\sqrt[3]{٧٢}$ (ب) ٢، $\sqrt[3]{٧٤}$

(جـ) $\sqrt[3]{٧٢}$، $\frac{\sqrt[3]{٧٤}}{٢}$ (د) ٤، $\sqrt[3]{٧٤}$

(١٢) **التحدّي:** هل يمكن إيجاد عددين صحيحين ناتج ضربهما −١٢ ومجموعهما −٣؟ فسّر.

(١٣) **التحضير للاختبارات:** إذا كان ب من مضاعفات العدد ٣، ك من مضاعفات العدد ٥. فالإجابة الصحيحة هي:

(أ) ب + ك هو عدد زوجي. (ب) ب × ك هو عدد فردي.

(جـ) ٥ب + ٣ك هو من مضاعفات العدد ١٥. (د) ٣ب + ٥ك هو من مضاعفات العدد ١٥.

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**إلى أي مجموعة ينتمي كل عدد؟**

(١) $\sqrt{٦}$ (٢) ٠ (٣) $٠,\overline{٦}$

(٤) مثل الأعداد التالية على خط أعداد.

$٠، -\sqrt{٢٤}، -٢، \frac{١}{٢}، ٢، -\frac{٢}{٣}، ٤$

**استخدم >، <، = لملء الفراغ بحيث تصبح كل عبارة مما يلي صحيحة.**

(٥) $٠,٨ \square \frac{٤}{٥}$

(٦) $٠,٧٢٧٣٧٤ \square ٠,٧٣٧٣٧٣$

(٧) $\sqrt{٣} \square -\sqrt{٥}$

**سمِّ الخاصية المستخدمة في كل معادلة**

(٨) $\pi$ (أ + ب) = $\pi$ × أ + $\pi$ × ب

(٩) (٢$\sqrt{٧}$ × ١٠) × ٣ = ٢ (٣ × $\sqrt{١٠}$)

(١٠) $\sqrt{٥}$ − + ٠ = $\sqrt{٥}$ −

(١١) ٤(س − ص) = ٤س − ٤ص

(١٢) **التفكير الناقد:** بيّن أن كل تعبير مما يلي خطأ بإيجاد مثال مضاد.

(أ) المعكوس الضربي لكل عدد كلّيّ هو عدد كلّيّ.

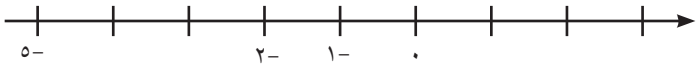
(ب) لا يوجد عدد صحيح معكوسه الضربي هو عدد صحيح.

# حل المتباينات
# Solving Inequalities

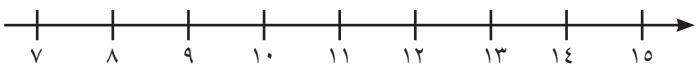
## المجموعة أ تمارين أساسية

**حل كلًّا من المتباينات التالية. مثّل الحل على خط أعداد.**

**(١)** $-٨ \leq ٢٤$ س




**(٢)** $٨ك - ١٥ > ٧٣$




**(٣)** $٦س - ١٣ < ٦ (س - ٢)$

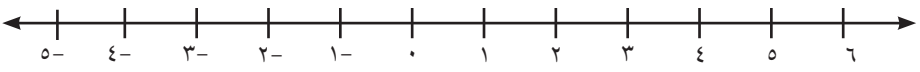
**في المسألتين ٤ و٥، اكتب متباينة وحلّها.**

**(٤)** يزيد طول إطار صورة ٣ سم على عرضها. طول الإطار هو أصغر من ٥٢ سم. صف أبعاد الإطار.

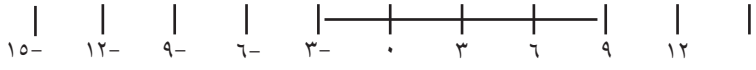
**(٥)** تبلغ كلفة التحضيرات لرحلة مدرسية ٢٢٠ دينارًا ويضاف إليها ٧ دنانير ثمن وجبتي طعام لكل طالب. رصدت إدارة المدرسة مبلغ ٥٥٠ دينارًا لهذه الرحلة. ما عدد الطلاب الذين يمكنهم الذهاب في الرحلة؟

**(٦)** حلّ كل زوج من المتباينات. مثّل الحل على خط أعداد.

(أ) $\begin{cases} ٧س > -٣٥ \\ ٥س \geq ٣٠ \end{cases}$

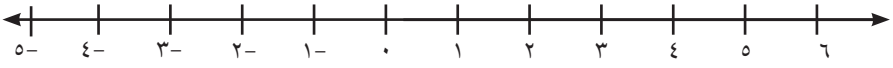



(ب) $٩س \geq -٢٧$ أو $٤س \leq ٣٦$



**حلّ كلًّا من المتباينات التالية. مثّل الحل على خط أعداد.**

(٧) ١٧ – ٢ص ≥ ٥(٧ – ٣ص) – ١٥




(٨) ٦[٥ص – (٣ص – ١)] ≤ ٤(٣ص – ٧)

(٩) **الكتابة في الرياضيات:** اكتب مسألة يمكن حلّها باستخدام المتباينة س + ٥ , ٠س ≥ ٦٠.

(١٠) **التحدي:** مجموع طولي أي ضلعين في مثلث هو أكبر من طول الضلع الثالث. في المثلث أب جـ، أب = ٤، أجـ = ٨ – أب. ما الذي يمكن استنتاجه حول جـ ب؟

(١١) **تحليل الخطأ:**

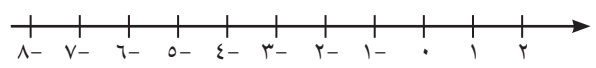
(أ) كتب أحد الطلاب ص ≥ ٢٠ على أنه حل المتباينة $\frac{١}{٢}$ (ص – ١٦) ≤ ص + ٢. أثبت أن إجابة الطالب خطأ، وذلك بالتحقق باستخدام عدد أصغر من ٢٠. (اختر عددًا يسهل الحساب).

(ب) حلّ المتباينة $\frac{١}{٢}$ (ص – ١٦) ≤ ص + ٢

(١٢) يريد متعهد تعبئة ما بين ١٥٠٠ متر مكعب و١٦٠٠ متر مكعب من التراب من قطعة أرض. تستطيع شاحنات المتعهد تعبئة ١٠٠ متر مكعب في اليوم و١٠٥٠ مترًا مكعبًا قد تم نقلها.

**ما** عدد الأيام اللازم لإنهاء عملية تعبئة التراب ونقلها؟

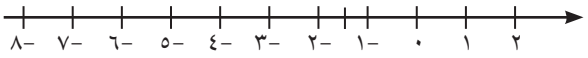
(١٣) أكمل المتباينة ٤ + ٣ (١ – ٢س) > ... بحيث يكون حلّها كما هو بيانيًّا.



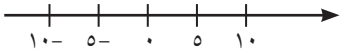
## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**حلّ كلًّا من المتباينات التالية. مثّل الحل على خط أعداد.**

**(١)** $-٥م > ٧$




**(٢)** $٢(م - ٣) + ٧ > ٢١$




**(٣)** $-٦(٢ل - ١٠) + ١٢ل \geq ١٨٠$

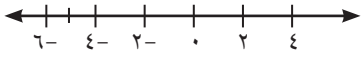
.

**اكتب متباينة وحلّها.**

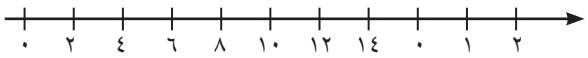
**(٤)** ما أصغر عددين كلّيَّين متتاليين مجموعهما أكبر من ١٦؟

**(٥)** حلّ كل زوج من المتباينات. مثّل الحل على خط أعداد.

(أ) $\begin{cases} ٢س > -١٠ \\ ٩س < ١٨ \end{cases}$

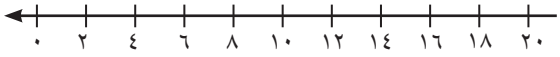



(ب) $٤س < ١٦$ أو $١٢س > ١٤٤$



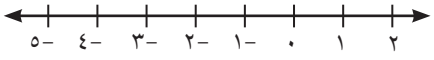

**حلّ كلًّا من المتباينات التالية. مثّل الحل على خط أعداد.**

**(٦)** $٢ - ٣ت \leq ٧(٨ - ٢ت) + ١٢$

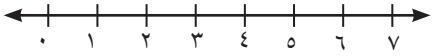



**(٧)** $٣[٤س - (٢س - ٧)] < ٢(٣س - ٥)$

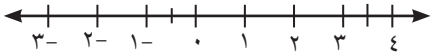
**(٨)** $-٥ < ٢س + ٥ < ٣$




**(٩)** $-٢٧ \geq ٣(١ - ٢س) \geq ٣$




**(١٠)** أوجد قيم س الصحيحة التي تحقق $-٤ \leq ٣ - ٢س \leq ٤$.



# القيمة المطلقة
# Absolute Value

## المجموعة ١ تمارين أساسية

**حلّ كل معادلة. تحقق من إجابتك.**

(١) $|٣ - ٢س| ٢ = ١٤$ _____

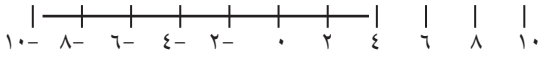
(٢) $|س + ٤| + ٣ = ١٧$ _____

(٣) $|س - ١| = ٥س + ١٠$ _____

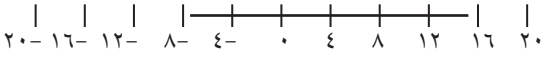
(٤) $|٢س + ٥| = ٢س + ٥$ _____

**حل كل متباينة. مثّل الحل على خط أعداد.**

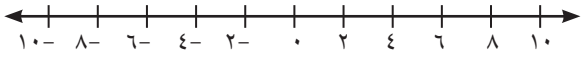
(٥) $|م + ٣| > ٧$ _____



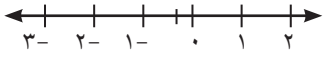

(٦) $|ص - ٤| \leq ١٢$ _____




(٧) $|٣ع - ٦| + ٣ < ١٥$ _____




(٨) $٤|٢هـ + ٣| \geq ٩$ _____




(٩) **الاختيار من متعدد:** يتراوح طول قطر دائرة بين ٢٨,٥ سم و٢٩ سم.

**أي** متباينة تمثل طول قطر الدائرة؟ _____

(أ) $|ق - ٠,٢٥| \leq ٢٨,٥$ (ب) $|ق - ٠,٢٥| \leq ٢٩$

(جـ) $|ق - ٢٨,٧٥| \geq ٠,٢٥$ (د) $|ق - ٢٨,٧٥| \leq ٠,٢٥$

(١٠) **السؤال المفتوح:**

(أ) اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة يكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

_____

(ب) اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة يكون حلها المجموعة الفارغة $\phi$.

_____

(١١) **الاختيار من متعدد:** أي عدد هو حل للمعادلة |س – ٣| = س – ٣

(أ) –٣ (ب) ٠

(جـ) ١ (د) ٣

(١٢) أي متباينات مما يلي لها الحلول نفسها؟

**(I)** |٥س – ٧| ≥ ٨ **(II)** –٨ ≥ ٥س – ٧ أو ٥س – ٧ ≥ ٨

**(III)** ٨ ≥ ٥س – ٧ و٥س – ٧ ≤ –٨ **(IV)** –٨ ≥ ٥س – ٧ و ٥س – ٧ ≥ ٨

(أ) I، II (ب) I، III

(جـ) I، IV (د) I، III، IV

(١٣) **التفكير المنطقي:** دون حل المتباينة |س – ٣| ≥ ٥، أوجد قيم س الصحيحة.

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**حلّ كل معادلة. تحقق من إجابتك.**

(١) |٢م – ٥| + ٤ = ٤

(٢) |٤م + ٣| = –٣

(٣) |٢ز – ٣| = ٤ز – ١

(٤) |٣ل + ٥| = ٥ل + ٢

**حلّ كل متباينة. مثّل الحل على خط أعداد.**

(٥) |٢ب + ١| ≤ –٤

(٦) ٣|٢ص – ١| ≤ ٢١

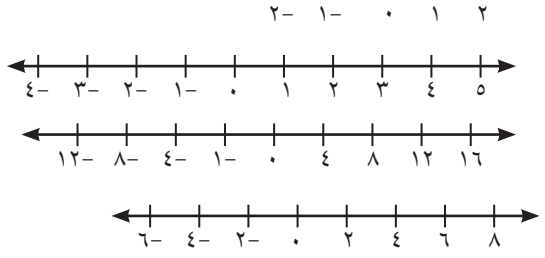
(٧) $\left|\frac{س - ٤}{٢}\right| + ٢ > ٦$

(٨) $\frac{١}{١١}$ |٢م – ٤| + ١٠ ≥ ١١

(٩) أي مما يلي هو حل للمتباينة $\left|\frac{٣ - س}{٢}\right| < ٤$؟

(أ) –٥ < س < ١١ (ب) –١١ < س < –٥

(جـ) ٥ < س < ١١ (د) –١ < س > ١١



# دالة القيمة المطلقة
# Absolute Value Function

## المجموعة ١ تمارين أساسية

**ضع جدول قيم لكل معادلة، ثم ارسمها بيانيًّا.**

**(١)** ص = |٤س|

**(٢)** ص = |٤س| - ١

**(٣)** ص = -|٢س + ٥|

**اكتب كل معادلة دون استخدام رمز القيمة المطلقة، ثم ارسمها بيانيًّا.**

(٤) ص = |س + ٣|

(٥) ص = |٣س + ١|

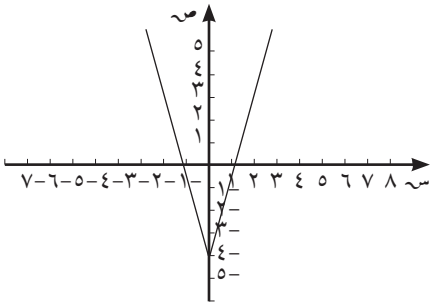
(٦) (أ) ارسم بيانيًّا المعادلتين ص = $\left|\frac{١}{٢}\text{ س} - ٦\right| + ٣$، ص = $-\left|\frac{١}{٢}\text{ س} + ٦\right| - ٣$ مستخدمًا المحاور نفسها.

(ب) **الكتابة في الرياضيات:** فيمَ يتشابه الرسمان البيانيان وفيمَ يختلفان؟

**صل كل معادلة برسمها البياني.**

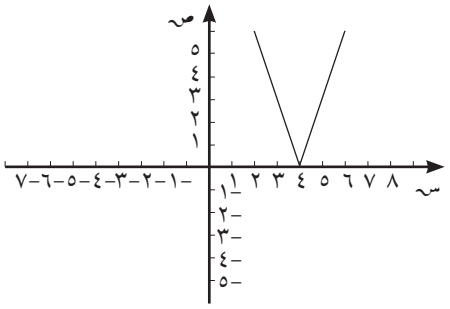
(٧) ص = |٣س| − ٤ _____

(أ)



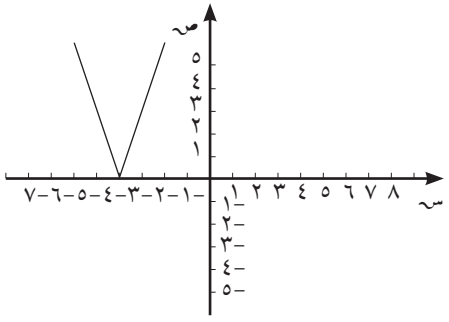
(٨) ص = |٣س − ٤| _____

(ب)



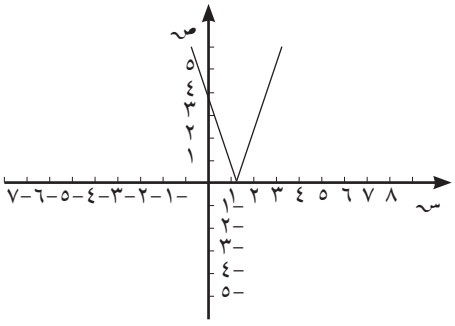
(٩) ص = ٣|س − ٤| _____

(جـ)

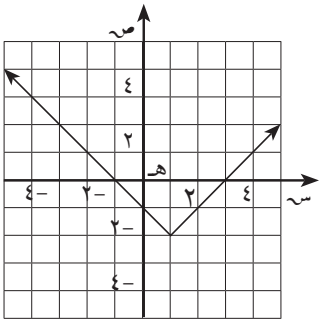


(١٠) ص = |٣س + ١٢| _____

(د)



(١١) **الاختيار من متعدد:** أي معادلة ينمذجها الرسم أدناه؟



(أ) ص = |٣س − ١| + ٢

(ب) ص = |س − ١| − ٢

(جـ) ص = |س − ١| + ٢

(د) ص = |٣س − ٣| − ٢

**استخدم دالة المرجع، وارسم الدالة.**

(١٢) ص = |س| − ٣

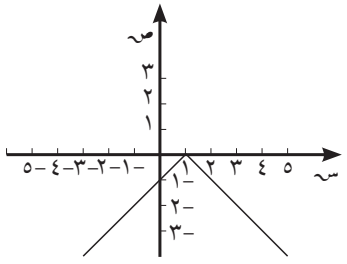
**صف كل انسحاب للدالة ص = |س| على أنه أفقي، عمودي أو الاثنين معًا، ثم ارسم بيانيًّا الدالة.**

**(١٣)** ص = |س − ٥| + ٣

**(١٤)** ص = |س − ٣|

**اكتب الدالة التي يمثلها الرسم البياني.**

**(١٥)**




**(١٦) الاختيار من متعدد:** أي انسحاب يحوّل ص = |س + ٢| − ١ إلى ص = |س| + ٢.

**(أ)** وحدتين إلى اليمين، ٣ وحدات إلى الأعلى.

**(ب)** وحدتين إلى اليمين، ٣ وحدات إلى الأسفل.

**(جـ)** وحدتين إلى اليسار، ٣ وحدات إلى الأعلى.

**(د)** وحدتين إلى اليسار، ٣ وحدات إلى الأسفل.

**(١٧)** الرسم البياني للدالة ص = |س − ١| تم انسحابه ٣ وحدات إلى اليمين ووحدتين إلى الأسفل. الرسم البياني الجديد هو:

**(أ)** ص = |س + ٢| − ٢

**(ب)** ص = |س − ٤| − ٢

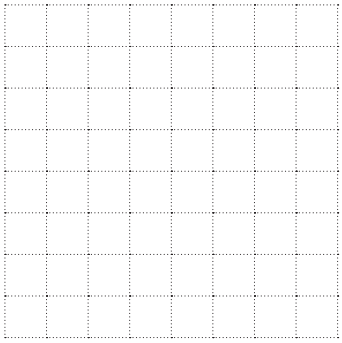
**(جـ)** |س + ٤| + ٢

**(د)** ص = |س − ٤| + ٢

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**ضع جدول قيم لكل معادلة، ثم ارسمها بيانيًّا.**

**(١)** ص = |٤س − ١|　　**(٢)** ص = −|٢س| + ١　　**(٣)** ص = |٢س| + $\frac{١}{٢}$ |س|



**اكتب كل معادلة دون استخدام رمز القيمة المطلقة، ثم ارسمها بيانيًّا.**

**(٤)** ص = −|س − ٥|　　**(٥)** ص = |٢س + ١| − ٢

**(٦)** اشرح كيف تجد تقاطع ص = |٣س − ٦| مع المحور السيني.

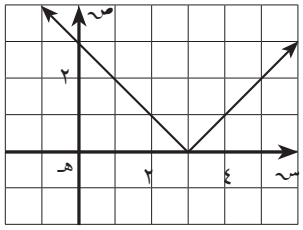
**استخدم دالة المرجع وارسم كل دالة.**

**(٧)** ص = |س − ٤|

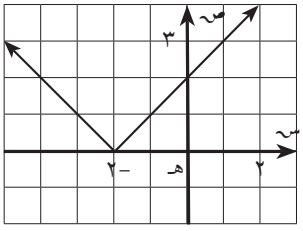
**(٨)** ص = |س + ٢|

**لكل رسم بياني اكتب دالة تكون انسحابًا للدالة ص = |س|.**

**(٩)**




**(١٠)**



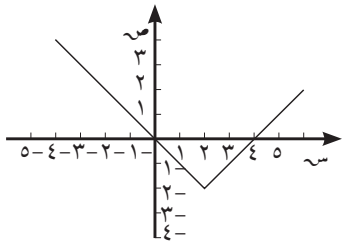

**صف كل انسحاب للدالة ص = |س| على أنه أفقي، عمودي، أو الاثنين معًا، ثم ارسم بيانيًّا الدالة.**

**(١١)** ص = |س| − ٢

**(١٢)** ص = |س + ١|

**اكتب الدالة التي يمثلها الرسم البياني.**

**(١٣)**




**(١٤)** أي رسم بياني لا يساوي تقاطعه مع المحور الصادي ٥؟

**(أ)** ص = |س| + ٥

**(ب)** ص = |س − ٥|

**(جـ)** ص = |س − ٥| + ٥

**(د)** ص = |س + ٥|

# استخدام الآلة الحاسبة
# Using Calculator

## المجموعة أ تمارين أساسية

**استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد كل ناتج.**

(١) $١ + ٣ \left[ \left( \frac{٢٢}{١٣} + ٨ \right) \div ٥ \right]$ _____

(٢) $٩ + [٤ - (١٢ - ٩)^{٢}]^{٣}$ _____

(٣) $\left( \frac{٧}{٨} + \frac{٣}{٤} \right)^{٢} + \left( \frac{١}{٤} - \frac{٥}{٦} \right)^{٣}$ اكتب الناتج في صورة كسر _____

(٤) $٣,٠١٥ \times |٤ - \pi| + ٨,١٤ \times \frac{٧}{٣}$ _____

(٥) $\sqrt[٣]{-٨٠٤ \times ٣١٥}$ _____

(٦) $\sqrt[٤]{\frac{٣,٠٤}{١٢٥} \times (٥,٣٠١)^{٢}}$ _____

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد كل ناتج.**

(١) $٢٧ \times [٥^{٢} \div (٤^{٢} \times ٣^{٢}) + ٢]$

(٢) $\frac{\pi ٤ \times (٤,٦)^{٣}}{٣}$

(٣) $\sqrt{٢} + (\sqrt{٣} + \sqrt{٥}) \times (\sqrt{٧} - \sqrt{٢})$

(٤) $٧ \frac{٣}{٤} - ٥ \frac{٢}{٥} + ٣ \frac{٤}{٧} \times ٦ \frac{١}{٣}$

(٥) $٦,٤١٨ \times ١٠^{٥} + ٣,١٤١٥ \times ١٠^{٤} - ١,٦٠٦ \times ١٠^{٣}$

(٦) $\sqrt[٥]{(٣١٤ + ٦٠٢)^{٣}}$

(٧) $(\sqrt{٢} \times \sqrt{٣} + \sqrt{٤} \times \sqrt{٥}) \times \sqrt{٦}$

(٨) $\frac{\pi^{٢}}{٣,١٤} + ٨١,١٤ - \pi ٣$

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# تقدير الجذر التربيعي
# Estimating Square Root

## المجموعة أ تمارين أساسية

**بسِّط كل تعبير.**

(١) $\sqrt{١٢١}$

(٢) $\sqrt{\frac{٠,٠١}{١,٢١}}$

(٣) $\sqrt{١١٠٢٥}$

**بين أي عددين صحيحين متتاليين يقع كل جذر تربيعي؟**

(٤) $\sqrt{٢٤}$

(٥) $\sqrt{\pi ٣}$

(٦) $-\sqrt{٢٠٣}$

**أوجد الجذر التربيعي لكل عدد.**

(٧) ٤٠٠

(٨) ٧٢٩

(٩) ٤٠٨٠٤

(١٠) **التفكير النقدي**: أي عدد غير الصفر يساوي جذره التربيعي الرئيسي؟

(١١) **السؤال المفتوح**: أوجد عددين أ، ب بين ١، ٢٠ بحيث يكون $أ^{٢} + ب^{٢}$ مربعًا كاملًا.

(١٢) **الفيزياء**: عند إلقاء جسم من مكان مرتفع، فإن الوقت ف بالثواني اللازم ليقطع مسافة م بالأمتار يعطى بالصيغة: ف = $\sqrt{\frac{م}{٥}}$ .

(أ) أوجد الوقت اللازم ليسقط جسم من ارتفاع ١٢٠ مترًا.

_____

(ب) **التفكير المنطقي**: إذا سقط جسم من ارتفاع يساوي ٤ أمثال الارتفاع في السؤال (أ)، فهل الوقت اللازم للسقوط هو ٤ أمثال الوقت المستغرق في (أ)؟ فسِّر.

_____

**في التمارين ١٣-١٦، أجب بصح أم خطأ. في حالة الخطأ أعط مثلًا مضادًا.**

(١٣) لكل عدد غير سالب جذران تربيعيان. _____

(١٤) الجذر التربيعي لكل عدد موجب هو دائمًا أصغر من هذا العدد. _____

(١٥) الجذر التربيعي لكل مربع كامل زوجي هو أيضًا عدد زوجي. _____

(١٦) $\sqrt{أ} + \sqrt{ب} = \sqrt{أ + ب}$ _____

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**بسِّط كل تعبير.**

(١) $\sqrt{٦٢٥}$ (٢) $\sqrt{\frac{٤٩}{٦٤}}$ (٣) $\sqrt{١٨ \times ٩٨}$

**بين أي عددين صحيحين متتاليين يقع كل جذر تربيعي؟**

(٤) $\sqrt{١٠١}$

(٥) $-\sqrt{١٣٠}$

(٦) $\sqrt{١٧٥}$

**أوجد الجذر التربيعي لكل عدد.**

(٧) ٥٧٦ (٨) $\frac{٦٤}{٨١}$ (٩) ١,٦٩

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# المستقيمات المتوازية والمتعامدة
# Parallel and Perpendicular Lines

## المجموعة ١ تمارين أساسية

**أوجد ميل المستقيم الموازي لبيان كل معادلة.**

(١) ص = $-\frac{٣}{٢}$ س + ٣

_____

(٢) ٣س – ٢ص = ١

_____

**هل الرسمان البيانيان لكل مستقيمين هما متوازيان؟ فسِّر.**

(٣) ص = ٣س + ١

٢ص – ٣س = ١

_____

_____

_____

(٤) ص = $\frac{١}{٣}$ س – ٢

س – ٣ص = ١

_____

_____

_____

**اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة المبينة والموازي للمستقيم المعطى.**

(٥) ٢ص + ٣س = ٤

(٠، ٣)

_____

_____

_____

(٦) س = ٣ص – ٦

(–٢، ١)

_____

_____

_____

**أوجد ميل المستقيم المتعامد مع بيان كل معادلة.**

(٧) ص = $\frac{٢}{٣}$ س+ ٤

_____

(٨) ص = ٢

_____

(٩) ٢س – ٥ص = ١

(١٠) س = ٥ – ٤ص

**اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة المبينة ويكون متعامدًا مع المستقيم المعطى.**

(١١) ص = –٣س + ١

(٠، ٠)

(١٢) ص – س = ١

(١، ١)

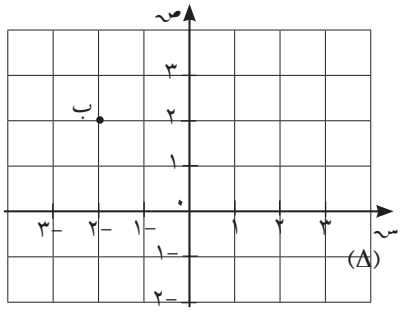
(١٣) ٣س – ٥ص = ٤

(–٢، ٣)

(١٤) س = –٣

(٣، ٤)

(١٥) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة ب والمتعامد مع المستقيم (Δ).




(١٦) **التفكير المنطقي**: هل يمكن إيجاد مستقيمين متعامدين يكون ميل كل منهما عددان موجبان؟ فسِّر.

(١٧) **الاختيار من متعدد**: أي مستقيمين مما يلي هما متعامدان؟

(أ) ص = $\frac{١}{٢}$ ٤س – ١

ص = –٤س + $\frac{١}{٢}$

(ب) ص = $\frac{٢}{٣}$ س + ٥

ص = ٣س – ٢

(جـ) ص = – $\frac{٣}{٤}$ س + ٢

ص = $\frac{٣}{٤}$ س – ٢

(د) ص = – – $\frac{٢}{٥}$ س

ص = $\frac{٥}{٢}$ س – ١

(١٨) لأي قيمة لِـ ك يكون المستقيمان ص = ٣س – ٤، ص = ك س + ١ متعامدين؟ متوازيين؟

---

---

(١٩) **الكتابة في الرياضيات:** م$_{١}$ ، م$_{٢}$ مستقيمان معطيان. بأي حالة يمكن إيجاد مستقيم متعامد مع م$_{١}$ وموازٍ لـ م$_{٢}$؟ فسِّر.

---

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**أوجد ميل المستقيم الموازي لبيان كل معادلة.**

(١) ص = $\frac{٢}{٥}$ س + ٤ (٢) ص + س = –٢ (٣) س – ص = $\frac{١}{٢}$

**هل الرسمان البيانيان لكل مستقيمين هما متوازيان؟ فسِّر.**

(٤) ص = $\frac{٢}{٥}$ س + ٢
٥ص – ٢س = ٤

(٥) ص = س
ص + س = ٣

**اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة المبينة والموازي للمستقيم المعطى.**

(٦) ص = ٢س + ١
(١، ٢)

(٧) ص = –٣س – ١
(٤، ٤)

**أوجد ميل المستقيم المتعامد مع بيان كل معادلة.**

(٨) س + ص = ٢ (٩) ٢س + ٤ص = ٥

**اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة المبينة ويكون متعامدًا مع المستقيم المعطى.**

(١٠) ص + ٤س = ٢
(٣، ٢)

(١١) ص = ٢
(١، ١)

(١٢) ٢س – ٣ص = ٤
(١، ٥)

(١٣) أي معادلة بيانها مستقيم متعامد مع المستقيم الذي ميله $\frac{٢}{٣}$ ؟

(أ) ص = $\frac{٢}{٣}$ س + ١

(ب) ص = – $\frac{٣}{٢}$ س

(جـ) ٢ص + ٣س = ٤

(د) ٣ص – ٢س = ١

# حل نظام معادلتين خطيتين
# Solving a System of Two Linear Equations

## المجموعة ١ تمارين أساسية

**حل كل نظام بيانيًّا. تحقق من إجابتك.**

(١) $\begin{cases} ص = س - ٢ \\ ص = -٢س + ١ \end{cases}$

(٢) $\begin{cases} ٣س + ص = ٥ \\ س - ص = ٧ \end{cases}$

(٣) $\begin{cases} س = ٣ \\ ص = س - ١ \end{cases}$

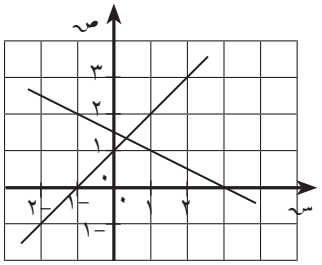
**ارسم بيان كل نظام. حدّد إن كان للنظام عدد لانهائي من الحلول أم لا.**

(٤) $\begin{cases} ص = ٣س - ١ \\ ص = ٣س + ١ \end{cases}$

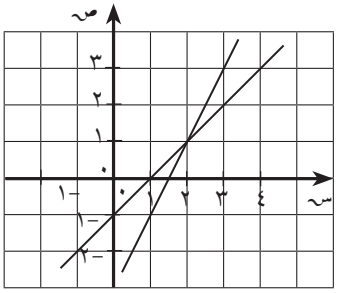
(٥) $\begin{cases} ص = -٣س + ٤ \\ ١٢س + ٤ص = ١٦ \end{cases}$

(٦) أي رسم بياني يبيّن حل النظام $\begin{cases} ص = ٢س - ٣ \\ ص = س - ١ \end{cases}$ ؟

(أ)




(ب)




**حل كل نظام مما يلي مستخدمًا طريقة الحذف.**

(٧) $\begin{cases} ٣أ + ٢و = ١٥ \\ -٢أ + ٣و = -٥ \end{cases}$

(٨) $\begin{cases} ٢ر + ب = ٣ \\ ٤ر - ب = ٩ \end{cases}$

(٩) $\begin{cases} ٥ك - ٢ت = -١٩ \\ ٢ك + ٣ت = ٠ \end{cases}$

**حل كل نظام مستخدمًا طريقة التعويض.**

(١٠) $\begin{cases} د + ٦ذ = ٢ \\ ٥د + ٤ذ = ٣٦ \end{cases}$

(١١) $\begin{cases} ت = ٢ر + ٣ \\ ٥ر - ٤ت = ٦ \end{cases}$

(١٢) $\begin{cases} جـ + ب = ١٢ \\ ٣جـ - ب = ٨ \end{cases}$

(١٣) $\begin{cases} س = ٣ص - ٤ \\ ٢ص = ٣س - ٩ \end{cases}$

**حل كل نظام مما يلي.**

(١٤) $\begin{cases} ف = ٩ت + ٣٠ \\ ف = ٧ت + ٤٠ \end{cases}$

(١٥) $\begin{cases} ٠,٠٢أ - ٠,٥ب = ٤ \\ ٠,٥ب - ٠,٠٢أ = ١,٨ \end{cases}$

**لكل نظام مما يلي، اختر طريقة الحل التي تراها أفضل وبيّن سبب اختيارك.**

(١٦) $\begin{cases} ٣س - ص = ٥ \\ ص = ٤س + ٢ \end{cases}$

(١٧) $\begin{cases} ٢س - ٣ص = ٤ \\ ٢س - ٥ص = -٦ \end{cases}$

(١٨) $\begin{cases} ص = ٣س + ١ \\ ص = س - ٥ \end{cases}$

(١٩) **السؤال المفتوح**: اكتب نظام معادلتين خطيتين يحقق المعطيات.

(أ) له حل واحد والمستقيمان متعامدان.

---

(ب) لا حل. إحدى المعادلات: ص = ٤س + ٥.

---

(جـ) عدد لانهائي من الحلول وإحدى المعادلتين تقاطعها الصادي = ٣.

---

(٢٠) **التحديّ**: ميل المستقيم الذي يصل النقطة ب بنقط الأصل هو $\frac{٢}{٩}$. ميل المستقيم الذي يصل النقطة ب بالنقطة جـ (-٤، ٣) هو ١. أوجد إحداثيات النقطة ب.

---

(٢١) **النقل**: يخطط ٢٩ طالبًا للقيام برحلة تزلج مع خمسة إداريين. يقود كل إداري سيارة. هناك نوعان من السيارات: سيارات بخمسة مقاعد وسيارات بسبعة مقاعد. ما عدد السيارات من كل نوع لنقل الطلاب والإداريين؟

---

(٢٢) **التفكير المنطقي**: أعط مثالًا عن نظام معادلات يكون حله بيانيًّا أسهل من حله جبريًّا.

---

(٢٣) **التحديّ**: تربط المعادلة ف = $\frac{٩}{٥}$ س + ٣٢ بين درجات الحرارة بالقياس السيليزي وقياس فهرنهايت. هل هناك درجة حرارة هي نفسها بالقياسين؟ في حالة الإيجاب، ما هي؟

---

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**حل كل نظام بيانيًّا. تحقق من إجابتك.**

(١) $\begin{cases} س + ص = ٢ \\ ص - س = ٦ \end{cases}$

(٢) $\begin{cases} ص = \frac{١}{٢} س + ٢ \\ ص = -س + ٥ \end{cases}$

(٣) $\begin{cases} س + ٢ص - ٤ = ٠ \\ ٣س - ص = ٥ \end{cases}$

**ارسم بيان كل نظام. حدّد إن كان للنظام عدد لانهائي من الحلول أم لا.**

(٤) $\begin{cases} ص = ٢س + ٦ \\ ٤س - ٢ص = ٨ \end{cases}$

(٥) $\begin{cases} ٢س + ص = ٥ \\ ٤س + ٢ص = ٥ \end{cases}$

**حل كل نظام مما يلي مستخدمًا طريقة الحذف.**

(٦) $\begin{cases} ٤س + ٢ص = ٤ \\ ٦س + ٢ص = ٨ \end{cases}$

(٧) $\begin{cases} ع - ١٤ = -غ \\ ع - غ = ٢ \end{cases}$

(٨) $\begin{cases} ٢م - ٣ن = -١ \\ ٣م + ٤ن = ٨ \end{cases}$

**حل كل نظام مما يلي مستخدمًا طريقة التعويض.**

(٩) $\begin{cases} أ + ١٢ب = ٦٨ \\ أ = ٨ب - ١٢ \end{cases}$

(١٠) $\begin{cases} ٤ك + ٢ت = ٨ \\ ت = ٢ك + ١ \end{cases}$

(١١) $\begin{cases} ر + س = -١٢ \\ ٢ر - ٣س = ٦ \end{cases}$

**حل كل نظام مما يلي.**

(١٢) $\begin{cases} ٨ك + ٦ل = ٨,٥ \\ ١٠ك - ٤ل = ٢ \end{cases}$

(١٣) $\begin{cases} \frac{١}{٢} س + ص = ٧ \\ ٢س - ٣ص = ٧ \end{cases}$

**لكل نظام مما يلي، اختر طريقة الحل التي تراها أفضل وبيّن سبب اختيارك.**

(١٤) $\begin{cases} ٢ص = ٢س \\ ٢س + ص = \frac{ص}{٢} + ١ \end{cases}$

(١٥) استخدم الجدول المقابل لإيجاد حل النظام.

$$\left.\begin{array}{l} ص = -٤س + ١١ \\ ص = ٣س - ٣ \end{array}\right\}$$

| | أ | ب | جـ |
|---|---|---|---|
| ١ | س | ص = -٤س + ١١ | ص = ٣س - ٣ |
| ٢ | -١ | ١٥ | -٦ |
| ٣ | ٠ | ١١ | -٣ |
| ٤ | | | |
| ٥ | | | |

(١٦) **الهندسة:** في مثلث قائم الزاوية يزيد قياس إحدى الزوايا الحادة ٣٠° عن مثلي قياس الزاوية الحادة الأخرى. أوجد قياسي هاتين الزاويتين.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد
# Solving Quadratic Equations in One Variable

## المجموعة ١ تمارين أساسية

**حل كل معادلة مستخدمًا طريقة إكمال المربع. عند الضرورة قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من المئة.**

**(١)** ب$^{٢}$ + ٨ب = ٤٨ _____

**(٢)** س$^{٢}$ − ١٠س = ٤٠ _____

**(٣)** ك$^{٢}$ + ٢٢ك + ٨٥ = ٠ _____

**(٤)** و$^{٢}$ + ٣و = ٥ _____

**(٥)** م$^{٢}$ + م − ٢٨ = ٠ _____

**(٦)** ص$^{٢}$ + ٩ص − ٦٨٢ = ٠ _____

**(٧)** (أ) اكتب تعبيرًا جبريًّا يبيّن المساحة الكلية للنموذج.

_____

**(ب)** تساوي المساحة الكلية ٢٨ وحدة مربعة.

**اكتب** معادلة تسمح بإيجاد س. _____

**(جـ)** حل المعادلة بإكمال المربع. _____

**(٨)** أي تعبير مما يلي ليس مربعًا كاملًا؟ _____

(أ) ت$^{٢}$ − ١٤ت + ٤٩ (ب) ٩ب$^{٢}$ + ٦٦ب + ١٢١

(جـ) ٤م$^{٢}$ − ٢٤م + ٣٦ (د) ٨١م$^{٢}$ − ١٢٠م + ١٠٠

**(٩) الكتابة في الرياضيّات:** اشرح لأحد زملائك كيف تحل س$^{٢}$ + ٣٠س − ١ = ٠ بإكمال المربع.

_____

(١٠) ما عدد حلول كل معادلة؟

(أ) $س^{٢} - ٣س + ٤ = ٠$ (ب) $م^{٢} - ٣م + ٢ = ٠$ (جـ) $٩س^{٢} + ٦س + ١ = ٠$

_____ _____ _____

**لكل معادلة مما يلي:**

(أ) أوجد قيمة المميز $\Delta$.

(ب) حدّد إن كانت الحلول حقيقية غير حقيقية.

(١١) $م^{٢} + ٤م + ٥ = ٠$

_____

(١٢) $س^{٢} - ٤س - ٥ = ٠$

_____

(١٣) $٤س^{٢} + ٢٠س + ٢٥ = ٠$

_____

(١٤) $٢ص^{٢} + ٧ص = -٦$

_____

(١٥) $م^{٢} - ١٢م + ٣٦ = ٠$

_____

(١٦) $س^{٢} = ٨س - ١٦$

_____

**حل كل معادلة مما يلي:**

(١٧) $س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠$

_____

(١٨) $س^{٢} + ٨س + ١٢ = ٠$

_____

(١٩) $٢س^{٢} + ٥س - ٧ = ٠$

_____

(٢٠) $م^{٢} = ٣م - ١$

(٢١) $م^{٢} + ٦م - ٥ = ٠$

(٢٢) $٣م^{٢} - ٤م - ٢ = ٠$

(٢٣) $ل^{٢} - ٦ل + ١١ = ٠$

(٢٤) $م^{٢} = ٢م - ٦$

(٢٥) $م^{٢} + ٣م + ٧ = ٠$

(٢٦) $-ب^{٢} + ٥ب - ٧ = ٠$

(٢٧) $٢ب^{٢} = ٧ب - ٨$

(٢٨) $١٥ب^{٢} + ٢ب + ١ = ٠$

(٢٩) $٢س^{٢} + س = \frac{١}{٢}$

(٣٠) $٢س^{٢} = ٥س + ١$

(٣١) $\frac{س - ٣}{٢} = \frac{٦}{س - ٢}$

(٣٢) **تطبيق في الاقتصاد:** تنمذج المعادلة ص = ب(٥٤ – ٧٥ , ٠ب) العائد العام لإحدى الشركات من بيع منتوج وارتباطه بسعر مبيع الوحدة ب (بالدينار).

(أ) هل يمكن أن يكون العائد العام للشركة ١ ٠٠٠ ٠٠٠ دينار؟ فسّر.

_____

(ب) ما سعر الوحدة ب الذي يؤمن أفضل عائد عام للشركة؟

_____

(جـ) **التفكير المنطقي:** بالنسبة إلى النموذج، يتناقص العائد العام ص مع تزايد قيمة ب. هل يمكنك تفسير ذلك؟

_____

(٣٣) **تحليل الخطأ:** قال عبدالله أن مميّز ٢س$^{٢}$ + ٥س – ١ = ٠ هو ١٧. ما الخطأ الذي اقترفه؟

_____

(٣٤) **التفكير النقدي:** يتضمن الرسم البياني لدالة تربيعية النقطتين (٢، –١)، (٣، ٢). ما عدد حلول المعادلة التربيعية المناظرة؟ فسِّر.

_____

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**حلّ كل معادلة مستخدمًا طريقة إكمال المربع. عند الضرورة، قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من مئة.**

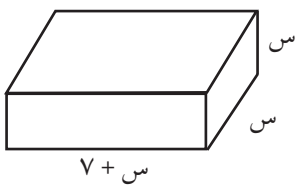
(١) م$^{٢}$ + ٨س = ٩

(٢) ر$^{٢}$ + ٢٠ر = ٢٦١

(٣) جـ$^{٢}$ – ١٢جـ + ١١ = ٠

(٤) **الهندسة:** افرض أن المساحة السطحية لشبه المكعب المقابل تساوي المساحة السطحية لمكعب طول ضلعه ٨ وحدات.

(أ) اكتب تعبيرًا يبيّن المساحة السطحية لشبه المكعب.




(ب) اكتب معادلة تربط بين المساحة السطحية لكل من شبه المكعب والمكعب.

**(جـ)** حل المعادلة في (ب) لإيجاد أبعاد شبه المكعب.

**(٥)** ما عدد الحلول الممكنة لكل معادلة مما يلي؟

**(أ)** $س^{٢} - ٢س - ٣ = ٠$ **(ب)** $٥س - ١ = ٠$ **(جـ)** $ك^{٢} + ٤ك = -٤٥$

# اختبار الوحدة الأولى

(١) أي تعبير لا يصف $\sqrt{٦٢٥}$؟

(أ) عدد كلّيّ (ب) عدد غير نسبي

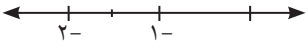
(جـ) عدد صحيح (د) عدد نسبي

(٢) حل المتباينة ٨ − ٣س < −٣ (١ + س) + ١ هو:

(أ) كل الأعداد الحقيقية (ب) لا حلول حقيقية

(جـ) $س > \frac{٢}{٣}$ (د) $س < -\frac{١١}{٦}$

(٣) حلّ المتباينة −٥(٤ص + ١) < ٢٣ ومثل الحل على خط أعداد.




(٤) حلّ: ٢ < ١٠ − ٤ س < ٦.

(٥) حلّ المعادلة: $٧|٣ - ٢م| = ٥٦$.

(٦) حلّ المعادلة: $\frac{١}{٤}|٤س + ٢| = ١ - ٢س$.

(٧) حلّ المتباينة: $٢|ك + ٣| \leq ١٠$.

(٨) ضع جدول قيم، ثم ارسم بيانيًّا الدالة ص = |٢س| − $\frac{١}{٢}$ |س|.

(٩) تم انسحاب بيان الدالة ص = |س|، ٣ وحدات إلى الأسفل ووحدتين إلى اليمين.

ما معادلة الدالة الجديدة؟

(أ) ص = |س + ٢| + ٣ (ب) ص = |س + ٢| − ٣

(جـ) ص = |س − ٢| + ٣ (د) ص = |س − ٢| − ٣

(١٠) صف انسحاب الدالة ص = + |س + ٤| + ٣، ثم مثّلها بيانيًّا.

(١١) أي قيم هي حلول المتباينة ص < ٢س + ٣؟

**I** (٢، ٠) **(II)** (−١، ١) **(III)** (٠، ٢)

(أ) **I** فقط (ب) **II** فقط

(جـ) **I** و**II** (د) **I** و**III**

(١٢) أي قيمة هي ضمن مجموعة حل: ٤ < −٤س − ٢ < ٨، ٣ > ٤س + ٢ > −١٠؟

(أ) −٢ (ب) ٠

(جـ) ٢ (د) ٤(١٣)

(١٣) أي مستقيمين هما متوازيان؟

**(I)** ص = −٣س + ١ **(II)** ص = ٢س + ١ **(III)** ص = −٢س + ٧ **(IV)** ص = ٥ − ٣س

(أ) I، II (ب) I، III

(جـ) I، IV (د) II، IV

(١٤) أي مستقيم هو متعامد مع ص = ٣س + ٧؟

(أ) ص = −٣س + ٤ (ب) ص = −٤ − ٣س

(جـ) ص = −٢س + ١ (د) ص = ٤ − $\frac{١}{٣}$ س

(١٥) حلّ بيانيًّا النظام $\begin{cases} ص = ٢س + ١ \\ ص = ٤س + ٥ \end{cases}$

(١٦) حلّ النظام $\begin{cases} ٣م + ٢ن = ٩ \\ م + ن = ٤ \end{cases}$ ، مستخدمًا طريقة التعويض.

(١٧) حلّ النظام $\begin{cases} ٤س + ٢ص = ٣ \\ ٢ص - ٤س = \frac{٣}{٢} \end{cases}$ ، مستخدمًا طريقة الحذف.

(١٨) اكتب معادلة بحيث يكون حل النظام $\begin{cases} ٢س + ص = ١٣ \\ .....؟ \end{cases}$ هو (٣، ٧).

(١٩) حلّ مستخدمًا طريقة إكمال المربع: $٣س^{٢} - ٦س + ٢ = ٠$.

(٢٠) أوجد قيمة المميز وبين نوع الحلول (حقيقية، غير حقيقية) للمعادلة: $س^{٢} + ٣س + ٢ = ٠$.

(٢١) حلّ المعادلة: $-٣م^{٢} - ٢م + ٧ = ٠$

(٢٢) أوجد عددين مجموعهما ٢ وناتج ضربهما -٣٥.

(٢٣) قطعة أرض مستطيلة الشكل أبعادها ٢٢م، ٥٨م. لإقامة منشأة عليها، يتوجب على المالك التراجع س متر من كل جهة. أي صيغة تبين المساحة القصوى الممكن استخدامها؟

(أ) $ص = ٤س^{٢} - ١٦٠س + ١٢٧٦$ (ب) $ص = ١٢٧٦ - ١٦٠س - ٤س^{٢}$

(جـ) $ص = (٥٨ - س)(٢٢ - س)$ (د) $ص = ١٢٧٦ - س^{٢}$

(٢٤) اكتب معادلة من الدرجة الثانية يكون جذراها -٣، ٦.

(٢٥) حلّ بيانيًّا $ص \geq س^{٢} - ٤س + ٣$.

# الزوايا وقياساتها
# Angles and their Measures

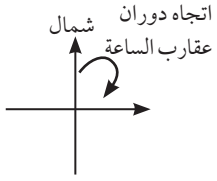
## المجموعة أ تمارين أساسية

(١) النسبة بين قياسات زوايا مثلث هي: ٥ : ٣١ : ٦. أوجد قياس كلّ زواية بالقياس الستيني.

**في التمارين (٢–٥)، اكتب بالقياس الدائري قياس كل من الزوايا التالية: (مستخدمًا π).**

(٢) ١٥٠° _____ (٣) ٣٠° _____

(٤) ٢٤٠° _____ (٥) ١٨٠° _____




(٦) يحدد البحارون موقع أي مَعْلم في البحر بقياس الزاوية بين جهة الشمال والمعلّم باتجاه دوران عقارب الساعة. (انظر الشكل المقابل). قياس هذه الزاوية يسمى موقع المعلم. على افتراض أن منارة على شاطئ البحر تصنع زاوية قياسها ١١٢° مع مركب في عرض البحر.

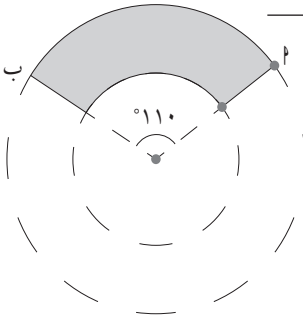
(أ) ارسم مخططًا على مستوى إحداثي متعامد يبين الاتجاهات الأربعة وموضع المنارة والمركب. اعتمد اتجاه الشمال على طول محور العينات.

(ب) حدّد موقع المنارة على المستوى الإحداثي مستخدمًا قياس زاوية في الوضع القياسي. _____

**في التمارين (٧–٩)، اكتب قياسات الزوايا التالية بالقياس الستيني:**

(٧) $\frac{\pi 3}{4}$ _____ (٨) $\frac{\pi 5}{6}$ _____

(٩) $\frac{\pi 11}{6}$ _____




(١٠) على افتراض أن طول ذراع مسّاحة المياه على الزجاج الأمامي لإحدى السيارات يساوي حوالى ٥٦ سم وأثناء حركتها على الزجاج تصنع قوسًا $\overset{\frown}{أب}$ يقابل زاوية قياسها ١١٠°. أوجد طول هذا القوى

**في التمرينين (١١، ١٢)، إذا علمت أن طول نصف قطر أحد التروس (ن) والزواية التي يدوّرها الترس ($\theta$)، فاحسب الطول الذي يتركه طرف الترس المقابل للزاوية علمًا بأن:**

(١١) ن = ١٠ سم، $\theta = \frac{\pi ٧}{٨}$. _____

(١٢) ن = ٢٠ سم، $\theta = \frac{\pi ٤٤}{٨}$. _____

(١٣) عندما يفرد الطاووس جناحيه يصنع زاوية مركزية في أعلى رأسه قياسها ٢٥٥°

ويتشكل جزء من دائرة في الأطراف النهائية حيث طول نصف قطر الدائرة يساوي حوالى ٦٠ سم. أوجد طول القوس الذي يقابل هذه الزاوية.

_____

## المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) زاويتان مجموع قياسيهما ١٧′ ١٤٨°، والفرق بين قياسيهما $\frac{١}{١٦}$ من القائمة. أوجد القياس الستيني لكل منهما.

**في التمارين (٢—٥)، اكتب بالقياس الدائري قياس كل من الزوايا التالية: (مستخدمًا $\pi$).**

(٢) ٩٠° (٣) ٤٥° (٤) ٣٠٠° (٥) ٢٧٠°

**في التمارين (٦—١٠)، اكتب قياسات الزوايا التالية بالقياس الستيني:**

(٦) $\pi ٢$ (٧) $\pi$ (٨) $\frac{\pi}{٦}$

(٩) $\frac{\pi ٣}{٢}$ (١٠) $\frac{\pi ٧}{٦}$

**في التمارين (١١—١٣)، إذا علمت أن طول نصف قطر أحد التروس (ن) والزواية التي يدوّرها الترس ($\theta$)، فاحسب الطول الذي يتركه طرف الترس المقابل للزاوية علمًا بأن:**

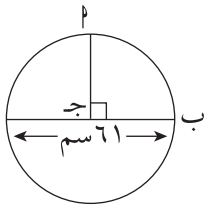
(١١) ن = ٢,١ مم، $\theta = \pi ٦$.

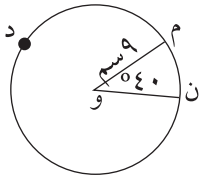
(١٢) ن = ١٦ سم، $\theta = \frac{\pi}{٦}$

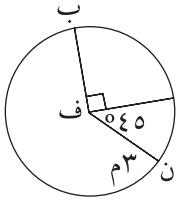
(١٣) ن = ٤ سم، $\theta = \frac{\pi ٥}{٦}$

(١٤) أوجد طول القوس (اكتب الناتج بدلالة π).

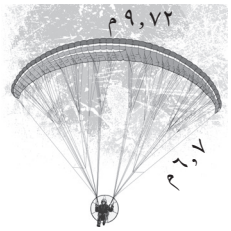
(أ) $\overset{\frown}{أب}$ (ب) $\overset{\frown}{مدن}$ (جـ) $\overset{\frown}{نب}$



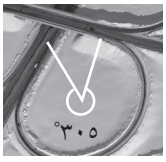




(١٥) يسقط رائد فضاء بالمظلة حيث طول الحبل المربوط إلى كتفيه يساوي ٦,٧ أمتار وطول القوس على المظلة بين الحبلين يساوي ٩,٧٢ أمتار. أوجد قياس الزاويةبين الحبلين بالراديان ثم بالدرجات.

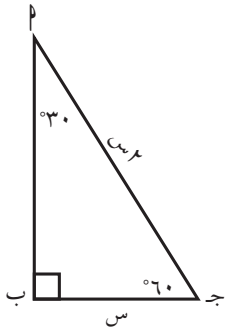



(١٦) محول دائري على الطريق السريع يبلغ طوله حوالى ٢٤٤ مترًا وقياس الزاوية المركزية المكوّنة بين الدخول والخروج منه تساوي ٣٠٥°. أوجد نصف قطر هذا المحول الدائري.



# النسب المثلثية: الجيب وجيب التمام ومقلوباهما
# Trigonometric Ratios and their Reciprocals
# sine cosine secant and cosecant

## المجموعة ١ تمارين أساسية



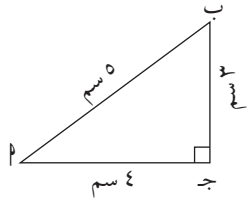

(١) Δأب جـ فيه: ق(أ̂) = ٣٠°، ق(جـ̂) = ٦٠°.

إذا كان ب جـ = س، فإن أجـ = ٢ س (نظرية).

احسب كلًّا من: أب، جا ٣٠°، جتا ٣٠°، جا ٦٠°، جتا ٦٠°.

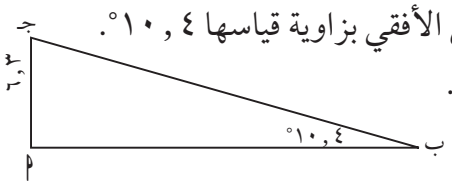
---

(٢) في المثلث أب جـ القائم في جـ̂، أوجد:




(أ) قا(أ̂) _____ (ب) قتا(ب̂) _____

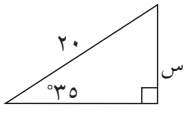
(٣) **تطبيق حياتي**: أطول سلم كهربائي متحرك في العالم موجود في إحدى محطات مترو الأنفاق في روسيا. إذا كان ارتفاع قمة السلم عن قاعدته ٦,٣ أمتار وكان السلم يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٤ ,١٠°. فأوجد طول السلم إلى أقرب متر.




_____

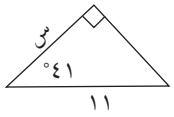
(٤) أوجد قيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ)



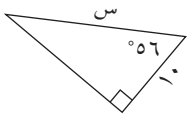

_____

(ب)




_____

(جـ)

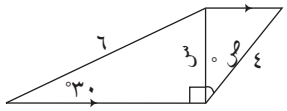



_____

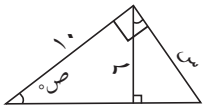
(٥) منحدر التزلج المائي يشكل زاوية مع سطح الماء قياسها ١٥° وارتفاعه يساوي ١,٥٢٤ مترًا. ما طول منحدر التزلج المائي؟

(٦) أوجد قياس الزاوية ص، والطول س إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ)

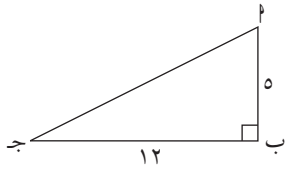



(ب)




## المجموعة ب تمارين تعزيزية

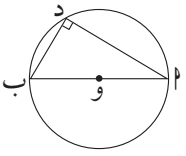
(١) في الشكل المقابل: أب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، حيث




أب = ٥ سم، ب جـ = ١٢ سم.

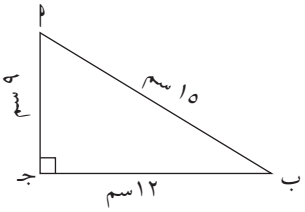
احسب قيمة: $\frac{\text{جتا}(\hat{جـ}) + \text{جا}(\hat{جـ})}{\text{جتا}(\hat{جـ}) - \text{جا}(\hat{جـ})}$

(٢) في الشكل المقابل: أب قطر في الدائرة وحيث: و أ = ٥ سم، ب د = ٦ سم. احسب قيمة:

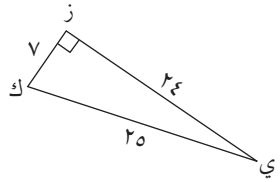



(أ) جا($\hat{أ}$) + جتا($\hat{ب}$). (ب) جا$^{٢}$أ + جتا$^{٢}$ب

(٣) في الشكل المقابل، أوجد: قاب، قتاب، قاأ، قتاأ.

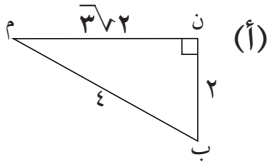



(٤) في الشكل المقابل أوجد: جتا($\hat{ي}$)، جا($\hat{ي}$)، جتا($\hat{ك}$) ، جا($\hat{ك}$).

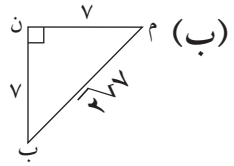



(٥) احسب: جا($\hat{م}$)، جتا($\hat{م}$).

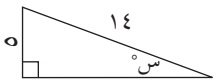
(أ)

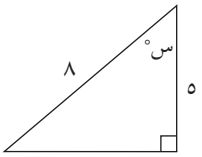


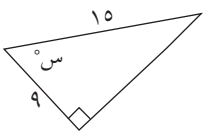

(ب)



(٦) أوجد قياس الزاوية س° إلى أقرب درجة.

(أ) 


(ب) 


(جـ) 


(٧) إذا كان ∆ا ب جـ مثلث قائم في بَ، فما قيمة جتا $\left(\frac{\pi}{٢} - \text{جـ}\right)$؟

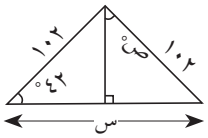
(أ) $\frac{\text{ب جـ}}{\text{ا جـ}}$ (ب) $\frac{\text{ب جـ}}{\text{ا ب}}$ (جـ) $\frac{\text{ا ب}}{\text{ب جـ}}$ (د) $\frac{\text{ا ب}}{\text{ا جـ}}$

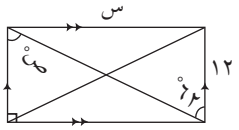
(٨) **تطبيق في الزراعة:** مخزن غلال طول نصف قطر قاعدته ١٥ مترًا، وميل الغطاء على الخط الأفقي ٢٢°، يزيد طول نصف قطر قاعدة الغطاء المخروطي مترًا واحدًا عن طول نصف قطر القاعدة. احسب قيمة س.

(٩) (أ) اختر ثلاث قيم لقياس زاوية س تقع بين ٠°، ٩٠°.

(ب) احسب قيمة جا٢س + جتا٢س عند كل قيمة اخترتها. أثبت صحة العلاقة التي حصلت عليها لأي قيمة للمتغير س بين ٠°، ٩٠°.

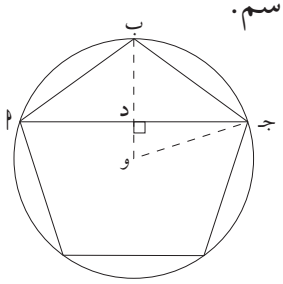
(١٠) أوجد قياس الزاوية ص، والطول س إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ) 


(ب) 


(١١) **الكتابة في الرياضيات:** يقول أحمد أنه في مثلث قائم الزاوية إذا كان قياس زاوية حادة معطى وطول ضلع واحد معطى فيمكنه إيجاد قياس بقية الزوايا وطول بقية الأضلاع. هل توافقه الرأي؟ اشرح إجابتك.

(١٢) خماسي منتظم مرسوم داخل دائرة مركزها و. إذا كان طول نصف قطر الدّائرة ١٠ سم:




(أ) أوجد ق(∠وَ).

(ب) أوجد طول كل من $\overline{\text{جـ د}}$، $\overline{\text{ا جـ}}$.

(جـ) أوجد ق(∠وب جـ).

(د) أوجد طول أي ضلع في الخماسي المنتظم.

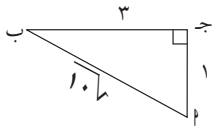
# ظل الزاوية ومقلوبه

# Tangent and Cotangent of an Angle

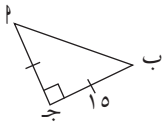
## المجموعة ١ تمارين أساسية

**(١)** اكتب ظا(أ)، ظاب كنسب في كل مما يلي:

**(أ)**



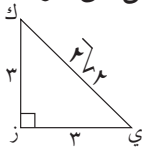

**(ب)**



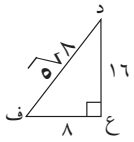

**(٢)** في Δأب جـ القائم في جـ، إذا كان ظا ب = $\frac{٤}{٥}$ فأوجد: جتا(أ)، ظا(أ)، جا(أ).

**(٣)** أوجد الظل لكل من الزاويتين الموضحتين:

**(أ)** كَ، يَ.




**(ب)** دَ، فَ.



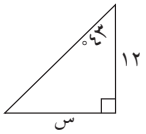

**(٤)** أوجد قياس الزاوية التي يصنعها كل مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة:

(أ) ص = ٢س − ١.

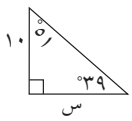
**(ب)** ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٥.

**(٥)** أوجد قيمة س مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

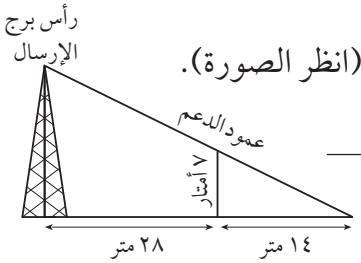
**(أ)**




**(ب)**




**(٦)** يستند سلك لبرج إرسال على عمود دعم ارتفاعه ٧ أمتار عن سطح الأرض (انظر الصورة).




(أ) أوجد قياس الزاوية التي تتشكل بين السلك وسطح الأرض.

**(ب)** أوجد ارتفاع برج الإرسال.

(٧) إذا كانت أطوال قطري معيّن هي: ٢ سم، ٥ سم، فأوجد قياسات زوايا المعيّن إلى أقرب درجة.

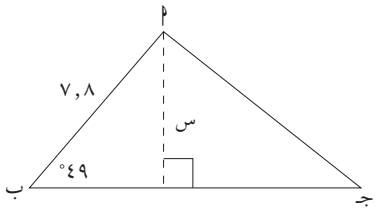
_____

**في التمارين (٨–٩) حُلْ المثلث أ ب جـ القائم في جـ :**

(٨) ق(ب) = ٣٥° ٢٣′ ، أ ب = ١٠٠ سم _____

(٩) أ ب = ١٧ سم ، ب جـ = ١٢,٤ سم _____

(١٠) في الشّكلِ المجاورِ



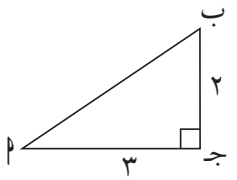

(أ) أوجد س إلى أقرب جزء من عشرة. _____

(ب) وإذا كانَتْ ب جـ = ١٠,٨ أوجد مساحة Δ أ ب جـ إلى أقرب جزء منْ عشرةٍ. _____

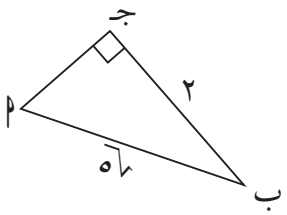
## المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) اكتب ظا أ، ظا (ب) كنسب:

(أ)




(ب)




(٢) اكتب المجهول إلى أقرب جزء من عشرة:

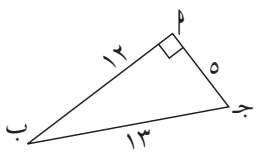
ظا (س°) = ٣,٥، ظا (٤٣°) = ص ، ظا (٢°) = ع ، ظا (ل°) = ٢٩,٥٧.

(٣) في Δ أ ب جـ القائم في (جـ)، إذا كان ظا أ = $\frac{٢}{٣}$ فأوجد: جتا أ، ظا ب، جا أ.

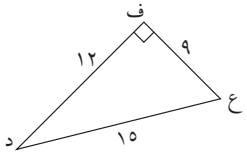
(٤) أوجد الظل لكل من الزاويتين الموضحتين:

(أ) م ، ن

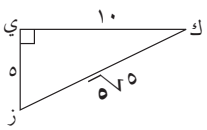
(ب) ب ، جـ



(جـ) $\hat{د}$ ، $\hat{غ}$




(د) $\hat{ز}$ ، $\hat{ك}$




(٥) أوجد قياس الزاوية التي يصنعها كل مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة:

(أ) ص = $\frac{٣}{٤}$ س + ٢.

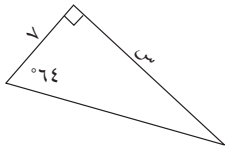
(ب) ٢ص − $\sqrt{٣}$ ٧٢ س = ١.

(جـ) ص = ٣س + ٤.

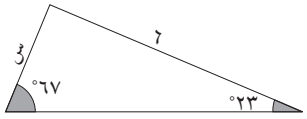
(د) ص = $\frac{٢}{٣}$ س + ٦.

(٦) أوجد قيمة س أطوال القطع المستقيمة مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة أو قيمة س قياس الزوايا مقربًا إلى أقرب درجة.

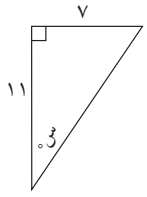
(أ)



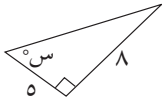

(ب)



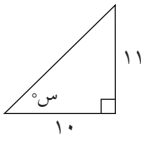

(جـ)




(د)

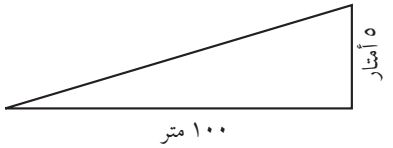



(هـ)




(و)

(٧) **في هندسة الطرق**: ميل طريقٍ أو خط سكة حديدٍ يعرف بأنه النسبة بين ارتفاع أعلى نقطةٍ في الطريق وبين المسقط الأفقي للطريق، ويعبر عنه عادة بنسبة مئوية. فمثلًا إذا كان ميل خط سكة حديدٍ ٥٪، فإن ذلك يعني أن كل ارتفاع قدره ٥ أمتار يكون طول مسقطه الأفقي ١٠٠ متر، وأيضًا إذا كان طريق يميل على الأفقي بزاوية هَـ، فإن ميل هذا الطريق يساوي ظا هَـ.




أوجد قياس زاوية ميل طريق جبل إذا كان ميله يساوي ١,٢٥،

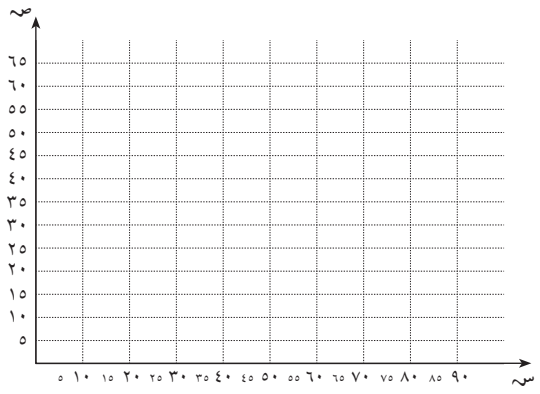
ثم أوجد المسقط الأفقي لجزء من هذا الطريق عند نقطة على ارتفاع ٥٠ مترًا عن الأفقي.

(٨) استخدم الآلة الحاسبة في تكملة الجدول أدناه، وأعط إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة. عيّن الأزواج (س، ظاس) على الشكل البياني.

صل بين النقاط. ماذا يحدث لقيمة ظل الزاوية عندما تقترب س من الصفر؟

| س° | ظاس° |
|---|---|
| ٥° | |
| ١٠° | |
| ١٥° | |
| ٨٥° | |

ماذا يحدث لقيمة ظل الزاوية عندما تقترب قيمة س من ٩٠°؟

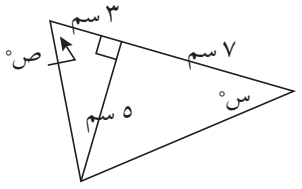



استخدم الشكل الذي رسمته في إيجاد قيمة المجهول:

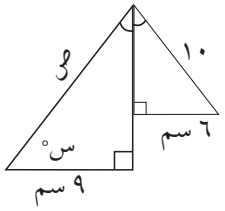
ظا(س°) = ٥ , ٣، ظا(٦٨°) = ص، ظا(ع°) = ٧

**(٩)** أوجد قيمة س، ص مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة لأطوال القطع المستقيمة، وإلى أقرب درجة قياسات الزوايا.

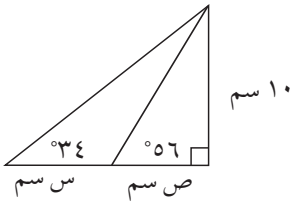
**(أ)**



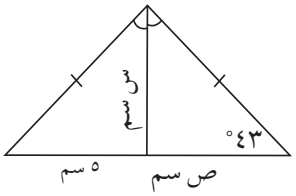

**(ب)**




**(جـ)**




**(د)**



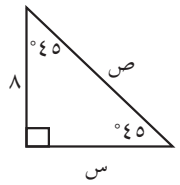
# النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة والزوايا الربعية

# Trigonometric Ratios for Some Particular Angles

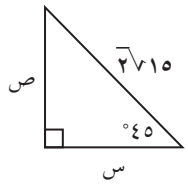
## المجموعة أ تمارين أساسية

**في التمارين (١–٥)، أوجد قيمة كل متغيّر.**

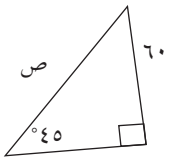
(١)



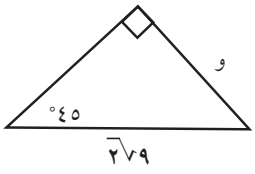

(٢)



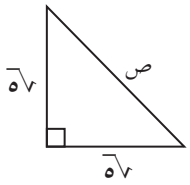

(٣)




(٤)




(٥)

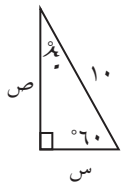



(٦) أنت تصمّم صحونًا مربعة الشكل بقياسات مختلفة لأحد المطاعم الصينية في بلدتك. يبلغ طول عيدان الطعام (Chopsticks) ٢٠ سم. ما يجب أن يكون طول ضلع أصغر صحن بحيث لا يزيد طول العيدان عن قطر هذا الصحن؟

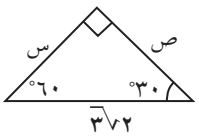
(٧) تشكل الشفرات الأربعة لمروحة طائرة زوايا قائمة ولهذه الشفرات القياس نفسه. تبلغ المسافة بين طرفي شفرتين متجاورتين ١١ سم. ما طول كل شفرة؟

**في التمارين (٨–١١)، أوجد قيمة كل متغيّر.**

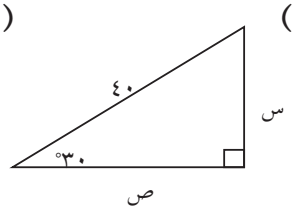
(٨)



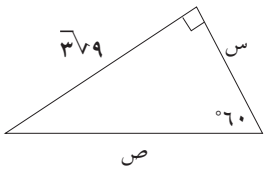

(٩)




(١٠)




(١١)

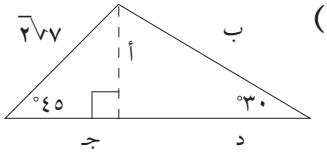



(١٢) أوجد مساحة مثلث متطابق الأضلاع، طول ضلعه ١٠ سم. _____

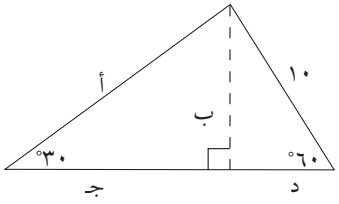
(١٣) أوجد مساحة معيّن طول ضلعه ٥ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠°. _____

**في التمارين (١٤–١٦)، أوجد قيمة كل متغيّر.**

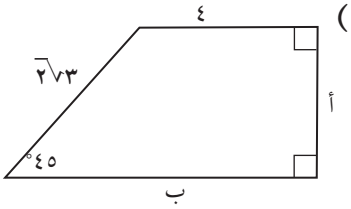
(١٤)



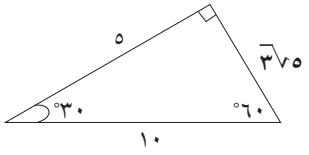

(١٥)




(١٦)




(١٧) **تحليل الخطأ**: رسمت سلوى المثلث المقابل. قالت هند أن قياسات الأضلاع لا يمكن أن تكون صحيحة. رأي أي منهما توافق؟ وضّح إجابتك.

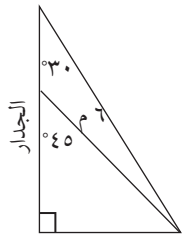



_____

(١٨) **السؤال المفتوح**: اكتب مسألة حياتية يمكن حلها باستخدام مثلث ثلاثيني ستيني، طول وتره ١٢ متر ثم حلّها.

_____

(١٩) لدرء العواصف الرملية قررت إحدى المزارع دعم جدار المزرعة. وضعت دعامتان (انظر الشكل المقابل). كونت الدعامة الصغرى وطولها ٦ أمتار زاوية قياسها ٤٥° مع الجدار والدعامة الكبرى زاوية قياسها ٣٠°.

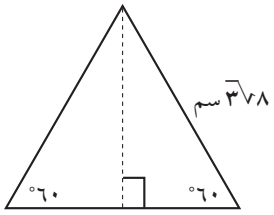



(أ) ما طول الدعامة الكبرى؟ _____

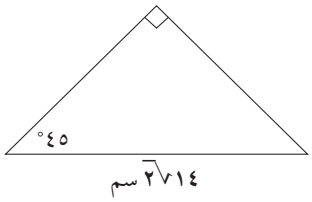
(ب) كم يزيد ارتفاع رأس الدعامة الكبرى عن رأس الدعامة الصغرى؟ _____

**في التمارين (٢٠–٢٢)، أوجد مساحة كل شكل.**

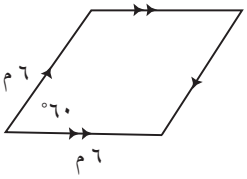
**(٢٠)**




**(٢١)**




**(٢٢)**




**(٢٣)** أ ب جـ مثلث قائم في أ، جتا(ب) = $\frac{٣}{٥}$

أوجد جا(ب) ثم ظا(ب).

**(٢٤)** س ر ب مثلث قائم في ب. ظا(ر) = $\frac{٥}{١٢}$

أوجد جا(ر) ثم ظا(ر).

**(٢٥)** ارسم مثلثًا أب جـ قائم في ب إذا كان ظا(جـ) = $\frac{١٣}{٢٠}$

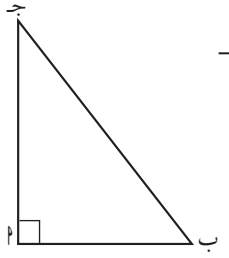
**صح أم خطأ. برّر إجابتك**

**(٢٦)** يوجد مثلث أب جـ قائم في أ حيث جا(ب) = $\frac{٢٤}{١٩}$

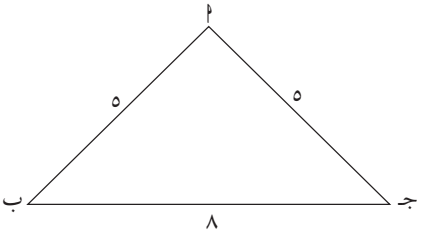
**(٢٧)** يوجد مثلث أب جـ قائم في أ حيث ظا(ب) = $\frac{٤٥}{٢٦}$.

**(٢٨)** في المثلث م ك ل القائم في م، ظا(ل) × جتا(ل) = جا(ل).

**(٢٩)** في المثلث المقابل جا(ب) = جتا(جـ).



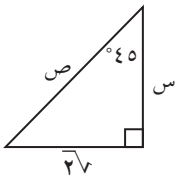

**(٣٠)** جا(ب) = $\frac{٥}{٨}$



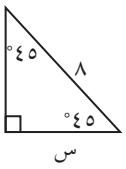
## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**في التمارين (١–٤)، أوجد قيمة كل متغيّر.**

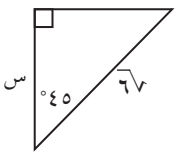
**(١)**



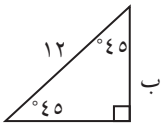

**(٢)**




**(٣)**



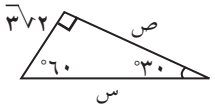

**(٤)**



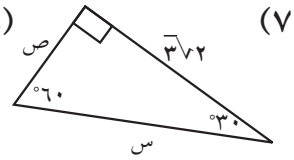

**(٥)** أوجد مساحة مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٢ سم وقياس إحدى زواياه ٤٥°.

**في التمارين (٦–٩)، أوجد قيمة كل متغيّر.**

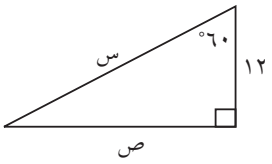
**(٦)**



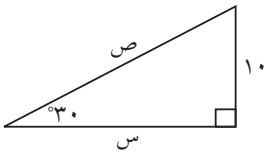

**(٧)**




**(٨)**

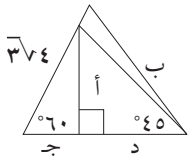



**(٩)**

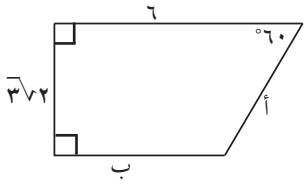


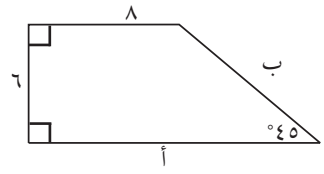

**في التمارين (١٠–١٢)، أوجد قيمة كل متغيّر.**

**(١٠)**




**(١١)**



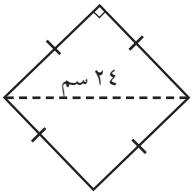

**(١٣)** تستخدم إحدى المزارع حزامًا كهربائيًّا متحركًا لنقل حزم القش من الأرض إلى قمة المخزن. يبلغ ارتفاع قمة المخزن ٧ أمتار ويشكل الحزام المتحرك مع الأرض زاوية قياسها ٦٠°.

(أ) ما طول الحزام من الأرض حتى قمة المخزن؟

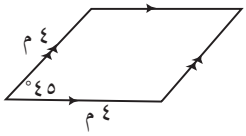
(ب) يتحرك الحزام بسرعة ٣٠ م في الدقيقة. ما الوقت اللازم لنقل حزمة قش من الأرض حتى قمة المخزن؟

**في التمارين (١٤–١٦)، أوجد مساحة كل شكل.**

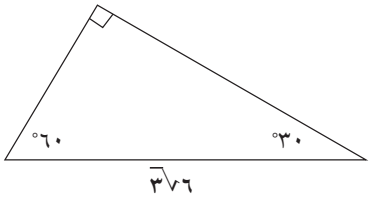
**(١٤)**




**(١٥)**




**(١٦)**




**(١٧)** في المثلث س ع د القائم في سْ. جا(دْ) = $\frac{٨}{١٧}$.

أوجد جتا(دْ) ثم ظا(دْ).

**(١٨)** احسب من دون استخدام الآلة الحاسبة: جا٤٥° × جتا٤٥° + جتا٤٥° × جا٤٥°

**(١٩)** احسب من دون استخدام الآلة الحاسبة: جا٦٠° × جتا٣٠° + جا٣٠° × جتا٦٠°

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# حل المثلث قائم الزاوية
# Solving Right Triangle

## المجموعة أ تمارين أساسية

**حل المثلث أب جـ القائم في جَـ. قرّب الأطوال إلى أقرب جزء من عشرة.**

(١) ق(بَ) = ١٢ ′ ٤٧°، ب جـ = ١٨ سم _____

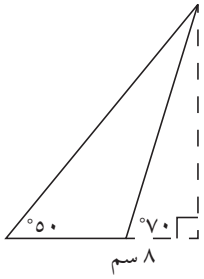
(٢) يستند سلم أب طوله ٨,٥ مترًا بطرفه (أ) على حائط عمودي وبطرفه (ب) على أرض أفقيّة، فإذا كان الطرف (ب) يبعد مترًا واحدًا عن الحائط، فأوجِدْ:

(أ) بعد الطرف أ عن الأرض. _____

(ب) قياس زاوية ميل السلّم على الأرض. _____

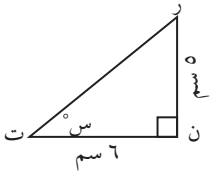
(جـ) قياس زاوية ميل السلم على الحائط. _____

(٣) في الشكل المجاور، أوجد مساحة المثلث أب جـ إلى أقربِ جزءٍ من عشرة. _____



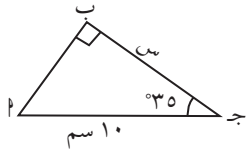

**في كل مثلث، أوجد قيمة س.**

(٤)



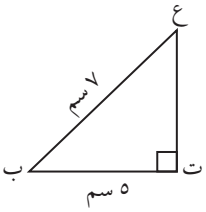

_____

(٥)




_____

(٦) أوجد قياس كل من الزاويتين الحادتين في المثلث ع ت ب.




_____

(٧) ارسم مثلثًا أجـ ك قائم في أ حيث:

أجـ = ٨ سم، أك = ٦ سم.

_____

أوجد قياس كل من الزاويتين جَـ، كَ.

_____

(٨) في كل حالة مما يلي، خطط مثلثًا ا ف جـ قائم في فَ.

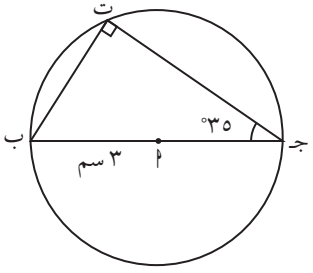
(أ) أوجد جـ ف إذا كان: ا جـ = ٤ سم، جتا(ا جَـ ف) = ٠,٧

(ب) أوجد جـ ف إذا كان: ا جـ = ١٠ سم، ق(ا جَـ ف) = ٣٥°

(جـ) أوجد ا جـ إذا كان: ا ف = ٨ سم، ق(ا جَـ ف) = ٣٩°

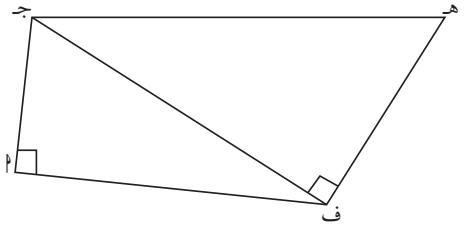
(د) أوجد جـ ف إذا كان: ا ف = ٤ سم، ق(ف اَ جـ) = ٧٥°

(٩) في الشكل المقابل أوجد محيط المثلث ب جـ ت ومساحته إذا كان نصف قطر الدائرة يساوي ٣ سم.




**في التمرينين (١٠، ١١)، استخدم الشكل المقابل.**

(١٠) بفرض أن ق(اف جـ) = ٢٠°، ف جـ = ١٣ سم، هـ جـ = ١٥ سم.
أوجد: ا ف، ا جـ، ف هـ، ق(ف جَـ هـ) ، ق(ا جَـ ف).



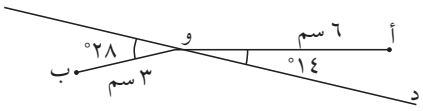

(١١) بفرض أن ا جـ = ٥ سم، ق(ا جَـ ف) = ٤٥°، ف هـ = ٤ سم.

(أ) أثبت أن ف ا = ٥ سم.

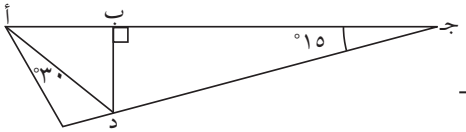
(ب) أوجد طول $\overline{\text{ف جـ}}$.

(جـ) أوجد طول $\overline{\text{هـ جـ}}$، ثم ق(ا جَـ هـ).

(١٢) **التفكير الناقد:** أيهما أقرب إلى المستقيم (د)؟ النقطة أ أو النقطة ب؟

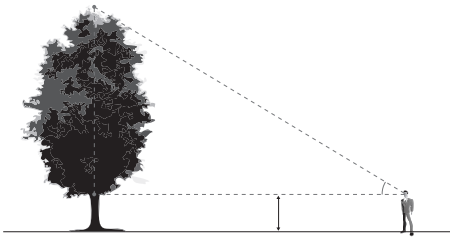



(١٣) (أ) ارسم الشكل بدقة (دون حساب أطوال الأضلاع).




(ب) أوجد محيط كل من المثلثات. ∆ا ب د، ب جـ د، ∆ا د جـ.

(١٤) مستخدمًا معطيات الرسم، أوجد ارتفاع الشجرة.



(١٥) **التحدي**: (أ) ارسم شبه منحرف ا ب جـ د قائم في $\hat{ا}$، د حيث ا ب = ٧ سم، ب جـ = ٥ سم، جـ د = ٤,٥ سم

(ب) أوجد ق(ب̂)

(جـ) أوجد طول القطعة $\overline{ا د}$

(١٦) ا ب جـ د مستطيل مركزه و. ق(ا و̂ د) = ١٠٠°، د=٣ سم

(أ) أوجد ق(ا و̂ ب)

(ب) أوجد محيط المستطيل

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

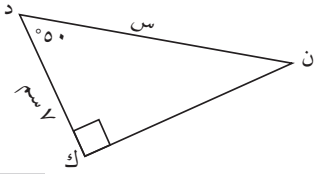
**حل المثلث ا ب جـ القائم في ج̂. قرّب الأطوال إلى أقرب جزء من عشرة.**

(١) ق(ب̂) = ٣٩°، ب جـ = ٢٨ سم

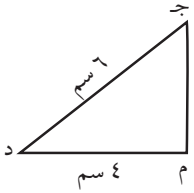
(٢) ب جـ = ٨,٥، ا جـ = ١٤,٧ سم

(٣) ا جـ = ٢,٨٤، $\hat{ا}$ = ٣٨°

(٤) في المثلث ك ن د أوجد قيمة س.



(٥) في المثلث م جـ د المقابل أوجد قياس كل من الزاويتين جَـ، دَ .



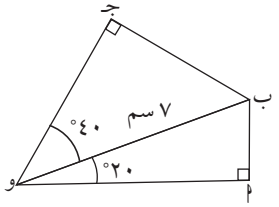

(٦) انسخ الجدول التالي وأكمله حيث كل مثلث ر س ت قائم في تَ.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ق(رَ) | ٢٠° | | ٥٠° | | |
| ق(سَ) | | ٤٥° | | ٣٠° | ٢٠° |
| رت | ٤ سم | ٢ سم | | | |
| رس | | | ٦ سم | ٨ سم | |
| س ت | | | | | ٦ سم |

(٧) (أ) نفذ الشكل المقابل بقياسات صحيحة.

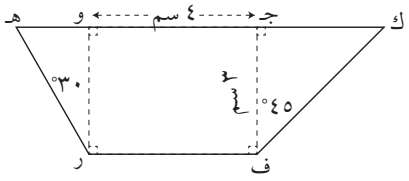
(ب) صح أم خطأ؟ ب جـ = ٢ أ ب

(جـ) أوجد أطوال الأضلاع التالية (قيم تقريبية): $\overline{\text{ب جـ}}$، $\overline{\text{أ ب}}$، $\overline{\text{وجـ}}$، $\overline{\text{و أ}}$.




(٨) (أ) أوجد مساحة شبه المنحرف المقابل.

(ب) أوجد محيط شبه المنحرف المقابل.




(٩) أ ب جـ د متوازي أضلاع. أ ب = ٨ سم، أ د = ٦ سم، ق(ب أ̂ د) = ١٠٠°.

أوجد مساحة متوازي الأضلاع.

(١٠) ارسم معينًا أ ب جـ د مركزه و بحيث يكون أ ب = ٦ سم، ق(د أ̂ ب) = ١٠٠°.

أوجد طولي قطري هذا المعين.

(١١) **التفكير العلميّ**: (أ) ارسم مثلثًا أ ب جـ متطابق الضلعين (أ ب = أ جـ)، حيث ب جـ = ٤ سم، ق(ب أ̂ جـ) = ١٠٠°.

(ب) أوجد محيط هذا المثلث.

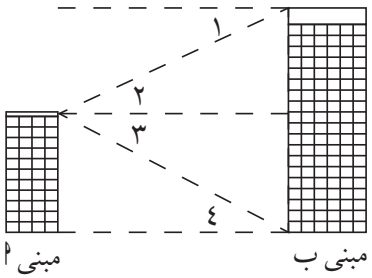
(جـ) أوجد مساحة هذا المثلث.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# زوايا الارتفاع والانخفاض
# Angles of Elevation and Depression

## المجموعة ١ تمارين أساسية

**(١)** صف الزوايا المبيّنة في الشكل:



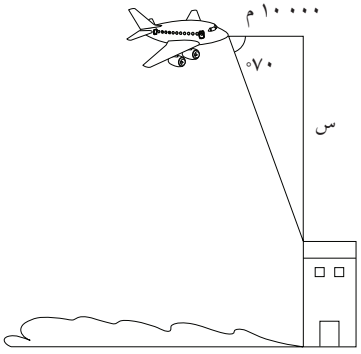

(أ) $\hat{١}$ _____

(ب) $\hat{٢}$ _____

(جـ) $\hat{٣}$ _____

(د) $\hat{٤}$ _____

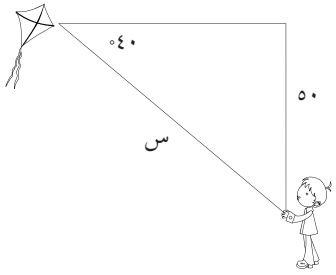
**(٢)** في الشكل المقابل أوجد قيمة س مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.




_____

_____

**(٣)** في الشكل المقابل أوجد قيمة س مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

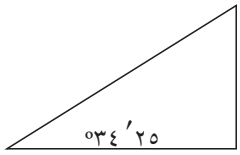



_____

_____

**(٤)** رصد قارب من قمة فنار ارتفاعه ١٥ م، فوجد أن قياس زاوية انخفاضه ٢٥′ ٣٤°.

أوجد إلى أقرب متر البعد بين القارب وقاعدة الفنار. _____



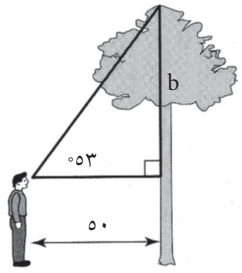
(٥) قاس بحّار زاوية انخفاض سفينة من أعلى نقطة في فنار ارتفاعه ٢٠٠ م، فوجد أنها ٣٩°. أوجد بعد السفينة عن قاعدة الفنار.

---

(٦) من قاعدة برج قيست زاوية ارتفاع قمة منزل فكانت ٣٠°، ومن قمة البرج قيست زاوية انخفاض قمة المنزل نفسه فوجد أنها ٤٥° أوجد إلى أقرب متر ارتفاع البرج علمًا بأن قاعدتي البرج والمنزل في مستوى واحد، وأن ارتفاع المنزل ٥٠ م.

---

## المجموعة ب تمارين تعزيزية




(١) في الشكل المقابل أوجد قيمة س مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

(٢) في الشكل المقابل أوجد قيمة س مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

(٣) رصد شخص واقف على سطح الأرض طائرًا يرتفع عن سطح الأرض مسافة ١٥ م، وكانت زاوية ارتفاع الطّائرِ ٢٥°. إذا كانت عين الشخص على ارتفاع ١,٥ م عن سطح الأرض:

(أ) ارسم الشكل.

(ب) أوجد بعد الطائر عن عين الشخص مقربًا الإجابة إلى أقرب متر.

(٤) من نقطة على سطح الأرض وجد أن قياس زاوية ارتفاع طائرة ورقية ١٢′ ٤٨°. إذا كانت الطائرة مربوطة بخيط مشدود طوله ١٣ م، أوجد ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض إلى أقرب متر.

(٥) من نقطة على سطح الأرض تبعد ٣٠٠ م عن قاعدة برج عمودي وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج هي ١٣°، أوجد ارتفاع البرج عن سطح الأرض.

(٦) رصد شخص من نافذة منزله على ارتفاع ٣٠ م سيارة في الطريق، فوجد أن قياس زاوية انخفاضها ١٥′ ٣٧°. أوجد بعد السيارة عن نافذة المنزل.

(٧) من نقطة على سطح الأرض قيست زاوية ارتفاع طائرة، فوجد أنها ١٢′ ٥٤°، فإذا كان بعد النقطة عن موقع الطائرة ٣١٠ م، ما ارتفاع الطائرة إلى أقرب متر؟

(٨) إذا كانت زاوية ارتفاع الشمس ٥٥°، وكان طول ظل منزل عندئذ ٧ م، أوجد ارتفاع المنزل إلى أقرب متر، وأوجد طول ظل المنزل عندما تكون زاوية ارتفاع الشمس ٣٤°.

# القطاع الدائري والقطعة الدائريّة
# Circular Sector and Circular Segment

## المجموعة أ تمارين أساسية

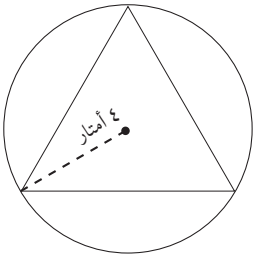
(١) قطاع دائري طول قوسه ٦ ,١٣ سم، وطول قطر دائرته ١٦ سم. أوجد مساحته. _____

(٢) قطاع دائري محيطه ٥٣ سم، وطول قوسه ٢ ,٦ سم. أوجد مساحته. _____

(٣) قطاع دائري مساحته ٨٥ سم$^{٢}$، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم. احسب طول قوسه. _____

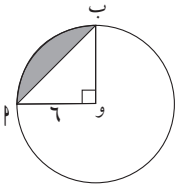
(٤) قطعة دائريّة طول وترها ٢٤ سم وطول نصف قطر دائرتها ١٦ سم. احسب مساحتها. _____

(٥) حوض للزرع على شكل دائرة طول نصف قطرها ٤ م، قسّم إلى أربعة أجزاء بواسطة مثلث متطابق الأضلاع تقع رؤوسه على الدائرة. احسب مساحة إحدى القطع الدائرية الصغرى. _____

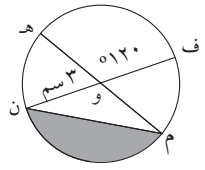



(٦) دائرة طول نصف قطرها ٢٠ سم، رسم فيها الوتر $\overline{أب}$ يبعد ١٠ سم عن مركز الدائرة. أوجد مساحة القطعة الصغرى التي يحدها الوتر $\overline{أب}$. _____

(٧) أوجد مساحة القطعة المظللة إلى أقرب جزء من عشرة. حيث وهي مركز الدائرة

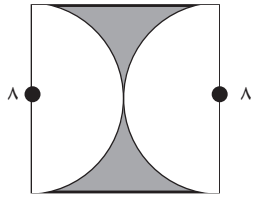



_____




_____

(٨) أوجد مساحة الأجزاء المظللة في المربع التالي بدلالة π.



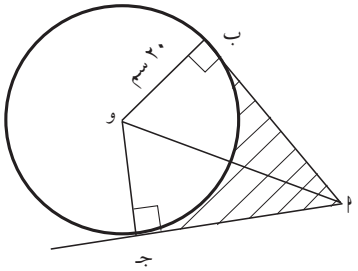

_____

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٢٠ سم، وزاوية رأسه ١٠٠°. أوجد مساحته.

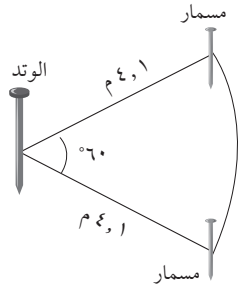
(٢) حوض زهور على شكل قطاع دائري محيطه ٤٨ سم، وطول نصف قطر دائرته ٨ , ٧ سم. أوجد مساحته.

(٣) في الشكل المقابل، $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة، وب = ٢٠ سم و أ = ٤٠ سم.
أوجد مساحة الجزء المظلل.

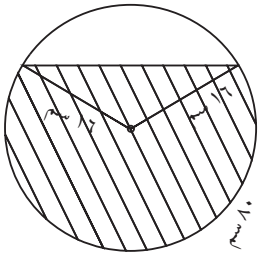



(٤) قطاع دائري زاوية رأسه ٦٠°، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم.
أوجد محيطه.

(٥) وتد مثبّت في الأرض ربط به طرف حبل طوله ١ , ٤ أمتار، وثبّت في الطرف الآخر من الحبل مسمار كبير لشدّه، فرسم طرفه الذي فيه المسمار على الأرض قوسًا يقابل زاوية مركزية عند الوتد مقدارها ٦٠°. أوجد طول القوس المرسوم ومساحة القطاع الناتج.



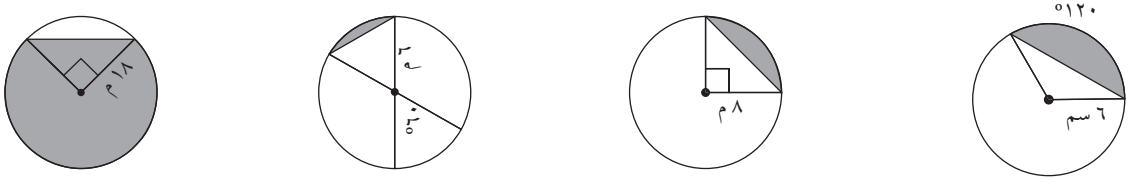

(٦) قطعة من الورق على شكل قطعة دائرية الشكل طول قوسها ٨٠ سم، وطول نصف قطر دائرتها ١٦ سم. احسب مساحتها.



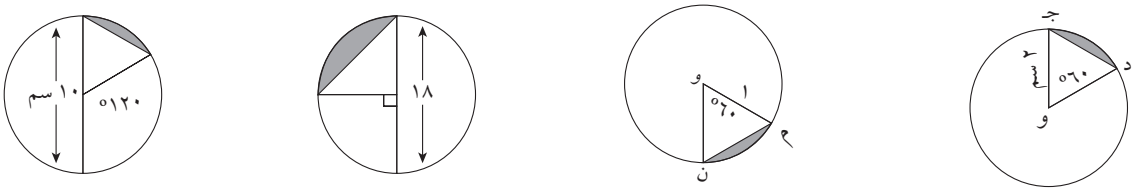

(٧) أوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ٢٠ سم، وطول قوسها ١٠ سم.

(٨) ا ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، حيث ا ب = ٣٠ سم، ب جـ = ٤٠ سم، رسمت دائرة مركزها ب وتمسّ ا جـ في د، وتقطع ب جـ في هـ. احسب المساحة المحصورة بين **جـ هـ، د جـ**، والقوس الأصغر دهـ.

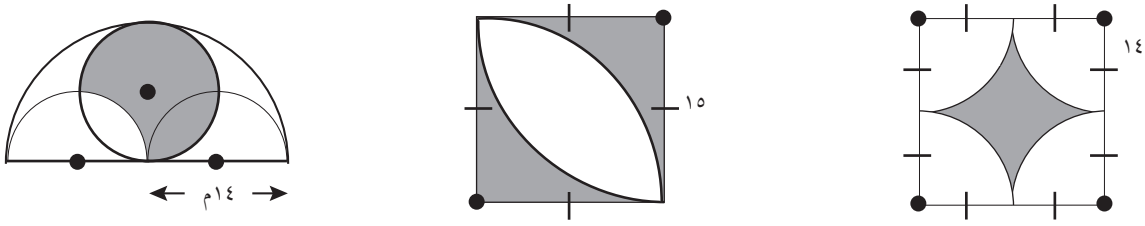
(٩) أوجد المساحة المظللة، واكتب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.



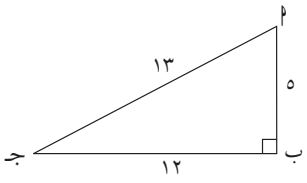

(١٠) أوجد مساحة القطعة المظللة إلى أقرب جزء من عشرة.




(١١) أوجد مساحة الأجزاء المظللة في كل شكل بدلالة π.



# اختبار الوحدة الثانية




**اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:**

(١) في الشكل المقابل جا(٩٠° – أ) تساوي: _____

(أ) $\frac{١٢}{١٣}$ (ب) $\frac{٥}{١٣}$ (جـ) $\frac{١٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{١٢}$

(٢) جا جَ قاجَ تساوي: _____

(أ) $\frac{\text{جاظ}}{\text{جتاجـ}}$ (ب) ١ (جـ) جا$^{٢}$ جَ (د) ظاجَ

(٣) قاجَ جتاجَ تساوي: _____

(أ) قتا$^{٢}$ جـ (ب) ١ (جـ) $\frac{\text{جاجَ}}{\text{ظاجَ}}$ (د) جتا$^{٢}$ جَ

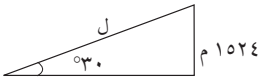
(٤) جاجَ ظتاجَ تساوي: _____

(أ) جتاجـ (ب) $\frac{\text{جا}^{٢}\text{ جَ}}{\text{قاجَ}}$ (جـ) ظتا$^{٢}$ جَ ظاجَ (د) ظاجَ

(٥) ظا ٤٥° تساوي: _____

(أ) بين ٠ ، ١ (ب) أكبر من ١ (جـ) ١ (د) ٠

(٦) يرتفع منطاد في الفضاء ويشكل اتجاه المنطاد مع خط أفقي على سطح الأرض زاوية قياسها ٣٠°.
ما المسافة التي سوف يجتازها إذا وصل إلى ارتفاع ١٥٢٤ مترًا عن سطح الأرض.

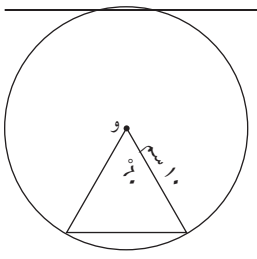



_____

(٧) أب جـ مثلث قائم في بَ فإن أجـ تساوي: _____

(أ) أب جتاجـ (ب) أب ظاجـ (جـ) أب قتاجـ (د) أب جاجـ

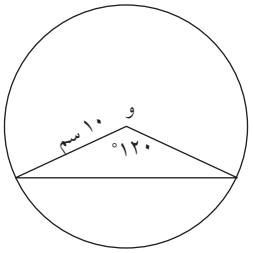
(٨) في الشكل المقابل مساحة القطاع الأصغر = _____




(أ) $\frac{\pi ٥٠}{٣}$ سم$^{٢}$ (ب) $\frac{\pi ١٠٠}{٣}$ سم$^{٢}$

(جـ) $\frac{\pi ٥٠٠}{٣}$ سم$^{٢}$ (د) $\frac{١٠٠}{٣}$ سم$^{٢}$

(٩) في الشكل المقابل مساحة القطعة الدائرية الصغرى (بوحدات المساحة) تساوي:




(أ) $٥٠\left(\frac{\sqrt{٤١}}{٢} - ١٢٠\right)$ (ب) $٥٠\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{\pi ١٢٠}{١٨٠}\right)$

(جـ) $١٠٠\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{\pi ١٢٠}{١٨٠}\right)$ (أ) $١٠٠\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢} - ١٢٠\right)$

(١٠) قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٤٠ سم، ومساحته ٥٠٠ سم$^{٢}$، فإن طول قوس القطاع (بالسنتيمترات) يساوي:

(أ) ٥٠ (ب) ٢٥ (جـ) ١٠٠ (د) ٧٥

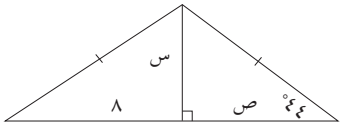
(١١) ا ب جـ مثلث قائم في بَ. فيه ا ب = ٦ سم، ب جـ = ٨ سم:

(أ) أوجد ا جـ.

(ب) أوجد قيمة جا$^{٢}$ ا جتا (٩٠° − ا) + جا (٩٠° − ا) جتا ا.

(جـ) أثبت أن ١ + ظتا$^{٢}$ (٩٠° − جـ) = قتا$^{٢}$ (٩٠° − جـ).

(١٢) في الشكل المقابل، احسب كلًّا من س، ص.

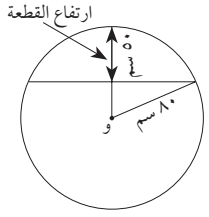



(١٣) حل المثلث ا ب جـ القائم في جَـ:

(أ) ا ب = ٦٠ سم ، ق(بَ) = ٧٠°

(ب) ب جـ = ١٧ سم، ا جـ = ١٥ سم.

(١٤) بينما كان أحد مهندسي الزراعة يحلق على ارتفاع ١٥٠٠ م بطائرة عمودية لرش المبيدات شاهد موقعًا على سطح الأرض بزاوية انخفاض قياسها ٢٠°. احسب بعد الموقع عن الطائرة.




(١٥) يقف رجل إنقاذ في برج مراقبة ارتفاعه ٨م عن سطح البحر. شاهد شخصًا متعثرًا في العوم ويكاد يغرق. رصد موقعه فكانت زاوية انخفاض الشخص ١٨°. احسب المسافة التي سيقطعها رجل الإنقاذ ليصل إلى الشخص المتعثر بدءًا من قاعدة برج المراقبة.

(١٦) قطاع دائري مساحته ١٢ , ٦٤ سم$^{٢}$، وقياس زاويته ٧٥°. أوجد طول قوس القطاع.

---

(١٧) لوح من الخشب دائري الشكل طول نصف قطره يساوي ٨٠ سم يراد تقسيمه إلى قطعتين، ارتفاع إحداهما ٥٠ سم. أوجد مساحة سطح القطعة الدائرية الكبرى.

---

(١٨) سلم إطفاءٍ طوله ٢٨ م. يستند بطرفه العلوي إلى قمة حائط عمودي وبطرفه السفلي إلى أرض أفقية بحيث يبعد طرفه السفلي عن الحائط العمودي بمقدار ١٠ م. احسب قياس زاوية ميل السلم على الأرض وارتفاع الحائط العمودي.

---

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# طرق البرهان الهندسي
# Geometry Proof Methods

## المجموعة أ تمارين أساسية

**في التمارين التالية، أوجد النمط ثم اكتب الحدود الثلاثة التالية:**

(١) ١، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٨}$، ...

(٢) ١، ٢، ٦، ٢٤، ١٢٠، ...

**ارسم الصورة التالية في النمط بعد إيجاده.**

(٣)

(٤) استخدم الجدول أدناه والمنطق الاستقرائي لتخمين كل مجموع من الأعداد الزوجية.

| | |
|---|---|
| ٢ | ٢ = ١ × ٢ = |
| ٢ + ٤ | ٦ = ٢ × ٣ = |
| ٢ + ٤ + ٦ | ١٢ = ٣ × ٤ = |
| ٢ + ٤ + ٦ + ٨ | ٢٠ = ٤ × ٥ = |
| ٢ + ٤ + ٦ + ٨ + ١٠ | ٣٠ = ٥ × ٦ = |

(أ) ما مجموع أول ستة أعداد زوجية؟ _____

(ب) ما مجموع أول ثلاثين عدد زوجي؟ _____

(جـ) ما مجموع أول مئة عدد زوجي؟ _____

(٥) أوجد مثالًا مضادًا يبيّن أن كلّ تخمين مما يلي هو خطأ.

(أ) ناتج جمع عددين هو أكبر من أي عدد من الاثنين _____

(ب) ناتج ضرب عددين هو أكبر من أي عدد من الاثنين _____

(جـ) ناتج طرح عددين هو أصغر من أي عدد من الاثنين _____

(د) ناتج قسمة كسرين اعتياديين هو كسر اعتيادي _____

(٦) استخدم قانون الاستطلاع لتحقق نتيجة مما يلي:

**إذا** نال الطالب درجة ٩٠ وما فوق (الدرجة القصوى ١٠٠) في الاختبار النهائي، إذًا سينجح الطالب في المقرر.
نال سالم درجة ٩٢ من مئة في مقرر الرياضيات في الاختبار النهائي.

---

**في التمارين ٧-٩ إذا كان بالإمكان استخدم قانون الاستطلاع للحصول على نتيجة مما يلي، وإذا لم تتمكن من ذلك اكتب غير ممكن.**

(٧) إذا كان الشكل هو مستطيل، إذًا يوجد فيه زوجين من الأضلاع المتوازية
الشكل أب جـ د هو مستطيل.

---

(٨) إذا كان م عدد أولي أكبر من ٢، إذًا $م^{٢}$ هو عدد فردي.
هل $٢٩^{٢}$ هو عدد فردي؟

---

(٩) إذا كانت ثلاث نقاط على مستقيم واحد، إذا فهي نقاط متسامتة.
أ، ب، جـ ثلاث نقاط على مستقيم (ل).

---

**استخدم قانون المنطق الاستدلالي لإيجاد نتائج مما يلي.**

(١٠) إذا كان تقاطع خطين مستقيمين، إذا يكون تقاطعهما في نقطة واحدة.
إذا كان خطان غير متوازيين، إذا فهما سيتقاطعان في نقطة واحدة.

---

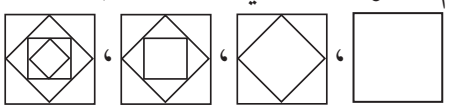
## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**في التمارين التالية، أوجد النمط ثم اكتب الحدود الثلاثة التالية:**

(١) ١٥، ١٢، ٩، .....

(٢) ٨١، ٢٧، ٩، ...

ارسم الصورة التالية في النمط بعد إيجاده.

(٣) 

(٤) لاحظ البندين (أ) و(ب) ثمّ توقّع العدد الناقص في نمط عملية ضرب الأعداد التالية:

(أ) ١٢٣٤٥٦٧٩ × ٩ = ١١١ ١١١ ١١١

(ب) ١٢٣٤٥٦٧٩ × ١٨ = ٢٢٢ ٢٢٢ ٢٢٢

(جـ) ١٢٣٤٥٦٧٩ × ..... =

(د) ١٢٣٤٥٦٧٩ × ..... =

(هـ) ١٢٣٤٥٦٧٩ × ..... =

(و) ١٢٣٤٥٦٧٩ × ..... =

**استخدم قانون الاستطلاع لتحقق نتيجة مما يلي:**

**(٥)** إذا توازى خطان مستقيمان غير متطابقين، إذًا لا يمكن أن يلتقيا.
الخط المستقيم (ل) موازٍ للخط المستقيم (ك) وغير متطابقين

**(٦)** إذا أراد طالب الالتحاق بالجامعة، إذًا يجب عليه أن يدرس جيدًا.
رشيد يريد الالتحاق بجامعة الكويت.

**في التمرينين ٧-٨ استخدم قانون المنطق الاستدلالي لإيجاد نتائج مما يلي:**

**(٧)** إذا درست مادة الجبر، إذًا أنت تدرس في مواد الرياضيات.
إذا درست التغير الطردي والعكسي، إذًا أنت تدرس مادة الجبر.

**استخدم قانون الاستطلاع وقانون المنطق الاستدلالي للحصول على نتيجة مما يلي:**

**(٨)** إذا كان جبلٌ ما هو الأعلى في سلطنة عمان، إذًا فهو الأعلى في دول مجلس التعاون الخليجي.
إذا كان يوجد في مجلس التعاون الخليجي جبلًا ارتفاعه أكثر من ٣٠٠٠ م، إذًا فهو أعلى جبل في مجلس التعاون الخليجي.
ارتفاع الجبل الأخضر في سلطنة عمان يقارب ٣٠٤٨ مترًا.


٧٢

# التشابه
# Similarity

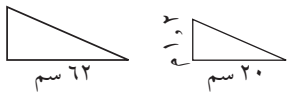
## المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$، فأي من التالي يكون صحيحًا؟ اشرح السبب.

(أ) ٤أ = ٣ب (ب) ٣أ = ٤ ب (جـ) $\frac{أ}{٣} = \frac{ب}{٤}$

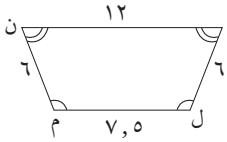
(د) $\frac{ب}{أ} = \frac{٤}{٣}$ (هـ) أب= ٣ × ٤ (و) $\frac{٣}{أ} = \frac{٤}{ب}$

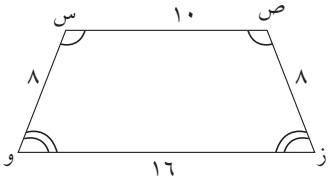
(٢) أراد رجل قياس ارتفاع شجرة. فأخذ عصا طولها ١,٢ م ووضعها عموديًّا على الأرض مقابل الشجرة، فوجد أن ظلّها يساوي ٢٠ سم في وقت معيّن من النهار. فإذا كان ظل الشجرة في الوقت نفسه يساوي ٦٢ سم، ما هو ارتفاع الشجرة؟



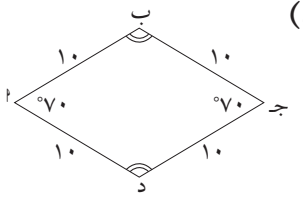

(٣) **تمارين هندسية:** في كل من الأشكال التالية: ابحث تشابه المضلعين، فإذا كان المضلعان متشابهين، اكتب منطوق التشابه ونسبة التشابه، وإذا لم يكن المضلعان متشابهين اشرح السبب.

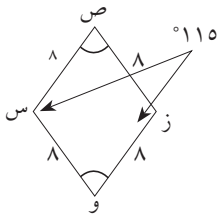
(أ)



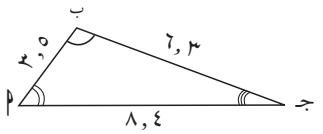



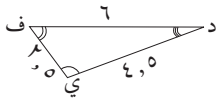

(ب)



(جـ)

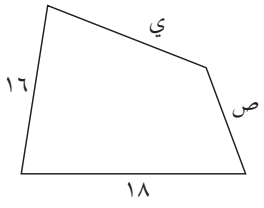


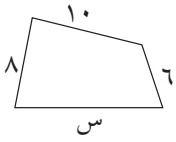




---

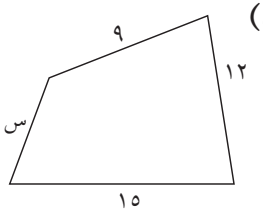
(٤) إذا كان المضلعان متشابهين، فاحسب س، ص، ي في الحالات التالية:

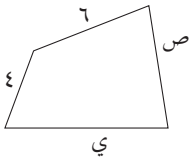
(أ)



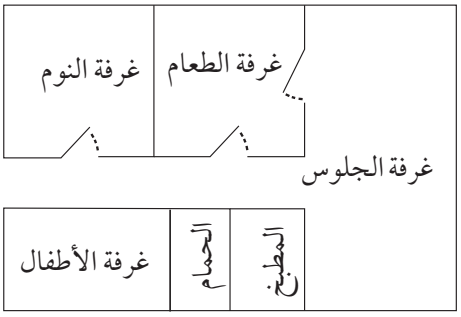

(ب)




---

(٥) أوجدالأبعاد الحقيقية لكل من الغرف التالية، مستخدمًا الشكل أدناه، علمًا بأن كل سنتيمتر واحد على الرسم يمثل ٤ , ٢ م. (استخدم المسطرة)




(أ) غرفة النوم _____

(ب) غرفة الطعام _____

(جـ) غرفة الجلوس _____

(د) المطبخ _____

(هـ) الحمام _____

(و) غرفة الأطفال _____

(٦) ا ب جـ مثلث رؤوسه هي: ا(٢، ٣)، ب(٢، ٦)، جـ(٤، ٦).

Δم ن ل يشابه Δا ب جـ حيث م(٦، ٩)، ن( ٦، ٢٤)، ل(س، ص) أوجد إحداثيي النقطة ل.

---

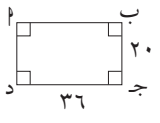

٧٤

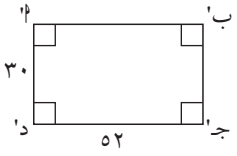
## المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) من الأبراج الشهيرة في العالم برج بيزا في إيطاليا، وهو برج مائل يبلغ طوله حوالى ٥٤ مترًا، ويبلغ ارتفاع صورته ٨ سم على بطاقة تذكارية طولها ١٥ سم. أوجد نسبة التشابه بين الطول في الصورة والطول الحقيقي.

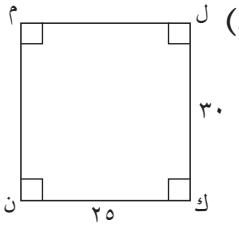
(٢) **تمارين هندسية:** في كل من الأشكال التالية: ابحث تشابه المضلعين، فإذا كان المضلعان متشابهين، اكتب منطوق التشابه ونسبة التشابه، وإذا لم يكن المضلعان متشابهين اشرح السبب.

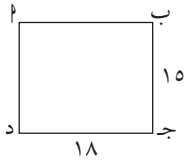
(أ)



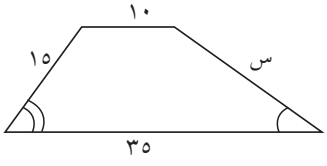

(ب)

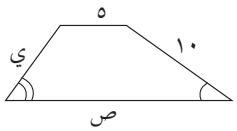



(٣) إذا كان المضلعان متشابهين، فاحسب س، ص، ي في الحالات التالية:

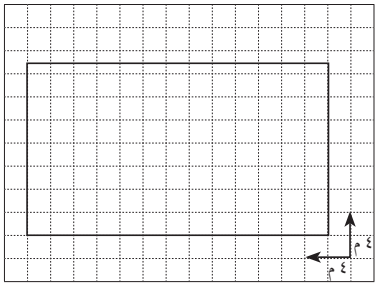
(أ)



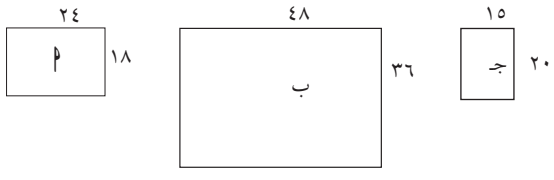




(٤) أراد محلّ تصوير تكبير بطاقة على شكل مستطيل ٤ سم × ٨ سم بحيث يكون أقصى طول لها ٣٦ سم. ما أكبر عرض للبطاقة المكبرة؟

(٥) أبعاد ملعب كرة السلة هي ٢٦٠٠ × ١٥٠٠ سم. اختر مقياس رسم، وارسم شكلًا يمثل ملعب كرة السلة بمقياس الرسم الذي اخترته.

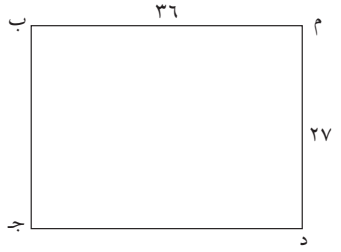



(٦) أي المستطيلات التالية هو مشابه للمستطيل أب جـ د؟




(أ) أ.　　(ب) ب.　　(جـ) أ، ب.

(د) أ، جـ.　　(هـ) أ، ب، جـ



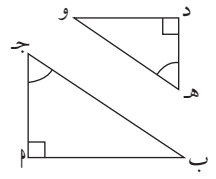
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# تشابه المثلثات
# Similar Triangles

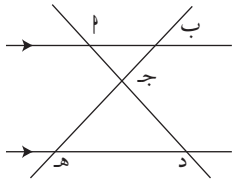
## المجموعة ١ تمارين أساسية

**(١)** بيِّن سبب تشابه كلّ مثلثين، واكتب النظرية التي استخدمتها.

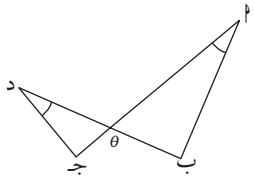
**(أ)**




**(ب)**

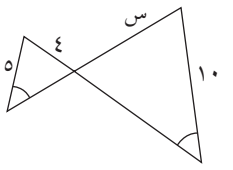



**(جـ)**

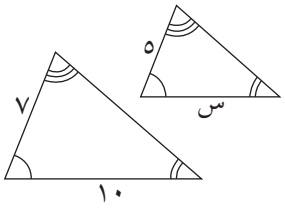



**(٢)** استخدم التشابه لإيجاد قيمة س.

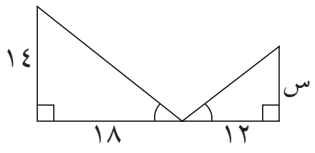
**(أ)**



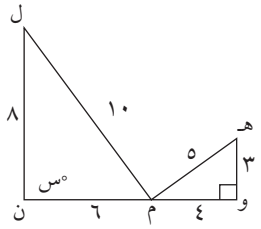

**(ب)**



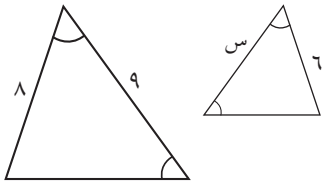

**(جـ)**




**(٣)** بيِّن سبب تشابه كل مثلثين، ثم أوجد قيمة س.



(٤) في الشكل المقابل قيمة س تساوي: _____




(أ) $٥\frac{١}{٣}$ (ب) ٦

(جـ) ٦,٧٥ (د) ٧

(٥) **التفكير الناقد:**

(أ) هل كل مثلثين متساويي الساقين متشابهان؟ فسِّر.

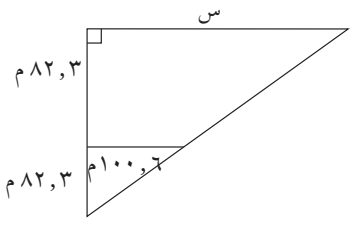
_____

(ب) هل كل مثلثين قائمي الزاوية متساويي الساقين متشابهان؟ فسِّر.

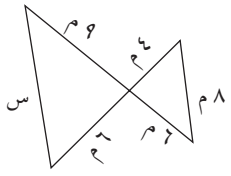
_____

(٦) **قياس غير مباشر**: أوجد المسافة في كل من الحالات التالية:

(أ)

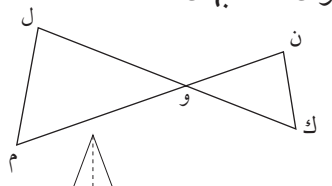



(ب)



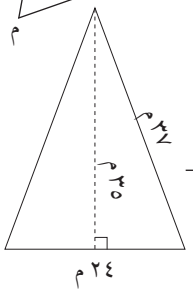

_____ _____

(٧) في الشكل المقابل، إذا كانت ل و × و ك = و م × و ن أثبت أن المثلثين ل و م، ك و ن متشابهان.




_____

(٨) أوجد محيط المثلث في الشكل ومساحته.

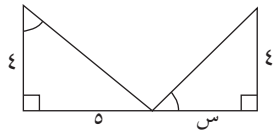



_____

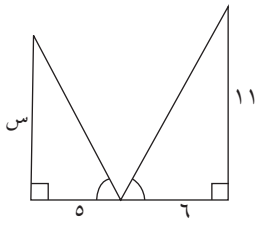
## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**(١)** استخدم التشابه لإيجاد قيمة س.

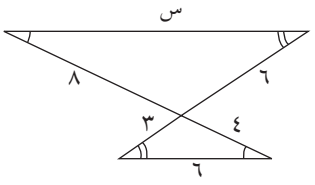
**(أ)**




**(ب)**

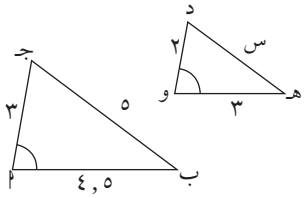



**(جـ)**

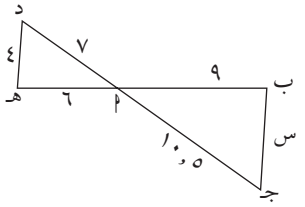



**(٢)** بيِّن سبب تشابه كل مثلثين، ثم أوجد قيمة س.

**(أ)**



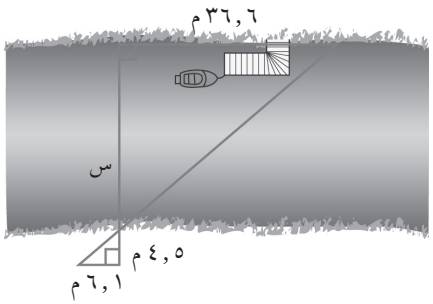

**(ب)**



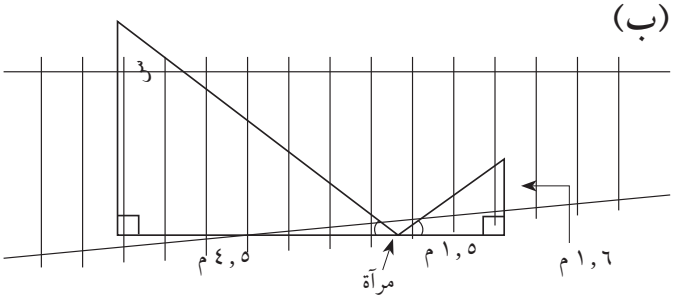

**(٣)** ارسم مثلثًا أب جـ. استخدم المسطرة والفرجار لإنشاء المثلث م ك ل بحيث يكون: Δ م ك ل ~ Δ أ ب جـ نسبة التشابه ٣: ١.

**(٤)** **قياس غير مباشر**: أوجد المسافة في كل من الحالات التالية:

**(أ)**




**(ب)**



**هل تعلم؟**

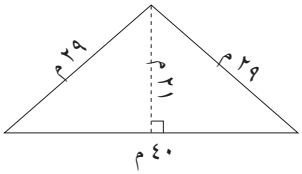
سيدة ألمانية تدعى هانالور من فرانكفورت أوقفت العمل في إقامة مبنى ليكون أطول ناطحة سحاب في أوروبا، لأن شقتها في هذه الحالة لن تدخلها أشعة الشمس. ولكي توقف البناء استندت إلى قانون ألماني ينص على أن كل مالك مسكن له الحق في أشعة الشمس. عرض على هذه السيدة ٦ , ١ مليون دولار لتسحب قضيتها من المحكمة ولكنها رفضت. كانت ناطحة السحاب هذه ستكلف حوالى ٤٠٠ مليون دولار وستقام في موقع على بعد ٦٠ م فقط من شقة السيدة وكان سيرتفع ٢٦٥ م.

**أجب عن الأسئلة التالية مستفيدًا من الفقرة السابقة:**

**(٥)** اشرح كيف يمكن للسيدة الألمانية أن تستخدم القياس غير المباشر لتقدير طول ظل ناطحة السحاب عند لحظة معينة من النهار.

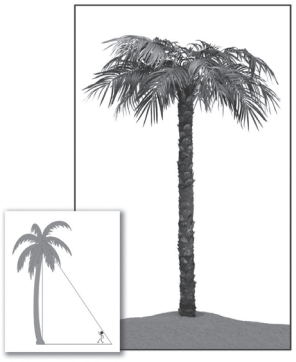
**(٦)** بفرض أن طول هذه السيدة ٧٥ , ١ م. عندما يكون طول ظلها مترًا واحدًا، كم سيكون طول ظل ناطحة السحاب؟

**(٧)** أوجد محيط المثلث في الشكل ومساحته.




**(٨) فكّر**: هل يمكنك استنتاج أن المثلثين اللذين لهما المحيط نفسه والمساحة نفسها يكونان متشابهين؟ فسر إجابتك. (يمكن العودة إلى رقم (٨) من المجموعة أ ورقم (٧) من المجموعة ب)

**(٩)** بفرض أن شخصًا طوله ١٨٠ سم يقف بطريقة تنطبق فيها نقطة طرف ظله على نقطة طرف ظل الشجرة. إذا كان الشخص يبعد ١٢٠ سم عند ملتقى طرفي الظلين وعلى بعد ٢ , ٧ م من قاعدة الشجرة، فأوجد طول الشجرة.



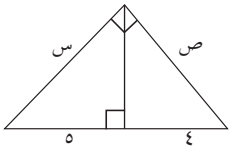
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# التشابه في المثلثات قائمة الزاوية
# Similarity in Right Triangles

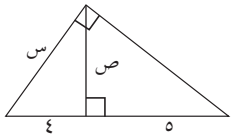
## المجموعة ١ تمارين أساسية

**(١)** أوجد قيمة كل من س، ص.

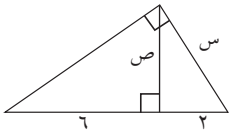
**(أ)**




**(ب)**

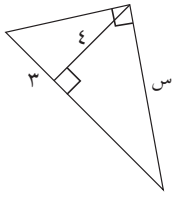



**(جـ)**

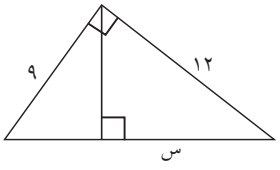



**(٢)** أوجد قيمة س.

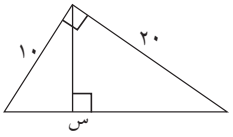
**(أ)**



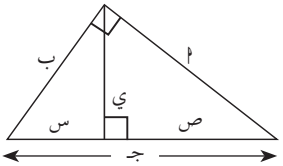

**(ب)**




**(جـ)**




**(٣)** أكمل التناسبات التالية مستعينًا بالشكل:




**(أ)** $\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{ي}}{\text{ص}}$

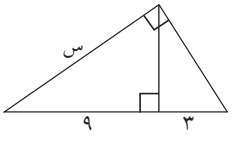
**(ب)** $\frac{\text{ص}}{\text{ي}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

**(جـ)** $\frac{\text{أ}}{\text{أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب}}$

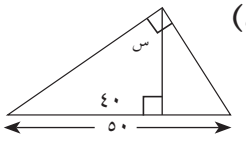
**(د)** $\frac{\text{ي}}{\text{أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}}$

**(٤)** احسب س لأبسط شكل بحسب المعطيات في كل شكل:

**(أ)**




**(ب)**



(٥) (أ) إذا كان العمود «ع» المرسوم من رأس القائمة إلى الوتر في مثلث قائم الزاوية يقسم الوتر إلى قطعتين طولهما ٢ سم، ٨ سم. أوجد ع.

---

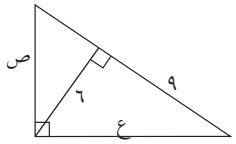
(ب) استخدم قيمة ع التي أوجدتها، والطولين في رسم المثلث القائم الزاوية بدقة.

(٦) إذا كان العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في المثلث قائم الزاوية يقسم الوتر إلى قطعتين النسبة بين طوليهما ١:٢، وإذا كان طول العمود يساوي $٢\sqrt{٧٤}$ ، فأوجد طول الوتر، ثم أوجد طولي الضلعين الآخرين للمثلث.

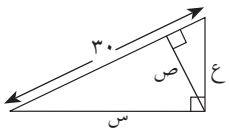
---

(٧) أوجد قيم س، ص، ع في أبسط شكل في كل من الحالات التالية:

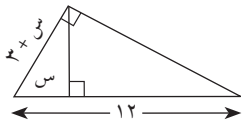
(أ)



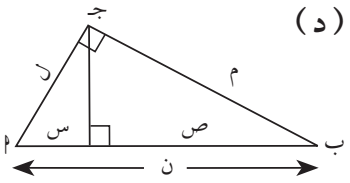

(ب)




(جـ)




(د)



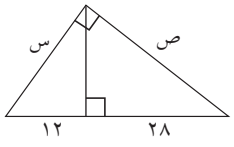

(٨) أب جـ مثلث ثلاثيني ستيني. إذا كان طول أقصر ضلع فيه يساوي ١٠ سم، فأوجد طول العمود المرسوم من رأس القائمة إلى الوتر.

---

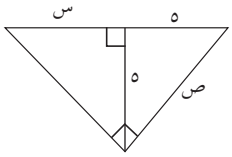
## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**(١)** أوجد قيمة كل من س، ص.

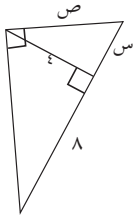
**(أ)**




**(ب)**

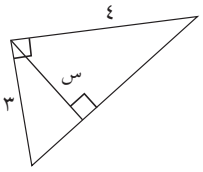



**(جـ)**

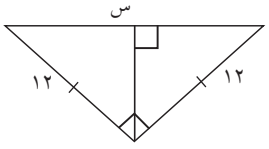



**(٢)** أوجد قيم المتغيرات.

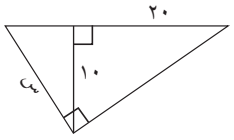
**(أ)**



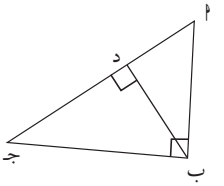

**(ب)**




**(جـ)**



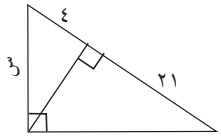

**(٤)** انظر إلى الشكل وأكمل:



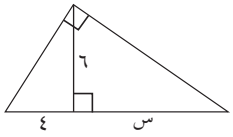

**Δ** ~ **Δ** ~ **Δ** أب جـ.

**(٥)** احسب س لأبسط شكل بحسب المعطيات في كل شكل:

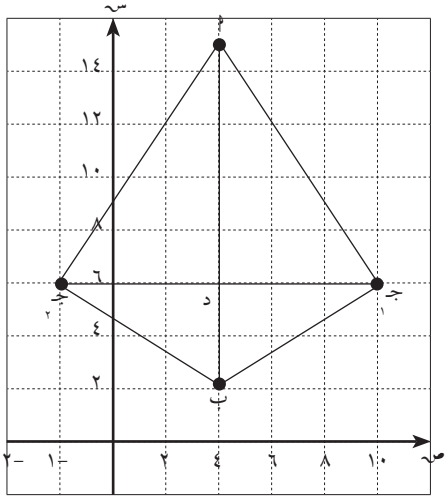
**(أ)**



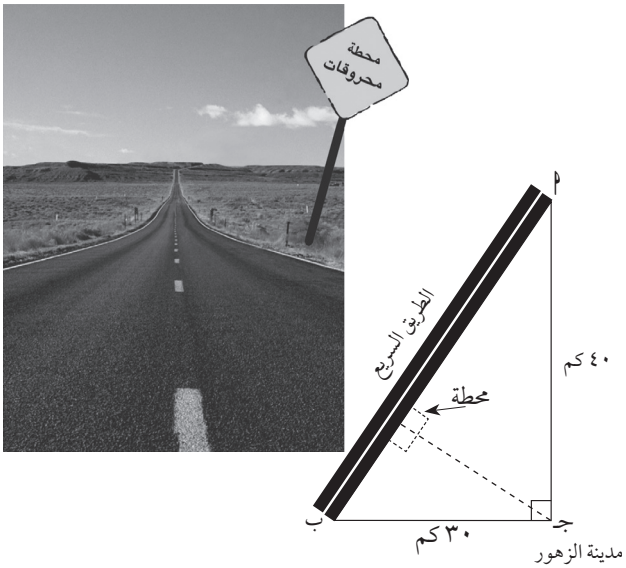

**(ب)**




**(٦) هندسة إحداثية:** إذا كان $\overline{\text{جـ د}}$ هو العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في المثلث قائم الزاوية أب جـ، وكانت إحداثيات النقاط: ب، د، أ هي على الترتيب: (٤، ٢)، (٤، ٦)، (٤، ١٥)، فأوجد كل الإحداثيات الممكنة للنقطة جـ.

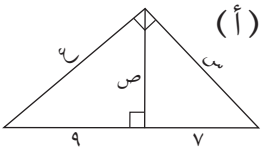


(٧) **هندسة مدنية:** الخريطة التي في الشكل، تبيّن محطة خدمة للمحروقات يراد إقامتها على الطريق السريع عند تقاطع مع طريق جانبي يؤدي إلى مدينة الزهور. كم ينبغي أن تبعد المحطة عن المدينة ب إذا أردنا أن يكون الطريق من مدينة الزهور عموديًّا على الطريق السريع بفرض أن: $\overline{أجـ} \perp \overline{ب جـ}$؟

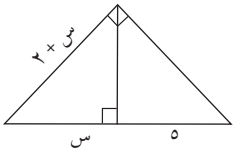



(٨) أوجد قيم س، ص، ع في أبسط شكل في كل من الحالات التالية:

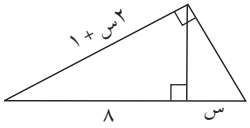
(أ)




(ب)




(جـ)




(٩) أثبت نظرية فيتاغورث من النظرية (١).

(١٠) **التفكير الناقد:** تعتقد الطالبة زكية أنها اكتشفت قيمة جديدة لنظريات التشابه وهي: ناتج ضرب طولي ضلعي القائمة في المثلث قائم الزاوية يساوي ناتج ضرب طول الوتر في طول العمود المرسوم من رأس القائمة إلى الوتر. ارسم شكلًا يوضح هذه النتيجة واكتب المعطيات. هل، برأيك، ما توصلت إليه زكية صحيح؟ فسِّر إجابتك.

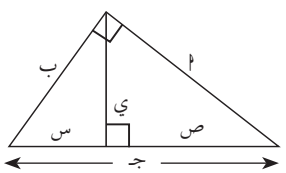
(١١) أكمل التناسبات التالية مستعينًا بالشكل:

(أ) $\frac{أ}{جـ} = \frac{ص}{\quad}$

(ب) $\frac{ي}{س} = \frac{\quad}{ي}$

(جـ) $\frac{ب}{\quad} = \frac{\quad}{ب}$

(د) $\frac{ي}{أ} = \frac{\quad}{ب}$



# التناسبات والمثلثات المتشابهة
# Proportions and Similar Triangles

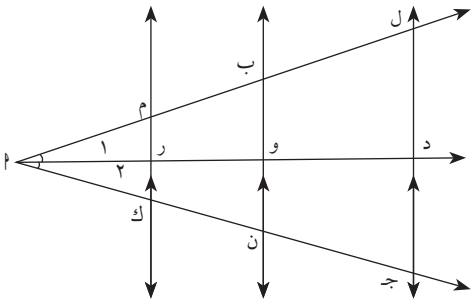
## المجموعة ١ تمارين أساسية

**(١)** أكمل بحسب الشكل المبيّن علمًا بأن: ق(∠أ) = ق(∠ب).

(أ) $\frac{\text{جـ ك}}{\text{أ م}} = \frac{\text{م ل}}{\text{}}$

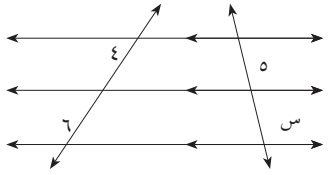
(ب) $\frac{\text{ن جـ}}{\text{ب ل}} = \frac{\text{ك ن}}{\text{}}$

(جـ) $\frac{\text{أ جـ}}{\text{جـ د}} = \frac{\text{}}{\text{د ل}}$

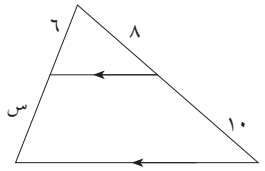



**(٢)** أوجد قيمة س.

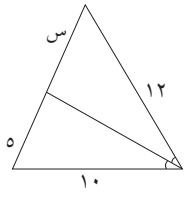
(أ)




(ب)




(جـ)




**(٣)** طولا ضلعي مثلث قائم الزاوية ٦٠ سم، ٨٠ سم. أوجد طولي القطعتين اللتين ينقسم إليهما الوتر بمنصف الزاوية القائمة.

**(٤)** **اختبر نفسك**: في أحد المثلثات، يقسم منصف إحدى زوايا الضلع المقابل لها إلى قطعتين طولهما ٦ سم، ٩ سم. أي من الأطوال التالية يمثل طولي الضلعين الآخرين لهذا المثلث بالسنتيمرات؟

(أ) ٤، ٦ (ب) ٢٠، ٣٠ (جـ) ١٢، ١٨ (د) ٦، ١٥

(١) (أ) فقط (٢) (ب) فقط (٣) (أ)، (ب)، (جـ)

(٤) (أ)، (ب)، (جـ)، (د) (٥) (ب)، (جـ)

(٥) رسم كريم المثلث أ ب جـ فوجد أن منصف الزواية جـ ينصف الضلع المقابل لهذه الزواية.

(أ) ارسم مثلثًا له مواصفات مثلث كريم نفسه.

(ب) ما نوع هذا المثلث؟ فسر إجابتك.

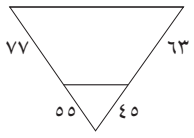
---

(٦) منصف إحدى زوايا مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين طولهما ٥ سم، ٣ سم. إذا كان طول أحد ضلعي المثلث يساوي ٥ , ٧ سم فأوجد كل الأطوال الممكنة للضلع الآخر.

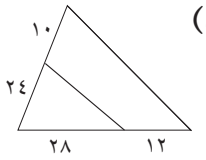
---

(٧) استخدم عكس نظرية المستقيم الموازي لأحد أضلاع المثلث لتحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين.

(أ)

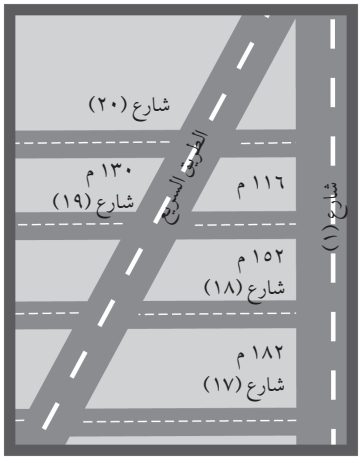



(ب)




## المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) في إحدى المدن الجديدة، الشوارع أرقام: ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠ متوازية وتقطع الشارع رقم ١ والطريق السريع كما في الشكل:

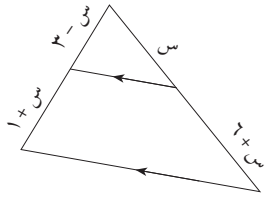



(أ) ما طول الطريق السريع الذي يقع بين الشارعين (١٨)، (١٩)؟

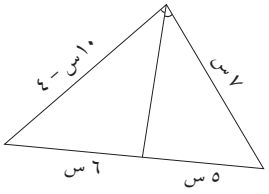
(ب) ما طول الطريق السريع الذي يقع بين الشارعين (١٧)، (١٨)؟

(٦) أوجد قيمة س.

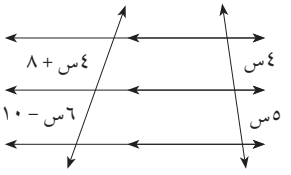
(أ)



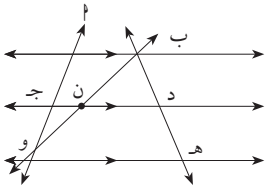

(ب)




(جـ)



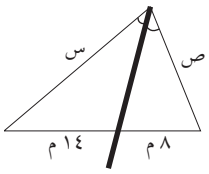
(٨) أثبت صحة النتيجة التالية: (مستخدمًا نظرية المستقيم الموازي لقاعدة المثلث).




حيث: $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـ د} // \overleftrightarrow{وهـ}$ ، **أثبت أنّ** $\frac{أجـ}{جـ و} = \frac{ب د}{دهـ}$.

**إرشاد:** ارسم $\overleftrightarrow{ب و}$ يقطع $\overleftrightarrow{جـ د}$ في نقطة ن.

(٩) **مساح الأراضي**: قطعة أرض على شكل مثلث محيطها ٨٠ م.



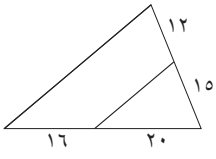

إذا كان شريط المساح (الذي يقيس الأرض) ينصف إحدى زوايا المثلث كما في الشكل.

فأوجد طولي الضلعين: س، ص.

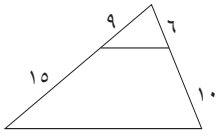
(**إرشاد**: يمكنك استخدام معادلات آنية).

(١٠) استخدم عكس نظرية المستقيم الموازي لأحد أضلاع المثلث لتحديد ما إذا كان المستقيمان الملونان متوازيين.

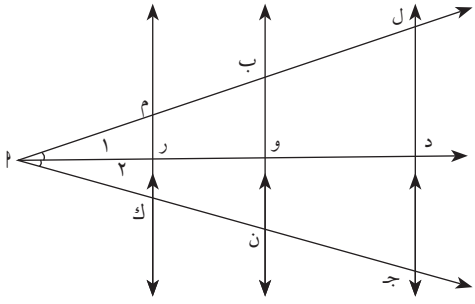
(أ)




(ب)




(١) أكمل بحسب الشكل المبيّن علمًا بأن: ق(أ̂) = ق(٢̂).




(أ) $\frac{أم}{م ب} = \frac{أك}{\quad}$

(ب) $\frac{ب و}{أب} = \frac{ون}{\quad}$

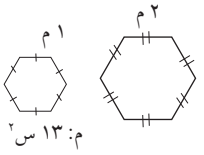
(جـ) $\frac{أل}{أب} = \frac{أجـ}{\quad}$

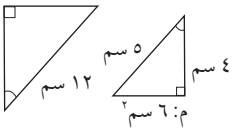
# العلاقة بين محيطي شكلين متشابهين ومساحتيهما

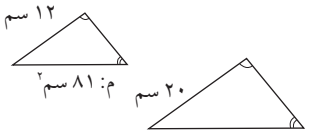
# The Relation between Perimeters and Areas of Two Similar Figures

## المجموعة أ تمارين أساسية

**(١)** في كل من أزواج الأشكال المبينة المتشابهة، أوجد مساحة الشكل الأكبر بدلالة مساحة الشكل الأصغر المعطاة (م).

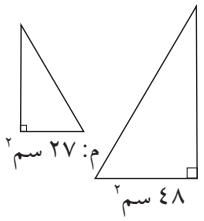
(أ) 

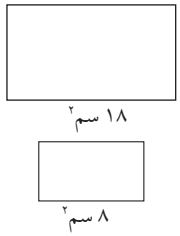

(ب) 

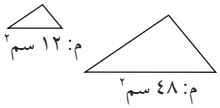

(جـ) 


_____ _____ _____

**(٢)** في كل من أزواج الأشكال المتشابهة التالية، أوجد النسبة بين محيطيهما.

(أ) 


(ب) 


(جـ) 


_____ _____ _____

**(٣)** حديقة بعداها: ١٠ م، و١٢ م، تحتاج إلى ٦٠ م$^{٣}$ من الماء لريها، فما كمية المياه التي تحتاج إليها لري حديقة بعداها: ٣٠ م، و٣٦ م بالطريقة نفسها؟

_____

**(٤)** في العام الماضي، جنى فلاح ٢٠ كجم من الطماطم من حوض بعداه: ٤ م، و٨ م. إذا كان بعدا حوض ٢ م، ٤ م، فما الكمية المتوقعة لجني كمية من الطماطم من هذا الحوض؟

_____

**(٥)** إذا كانت مساحتا مثلثين متشابهين هما: ٥٠ سم$^{٢}$، ٩٨ سم$^{٢}$، فأوجد النسبة بين محيطيهما.

_____

(٦) أوجد نسبة التشابه في كلّ من التالي:

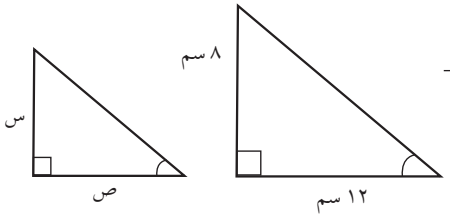
(أ) دائرتان مساحتهما: ٢π سم$^{٢}$ ، ٢٠٠ π سم$^{٢}$.

(ب) مضلعان ثمانيان متشابهان مساحتهما: ٤ م$^{٢}$، ١٦ م$^{٢}$.

(جـ) مثلثان متشابهان مساحتهما: ٨٠ سم$^{٢}$، ٢٠ سم$^{٢}$.

(د) شبها منحرف متشابهان مساحتهما: ٤٩ سم$^{٢}$، ٩ سم$^{٢}$.

(٧) في الشكل المبيّن مساحة المثلث الأصغر تساوي ١٢ سم$^{٢}$. أوجد س، ص علمًا بأن المثلثين متشابهان.

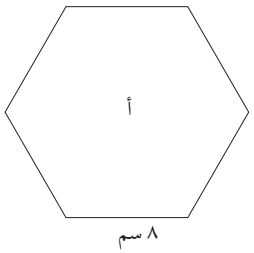



(٨) سوف يزداد عدد الطلاب في إحدى المدارس من ٢٠٠ طالب إلى ٣٩٥ طالبا.
قررت إدارة المدرسة زيادة مساحة فناء المدرسة (على شكل مستطيل) من ٣٠ م × ٦٠ إلى ٦٠ م × ١٢٠. وضح للإدارة ما إذا كانت مساحة الفناء الجديدة ستتسع لعدد الطلاب الإضافي أم لا.

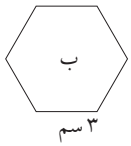
(٩) (أ) أوجد مساحة سداسي منتظم طول ضلعه ٢ سم (أبق على الجذر التربيعي في الإجابة).

(ب) استخدم الإجابة (أ)، ونسبة مساحات المضلعات المتشابهة لإيجاد مساحات المضلعات السداسية المنتظمة.

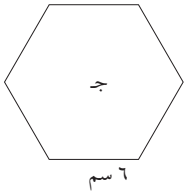
(أ)




(ب)



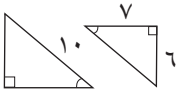

(جـ)



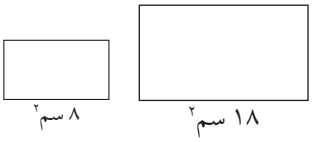
## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**(١)** في كل من أزواج الأشكال المتشابهة، أوجد النسبة بين محيطي الشكلين، وكذلك النسبة بين مساحتيهما.

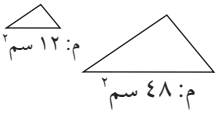
**(أ)**



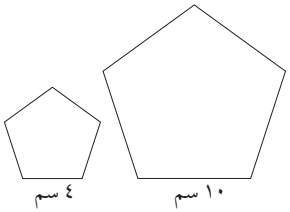

**(ب)**




**(جـ)**




**(٢)** في الشكل مضلعان خماسيان منتظمان (لاحظ أنهما متشابهان). إذا كانت المضلع الأصغر ٥ , ٢٧ سم٢ تقريبًا. فاحسب مساحة المضلع الأكبر.



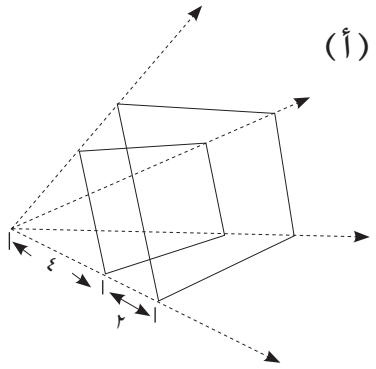

**(٣) خدمة البيئة:** في عطلة الصيف الماضي، قامت مجموعة من طلاب المدرسة الثانوية بزراعة قطعة أرض في منطقة مستصلحة للزراعة فأنتجت ١٢ طنًّا من الخضراوات، استخدموا أرباحها في أعمال خيرية. وبسبب نجاحهم منحتهم هيئة استصلاح الأراضي في عطلة صيف العام التالي قطعة أرض مشابهة، أبعادها ٥ , ٢ من المرات من أبعاد القطعة الأولى. كم طنًّا من المتوقع أن يجنيها هؤلاء الطلاب إذا جرت الزراعة في الظروف السابقة نفسها؟

**(٤)** إذا كانت النسبة بين مساحتي لوحين متشابهين من الزجاج هي ٣:٥ وكان سعر اللوح الأصغر ١٠ دنانير، فما سعر اللوح الأكبر؟

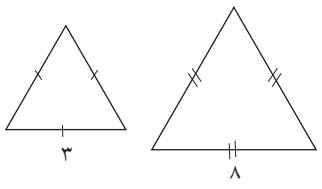
**(٥)** ارسم مربعًا مساحته ٩ سم٢، ثم ارسم مربعًا مساحته أربعة أمثال مساحة المربع الأول. أوجد نسبة محيطي المربعين.

(٦) أوجد النسبة بين المحيطين والنسبة بين المساحتين في كل من أزواج الأشكال المتشابهة التالية:

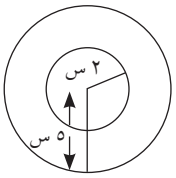
(أ)




(ب)



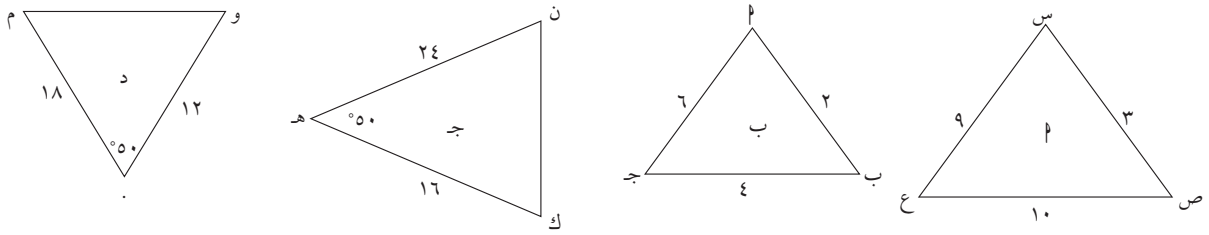

(جـ)




(٧) صالة ألعاب مستطيلة أبعادها ١٢ × ٩ من الأمتار. تمت تغطية أرضيتها بالخشب فكلفت ٨٥٠ دينارًا. ما كلفة تغطية أرضية صالة أكبر بنوع الخشب نفسه وبالأسعار نفسها إذا كانت أبعادها ١٦ × ١٢ من الأمتار؟

# اختبار الوحدة الثالثة

**(١)** أي زوج من المثلثات متشابه؟



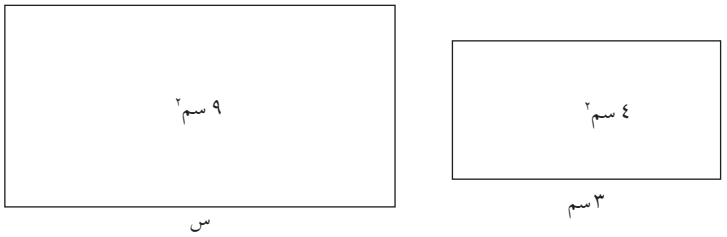

**(أ)** أ، ب **(ب)** جـ، د **(جـ)** ب، د **(د)** أ، جـ

**(٢)** إذا نصفت زاوية أ بالمنصف $\overleftrightarrow{أد}$ في Δأب د، فأيّ من التناسبات التالية صحيح؟

**(أ)** $\frac{أب}{جـ د} = \frac{أجـ}{ب د}$ **(ب)** $\frac{أب}{ب جـ} = \frac{أجـ}{جـ د}$ **(جـ)** $\frac{أب}{ب جـ} = \frac{أد}{أجـ}$

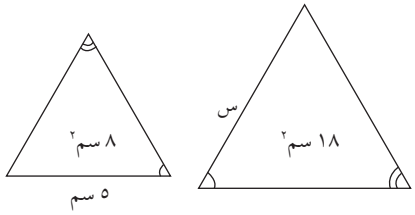
**(د)** $\frac{أب}{أجـ} = \frac{ب د}{جـ د}$ **(هـ)** $\frac{أد}{ب د} = \frac{جـ د}{أب}$

**(٣)** اختر القيمة الصحيحة للمجهول س:




**(أ)** ٤ سم **(ب)** ٥ سم **(جـ)** $\frac{٩}{٢}$ سم **(د)** $\frac{٩}{٤}$ سم

**(أ)**




**(أ)** ٧ سم **(ب)** ٨ سم **(جـ)** $\frac{١٥}{٢}$ سم **(د)** $\frac{١٥}{٤}$ سم

**(ب)**

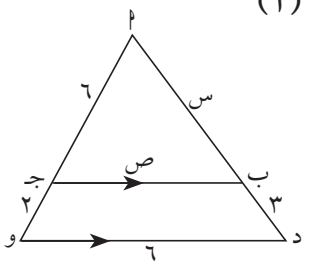
(٤) تساوي المساحة الجانبية لكل من أسطوانتين متشابهتين ١٩٦π سم٢، ٣٢٤π سم٢. ويبلغ حجم الأسطوانة الصغرى ٦٨٦π سم٣.

(أ) إذا افترضنا أن نصف قطر قاعدة الأسطوانة الصغرى هو ا، ونصف قطر الأسطوانة الكبرى هو ب، فأوجد $\frac{ا}{ب}$.

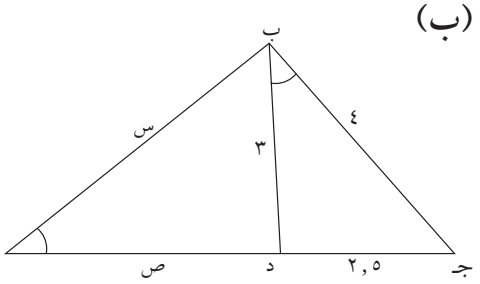
(ب) أوجد حجم الأسطوانة الكبرى.

(٥) أوجد س، ص.

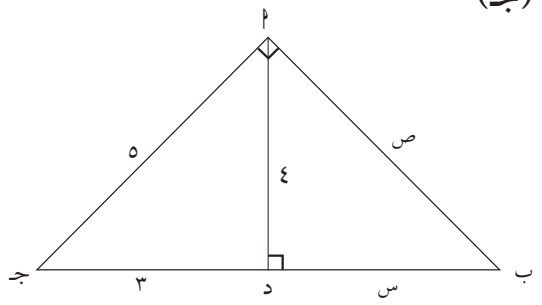
(أ)




(ب)



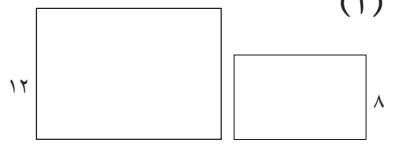

(جـ)



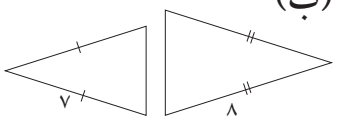

(٦) صف شيئا يصعب قياس ارتفاعه بطريقة مباشرة. ثم صف طريقة لقياس هذا الارتفاع بطريقة تستخدم فيها تشابه المثلثات.

(٧) أوجد النسبة بين مساحتي الشكلين المتشابهين في كل مما يلي:

(أ)

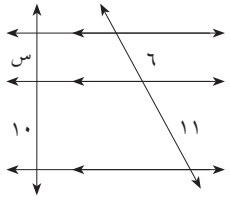



(ب)

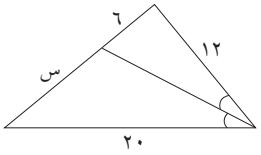



(٨) أوجد س.

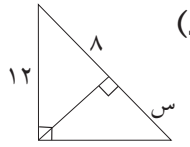
(أ)



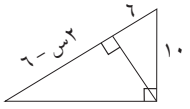

(ب)




(جـ)




(د)



التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# النسبة والتناسب
# Ratio and Proportion

## المجموعة أ تمارين أساسية

(١) إذا كان (٥س - ١): (س + ٤) = ٤:٥، أوجد س.

(٢) ما العدد الذي يطرح من حدي النسبة ٢٣:٤٣ ليكون الناتج مساويًا للنسبة $\frac{١}{٣}$ ؟

(٣) أوجد قيمة الرابع المتناسب لكل مما يلي: ١، ٣، ٩.

(٤) أكمل الحد الناقص لتكون الأعداد الأربعة متناسبة: ٤، ٧، ... ، ٣٥.

(٥) إذا كان $\frac{أ + ٢ب}{٩أ - ب} = \frac{٥}{٧}$ ، أوجد أ:ب

(٦) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$ ، بيّن أي العبارات الآتية صحيحة، وأيها خطأ مع ذكر السبب.

(أ) ٤أ = ٣ب

(ب) $\frac{٤}{ب} = \frac{ب}{أ}$

(جـ) أب = ٣ × ٤

(د) $\frac{أ + ب}{ب} = \frac{٣ + ٤}{٤}$

(٧) أوجد س إذا كان $\frac{س}{١٠} = \frac{١٥}{٢٢}$ .

(٨) إذا كان ا، ب، جـ، د متناسبة أثبت أن: $\frac{٧ا + ٢جـ}{٧ب + ٢د} = \frac{ا - ٤جـ}{ب - ٤د}$ .

(٩) إذا كانت ا، ب، جـ تكون تناسبًا (متسلسلًا) أثبت أن: $\frac{ا + ٢ب}{ب + ٢جـ} = \frac{ا - ب}{ب - جـ}$ .

(١٠) **تفكير ناقد:** أي من أزواج النسب التالية لا تكوّن تناسبًا؟

(أ) $\frac{٦}{٨}$ ، $\frac{١٥}{٢٠}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٩}{١٢}$

(جـ) $-\frac{٠,٤}{٠,٥}$ ، $-\frac{٠,١٢}{٠,١٥}$ (د) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٢٠}{٢٤}$

(١١) (أ) إذا كان قلب طائر الكناري يدق ١٢٠ دقة كل ١٢ ثانية، استخدم التناسب لإيجاد عدد دقات قلب الكناري في ٤٠ ثانية.

(ب) ابحث عن متوسط عدد دقات قلب الإنسان العادي في الدقيقة. حاول أن تقيس ذلك بنفسك ثم اسأل أحد الأطباء وقارن بين النتيجتين. احسب النسبة المئوية لإجابتك بالنسبة إلى ما يقوله الطبيب فيما يتعلق بعدد دقات قلب الإنسان.

(١٢) **الكتابة في الرياضيات:** اكتب مسألة من تأليفك يمكن أن تحلها باستخدام التناسب $\frac{س}{٩} = \frac{٢}{٥}$ ثم حل المسألة.

(١٣) **هندسة معماريّة:** رسم مخطط لأرضيّة حظيرة بمقياس رسم ٥ , ١ سم لكل ٦ م. فإذا كانت أبعاد المخطط في الرسم هي ٥ , ٢ سم × ٥ , ٣ سم، احسب الأبعاد الحقيقية لأرضيّة الحظيرة.

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) ما العدد الذي يضاف إلى حدي النسبة ٣٧:٧ ليكون الناتج مساويًا للنسبة $\frac{١}{٣}$ ؟

(٢) أوجد الرابع المتناسب لكل مما يلي:

(أ) ٥، ٨، ٢٠، ...

(ب) ٨، ١٣، ١٦، ...

(٣) أكمل الحد الناقص لتكون الأعداد الأربعة متناسبة.

(أ) ٧، ...، ٢١، ٢٤،

(ب) ...، ٥، ٢٠، ٢٥،

(٤) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$ ، بيّن أي العبارات الآتية صحيحة، وأيها خطأ مع ذكر السبب.

(أ) $٣أ = ٤ب$

(ب) $\frac{٤}{ب} = \frac{٣}{أ}$

(جـ) $\frac{أ + ٣}{٣} = \frac{ب + ٤}{٤}$ .

(٥) أوجد س إذا كان $\frac{س + ٧}{٧} = \frac{١٣}{٥}$ .

(٦) إذا كان أ، ب، جـ، د متناسبة أثبت أن: $\frac{أ + ٨ب}{جـ + ٨د} = \frac{٤أ + ب}{٤جـ + د}$ .

(٧) إذا كانت أ، ب، جـ تكون تناسبًا (متسلسلًا) أثبت أن: $\frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢ + جـ^٢} = \frac{أ}{جـ}$ .

# التغير الطردي
# Direct Variation

## المجموعة أ تمارين أساسية

**هل كل معادلة تمثل تغيرًا طرديًّا؟ إذا كان كذلك أوجد ثابت التغير.**

**(١)** ص = $\frac{٢}{٣}$ س _____

**(٢)** ٧س + ٤ص = ٢ _____

**(٣)** -س + ٢ص = ٠ _____

**(٤)** إذا كانت المسافة التي يقطعها شخص في رحلة تتناسب مع الزمن في حالة ثبوت السرعة وإذا كانت تلزمك ساعتان لقطع ١٠٠ كم.

(أ) اكتب المعادلة التي تمثل العلاقة بين المسافة والزمن. _____

(ب) احسب المسافة التي تقطعها بعد $\frac{١}{٢}$ ٣ ساعات. _____

**كل جدول يمثل العلاقة بين س، ص. اختبر ما إذا كانت العلاقة تمثل تغيّرًا طرديًّا أم لا. وإذا كانت تمثل فاكتب هذه العلاقة.**

**(٥)**

| س | ص |
|---|---|
| ٢ | ٦ |
| ٥ | ١٣,٥ |
| ٨ | ٢١ |

_____

**(٦)**

| س | ص |
|---|---|
| ٣ | ٥,٧ |
| ٥ | ٩,٥ |
| ٩ | ١٧,١ |

_____

**إذا كانت الأزواج المرتبة في كل تمرين تمثل تغيرًا طرديًّا أوجد س، ص:**

**(٧)** (٢، ١)، (٦، ص) _____

**(٨)** (٥، ص)، (١٥، ١٢) _____

**(٩)** (٨، ٢)، (س، -٣) _____

**(١٠)** (٢، ص)، (-٤، ١٤) _____

(١١) طبقًا لقانون شارل إذا كان حجم كمية محدودة من الغاز يتناسب طرديًّا مع درجة الحرارة بالكلفن عند ثبوت الضغط (ρ)؛ وإذا كان الحجم= ٢٥٠ مل عندما درجة الحرارة = ٣٠٠ ك.

(أ) أُكتب العلاقة بين الحجم ودرجة الحرارة. _____

(ب) أوجد الحجم إذا ازدادت درجة الحرارة إلى ٤٢٠ ك. _____

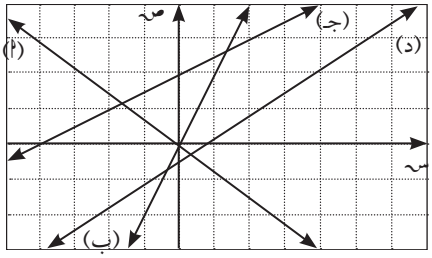
(١٢) إذا كانت شدة التيار في موصل تتغيّر عكسيًّا مع المقاومة لذلك الموصل، وإذا كانت شدة التيّار $\frac{١}{٣}$ أمبير عندما كانت المقاومة ٣٦٠ أوم أُكتب العلاقة بين شدة التيّار والمقاوم لذلك الموصل.

_____

(١٣) إذا كان حجم الأسطوانة الدائرية القائمة (حـ) يُعطى بالعلاقة حـ = π نـ$^{٢}$ ع، حيث (نـ) طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة، (ع) ارتفاعها فإذا كان حجم الأسطوانة: ٢٠π سم$^{٣}$، ارسم الشكل البياني الذي يمثل العلاقة بين (ع) كدالة في (نـ)، واستخدم الرسم في إيجاد (ع) عندما نـ = ٢ سم.

_____

(١٤) أي من المستقيمات في الرسم البياني المجاور يمثل تغيّرًا طرديًّا؟ علّل إجابتك




_____

(١٥) أي من المعادلات التالية تمثل تغيّرًا طرديًّا؟ أوجد ثابت التغير في حالة التغيّر الطردي.

(أ) ص = $\frac{٥}{٣}$ س _____

(ب) ص = ٤ − ٢س _____

(جـ) ص$^{٢}$ = ٣س _____

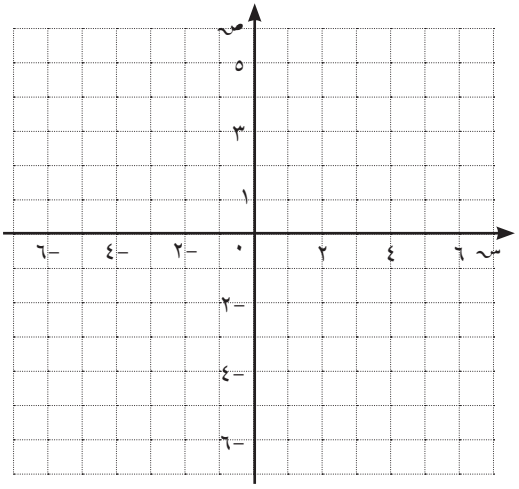
(د) ص = $\frac{-س}{٣}$ _____

(هـ) ٣س = ٥ص _____

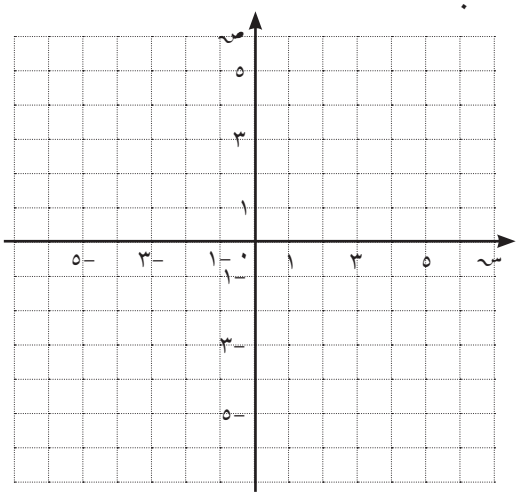
(١٦) **تفكير ناقد:** هل يمكن أن تقع النقطتان (٢، ٣)، (٤، ٦) على الرسم البياني للمعادلة التي تمثل التغير الطردي نفسه؟ اشرح إجابتك. _____

(١٧) ارسم الشكل البياني الذي يمثل علاقة التغير الطردي والذي يحتوي على النقطة المعطاة:

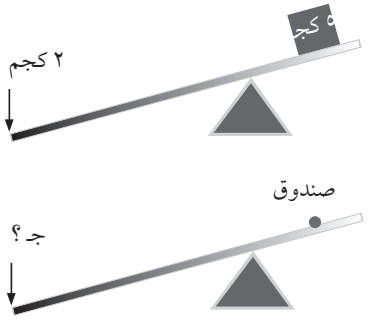
(أ) (-٢، ٥)




(ب) (٣، -٥)




(١٨) **الفيزياء**: يتغير الوزن الذي يمكن أن ترفعه الرافعة المبينة طرديًّا مع القوة المستخدمة. أوجد القوة التي تحتاج إليها لرفع صندوق وزنه ٤٠ كجم. _____




(١٩) **تفكير ناقد**: أوجد قيمة جـ التي تجعل العلاقة أس - ب ص = جـ علاقة تغير طردي. _____

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**هل كل معادلة تمثل تغيرًا طرديًّا؟ إذا كان كذلك أوجد ثابت التغير.**

**(١)** ٥س – ٢ص= ٠

**(٢)** ٦س – ٩ص = ٣

**(٣)** ٦س = ٩ص

**(٤)** إذا كانت لديك حديقة فيها أشجار من الرمان، وكان المبلغ الذي تربحه يتناسب طرديًّا مع عدد أشجار الرمان. وإذا كنت تحصل على ٣٦ دينارًا لجني محصول ٣ أشجار:

**(أ)** اكتب العلاقة بين الربح وعدد أشجار الرمان.

**(ب)** ما المبلغ الذي تربحه من جني ٩٠ شجرة.

**في التمرينين (٥، ٦)، كل جدول يمثل العلاقة بين س، ص. اختبر ما إذا كانت العلاقة تمثل تغيّرًا طرديًّا أم لا. وإذا كانت تمثل فاكتب هذه العلاقة.**

**(٥)**

| س | ص |
|---|---|
| ٤ | ٢ |
| ٨ | ٤ |
| ١٤ | ٧ |

**(٦)**

| س | ص |
|---|---|
| –٢ | –٥ |
| ٤ | ٤ |
| ٨ | ١٠ |

**في التمارين (٧–٩)، إذا كانت الأزواج المرتبة في كل تمرين تمثل تغيرًا طرديًّا أوجد س، ص:**

**(٧)** (٢، ١)، (س، ٣)

**(٨)** (س، ٢)، (٦، ٤)

**(٩)** (٣، ص)، (٦، –٨)

**(١٠)** إذا كانت درجتك في امتحان تتناسب مع عدد الأسئلة الصحيحة التي قمت بالإجابة عنها؛ وإذا حصلت على ٨٠ درجة في مادة الرياضيات وكنت قد أجبت عن ٢٠ سؤالًا:

**(أ)** أُكتب العلاقة بين الدرجة التي حصلت عليها وعدد الإجابات الصحيحة.

**(ب)** ما الدرجة التي تحصل عليها عند إجابتك عن ٢٤ سؤالًا؟

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# التغير العكسي
# Inverse Variation

## المجموعة أ تمارين أساسية

**في التمارين (١-٣)، أوجد ثابت التغير لكل من التغيرات العكسية التالية:**

(١) ن = ٦ عندما ب = ٩ _____

(٢) ص = ١٣ عندما س = ٧ _____

(٣) س = ٨ عندما ص = ٩,٥ _____

**في التمرينين (٤، ٥)، أوجد قيمة م لكي تدل أزواج النمط التالية في كل مسألة على تناسبات عكسية.**

(٤) (٥، ٨)، (٤، م) _____

(٥) (٤، ٨)، (م، ٢) _____

(٦) إذا كان حجم الغاز موجودًا في إناء يتناسب عكسيًّا مع الضغط، وكان الحجم = ٢٠ م$^{٣}$ عندما الضغط = ١ (جوي).

(أ) أوجد الحجم عندما يكون الضغط = ٤ _____

(ب) أوجد الحجم عندما: يكون الضغط م$^{٣}$ _____

**في التمارين (٧-٩)، في البيانات الموجودة في كل جدول، اختبر ما إذا كانت تمثل تغيّرًا طرديًّا أم تغيّرًا عكسيًّا. اُكتب المعادلة التي تمثّل نوع التغيّر.**

(٧)

| س | ص |
|---|---|
| ٢ | ٤ |
| ٤ | ٨ |
| ١٠ | ٢٠ |
| ١٢,٥ | ٢٥ |

_____

(٨)

| س | ص |
|---|---|
| ٠,٢ | ١٢ |
| ١ | ٢,٤ |
| ٣ | ٠,٨ |
| ١٠ | ٠,٢٤ |

_____

(٩)

| س | ص |
|---|---|
| ١ | ٤٠ |
| ٢ | ٢٠ |
| ٤ | ١٠ |
| ٥ | ٨ |

_____

(١٠) إذا كانت ل تتغير عكسيًّا مع مربع ز حيث ل = $\frac{٠,٥}{ز^{٢}}$ : ارسم شكلًا بيانيًّا يبيّن ل كدالة في (ز) ثم استخدم الرسم البياني لإيجاد ل عندما ز = ٠,٥ .

(١١) بيّن نوع التغير المناسب للموقف في كل من الحالات التالية ثم اكتب رقم المعادلة التي تمثله.

**المعادلات**

(أ) المبلغ الذي يأخذه كل شخص عند توزيع ١٠٠ دينار على عدة أشخاص بالتساوي. _____

(١) ص = ٥س

(ب) تكلفة شراء عدد من الأقلام علمًا أن ثمن القلم ٠,٢٠٠ دينار. _____

(٢) س ص = ٥

(جـ) أنت تمشي ٥ كم كل يوم. سرعتك في المشي والزمن يتغيران من يوم إلى يوم. _____

(٣) ص = $\frac{١٠٠}{س}$

(د) عدد من الأشخاص يشترون هدايا تذكارية سعر الواحدة ٥ دنانير. _____

(٤) ص = ٠,٢٠٠ س

(١٢) (أ) إذا أردت أن تكسب ٨٠ دينارًا، كم ساعة تعمل إذا كنت تكسب في الساعة: ٥ دنانير، ٨ دنانير، ١٠ دنانير؟

_____

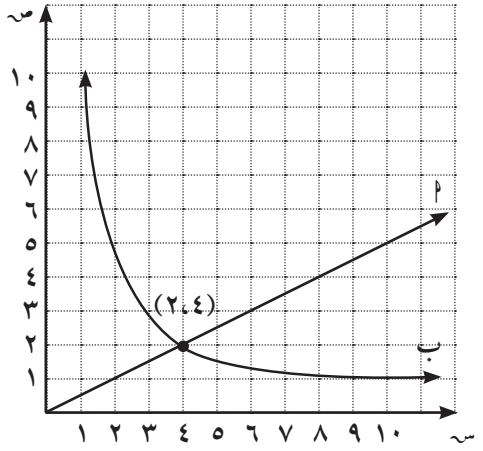
(ب) ما المتغير في (أ).

_____

(جـ) اكتب المعادلة التي تمثل هذا الموقف.

_____

(١٣) **تفكير ناقد:** الرسمان البيانيان (أ)، (ب) يمثلان تغيرًا طرديًّا وتغيّرًا عكسيًّا. اكتب معادلة كل من المتغيرين.




_____

_____

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**في التمرينين (١، ٢)، أوجد (ن) لكي تدل أزواج النمط التالية في كل مسألة على تناسبات عكسية.**

**(١)** (ن، ٧)، (٢، ١٤)

**(٢)** $\left(\frac{٣}{٤}\ ،\ ن\right)$، $\left(\frac{٢}{٣}\ ،\ ١٨\right)$

**اختبر ما إذا كانت البيانات تمثل تغيّرًا طرديًّا أم تغيّرًا عكسيًّا. أُكتب المعادلة التي تمثّل نوع التغيّر.**

**(٣)**

| س | ص |
|---|---|
| ١ | ٨ |
| ٢ | ٤ |
| ٤ | ٢ |
| ٨ | ١ |

**(٤)**

| س | ص |
|---|---|
| ٠,٠١ | ٩ |
| ٠,٩ | ٠,١ |
| ٠,١ | ٠,٩ |
| ٣ | ٠,٠٣ |

**(٥)**

| س | ص |
|---|---|
| ١٤,٤ | ١,٢ |
| ١٢ | ١ |
| ٩ | ٠,٧٥ |
| ٣,٦ | ٠,٣ |

**(٦)** أي التناسبات التالية تمثل تغيّرًا عكسيًّا؟

(أ) $\frac{س_٢}{ص_٢} = \frac{ص_١}{س_١}$

(ب) $\frac{س_١}{ص_٢} = \frac{ص_١}{س_٢}$

(جـ) $\frac{س_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{ص_١}$

**(٧)** الزمن اللازم لقطع مسافة معينة يتناسب عكسيًّا مع السرعة. بفرض أنك تستغرق $٢\frac{١}{٢}$ ساعة للسفر بين مدينتين عندما يكون متوسط سرعة السيارة ٩٠ كم/ س.

(أ) احسب ثابت التغير. ماذا يمثل هذا الثابت؟

(ب) كم من الزمن تستغرقه سيارة «ميكرو باص» لقطع المسافة نفسها إذا كان متوسط سرعتها ٧٥ كم/ ساعة.

**(٨)** خصصت قطعتا أرض لبناء مجمعين سكنيين لهما المساحة نفسها، كل منهما على شكل مستطيل. أبعاد القطعة الأولى ٤٢ × ٣٥ م. إذا كان طول القطعة الثانية ٥٢,٥ م. فاحسب عرضها.

**(٩)** إذا كان فريق من ٤ عمال يمكنهم طلاء صفوف المدرسة في ٦ أيام كم يومًا يلزم للقيام بالعمل نفسه إذا كان الفريق مكونًا من ٦ عمّال؟

# اختبار الوحدة الرابعة

**اختر الإجابة الصحيحة.**

(١) إذا كان ٢س − ٥ص = ٠ فإن $\frac{س}{ص}$ تساوي

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٢}$ _____

(٢) إذا كان $\frac{س}{ص}$ = ٧ فإن س + ٧ص تساوي

(أ) ٧ س (ب) ٨س (جـ) ٢س (د) لا شيء مما سبق _____

(٣) إذا كان أ ∝ ب، $\frac{١}{جـ}$ ∝ ب فإن جـ تساوي

(أ) $\frac{\text{مقدار ثابت}}{أ}$ (ب) أ × مقدار ثابت

(جـ) ب × مقدار ثابت (د) $\frac{\text{مقدار ثابت}}{أب}$ _____

(٤) إذا كان $\frac{س}{٨}$ = $\frac{١}{ص}$ فإن إحدى الإجابات الصحيحة هي:

(أ) س = $\frac{١}{٤}$ ، ص = $\frac{١}{٢}$ (ب) س = ٢، ص = −٤

(جـ) س = ٢، ص = ٤ (د) س = −١، ص = ٨ _____

(٥) إذا كان ٦، ٩، س، ١٥ في تناسب فإن س تساوي

(أ) ٣٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٠ _____

(٦) العدد الذي إذا طرح من كل من الأعداد ١٦، ١٠، ١١، ٧ بالترتيب نفسه صارت متناسبة هو:

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١ _____

(٧) إذا كانت ٤٢ب، س، ٧ب، ٢أ أربع كميات متناسبة فإن س تساوي

(أ) ١٤أ (ب) $\frac{١}{٣}$ أ (جـ) ٣أ (د) ١٢أ _____

(٨) إذا كانت ٢٠، س، ٣٢ في تناسب متسلسل فإن س تساوي

(أ) $\pm\sqrt{٢٧٠١}$ (ب) $\pm\sqrt{٤٧٠١}$ (جـ) $\pm\sqrt{٨٧٠١}$ (د) $\pm\frac{١}{\sqrt{٨٧٠١}}$ _____

(٩) إذا كانت $\frac{س}{٢ص}$ = $\frac{٣}{٥}$ فإن $\frac{س + ٢ص}{٢س - ص}$ تساوي

(أ) $\frac{١٥}{٩}$ (ب) $\frac{١٦}{٧}$ (جـ) $\frac{٧}{١٦}$ (د) $\frac{٩}{١٥}$ _____

(١٠) إذا كان ٢س$^{٢}$ − ٧س ص + ٣ص$^{٢}$ = ٠ حيث ص، س موجبان فإن $\frac{س}{ص}$ تساوي:

(أ) $\frac{٣}{١}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{-٣}{١}$ (د) $\frac{-١}{٣}$

(١١) الوسط المتناسب بين ٤أ$^{٢}$ ب$^{٣}$، ٩أ$^{٤}$ ب يساوي:

(أ) ±٦أ$^{٣}$ب$^{٢}$ (ب) ±٦أ$^{٢}$ب$^{٢}$ (جـ) ±٦أب (د) ±٦أ$^{٢}$ب

(١٢) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإن $\frac{أ + ب}{ب}$ تساوي:

(أ) $\frac{أ + جـ}{ب + جـ}$ (ب) $\frac{جـ + د}{ب}$ (جـ) $\frac{أ + جـ}{ب}$ (د) $\frac{جـ + د}{د}$

(١٣) إذا كان ص ∝ $\frac{١}{س}$ ، ص = ٥ عندما س = ١٠ فإن س ص تساوي:

(أ) ١٠٠ (ب) ٢٥٠ (جـ) ٥٠ (د) ١٥٠

(١٤) إذا كان $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ فإن $\frac{س + ص}{٢ص}$ تساوي:

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٦}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

(١٥) إذا كان أ، ٣س، ٢ب، ٤س في تناسب فإن $\frac{أ}{ب}$ تساوي:

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

(١٦) الرابع المتناسب للمقادير (أ + ب)$^{٢}$، (أ$^{٢}$ − ب$^{٢}$)، (أ − ب) يساوي:

(أ) $\frac{ب - أ}{(أ + ب)^{٢}}$ (ب) $\frac{٢(ب - أ)}{أ + ب}$ (جـ) $\frac{(أ + ب)^{٢}}{أ - ب}$ (د) $\frac{(أ - ب)^{٢}}{أ + ب}$

(١٧) إذا كان ص = $\frac{٥}{س}$ فإن:

(أ) ص ∝ $\frac{١}{س^{٢}}$ (ب) ص ∝ س$^{٢}$ (جـ) ص ∝ $\frac{١}{س}$ (د) ص ∝ س

(١٨) إذا كان ص ∝ س وكانت ص = ٨ عندما س = ٤، فإنه عندما ص = ٦ فإن س تساوي:

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) ٣ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٨}$

(١٩) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإن $\frac{٢أ - ٣جـ}{٢ب - ٣د}$ تساوي:

(أ) $\frac{ب}{د}$ (ب) $\frac{أ}{جـ}$ (جـ) $\frac{ب}{أ}$ (د) $\frac{أ}{ب}$

(٢٠) إذا كانت ص = أ + ب حيث أ ثابت، ب ∝ س وكانت ص = ١٣ عندما س = −٢، ص = ١ عندما س = ١ فإن قيمة ص عندما س = −٥ تساوي:

(أ) −١٥ (ب) ١٣ (جـ) ٢٥ (د) ١٥

(٢١) مساحة سطح الكرة م = ٤π نـ$^{٢}$ فإن المساحة م تتناسب طرديًّا مع:

(أ) نـ (ب) πنـ$^{٢}$ (جـ) نـ$^{٢}$ (د) π

(٢٢) مثلث طول قاعدته س وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة طوله ص ومساحته ١٢ سم$^{٢}$ فإن:

(أ) ص − س = ١٢ (ب) س + ص = ٢٤

(جـ) ص ∝ $\frac{١}{س}$ (د) ص ∝ س _____

(٢٣) إذا كان $\frac{٣س + ٢ص}{٥س - ص} = \frac{٥}{٣}$ فإن

(أ) لا شيء مما سبق (ب) س ∝ ص$^{٢}$

(جـ) س ∝ $\frac{١}{ص}$ (د) لا شيء مما سبق _____

(٢٤) إذا كان $\frac{٩}{١٣} = \frac{٣س + ص}{٢س + ٣ص}$ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{س + ٣ص}{٣س + ٢ص}$ _____

(٢٥) تتناسب مقاومة سلك كهربائي عكسيًّا مع مربع طول نصف قطر مقطعه، فإذا كانت مقاومة السلك = ٠,٤ (أو م) عندما يكون نصف قطر مقطعه يساوي نق = ٠,٣ سم، أوجد العلاقة بين المقاومة وطول نصف قطر المقطع، ثم احسب مقاومة السلك عندما يكون طول نصف قطر مقطعه نق = ٠,٢ سم _____

(٢٦) إذا كانت العلاقة بين حجم الأسطوانة (ح) وطول نصف قطر قاعدتها (نق) وارتفاعها (ع) هي ح = π نق$^{٢}$ ع فأوجد نوع العلاقة في الحالات التالية:

(أ) بين ح، نق بفرض ثبوت ع _____

(ب) بين ح، ع عند ثبوت نق _____

(٢٧) (أ) إذا كانت أ، ب، جـ متناسبة مع الأعداد ٣، ٥، ٢ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{٥أ + ب}{٣ب + جـ}$ _____

(ب) إذا كان ٢٠ عاملًا يعملون في مصنع ينتجون ٣٠٠٠ آلة في ١٢ يوم عمل، فما المدة التي سوف يستغرقها ١٥ عاملًا لإنتاج ٣٠٠٠ آلةٍ؟ _____

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# الأنماط الرياضيّة
# Mathematical Patterns

## المجموعة ١ تمارين أساسية

**في التمارين (١-٤)، اكتشف النمط ثم اكتب الحدين التاليين.**

(١) ٨٠، ٧٧، ٧٤، ٧١، ٦٨، ...

_____

(٢) ٤، ٨، ١٦، ٣٢، ٦٤، ...

_____

(٣) ١٠٠، ١٠، ١، ١, ٠، ٠١، ٠, ٠، ...

_____

(٤) ٠، ١، ٠، $\frac{١}{٣}$، ٠، $\frac{١}{٥}$، ...

_____

**في التمارين (٥-٧)،اُكتب صيغة ارتداديّة لكل متتالية. ثم أوجد الحد التالي.**

(٥) -٢، -١، ٠، ١، ٢، ...

_____

(٦) ١٤٤، ٣٦، ٩، $\frac{٩}{٤}$، ...

_____

(٧) $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٨}$، $\frac{١}{١٦}$، $\frac{١}{٣٢}$، ...

_____

**في التمارين (٨-١٠)،اكتب صيغة صريحة لكل متتالية. ثم أوجد $ح_{١٢}$.**

(٨) ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ...

_____

(٩) ٤، ٧، ١٠، ١٣، ١٦، ...

_____

(١٠) $-\frac{١}{٢}$ ٢، -٢، $-\frac{١}{٢}$ ١، -١، ...

_____

**في التمارين (١١-١٣)، حدّد ما إذا كانت كل صيغة ارتداديّة أم صريحة. ثم أوجد الحدود الثلاثة الأولى.**

**(١١)** $ح_ن = ٢ح_{ن-١} + ٣، ح_١ = ٣$

**(١٢)** $ب_ن = \frac{١}{٢} ن (ن - ١)$

**(١٣)** $ك_ن = ٢ك^٢ + ١$

**(١٤) الكتابة في الرياضيّات:** اشرح الفرق بين الصيغة الارتداديّة والصيغة الصريحة.

**(١٥) السؤال المفتوح**

(أ) اكتب ٤ حدود من متتالية عدديّة يمكن وصفها بأنها ارتداديّة وصريحة معًا.

**(ب)** اكتب صيغة ارتداديّة وصيغة صريحة لهذه المتتالية.

**(جـ)** أوجد الحد العاشر في كلتا المتتاليتين.

**التحدّي:** استخدم الصيغة الارتداديّة لكتابة صيغة صريحة لكلّ متتالية.

**(١٦)** $ح_١ = ١٠، ح_ن = ٢ح_{ن-١}$

**(١٧)** $ح_١ = -٢، ح_ن = \frac{١}{٢} ح_{ن-١}$

**(١٨) الهندسة:** تشكل الأعداد المثلثة متتالية. يمثّل المخطط

أوّل ٣ أعداد مثلثة: ١، ٣، ٦

(أ) أوجد العدد المثلث السادس.

**(ب)** اكتب صيغة ارتداديّة للعدد النوني المثلثي.

**(جـ)** هل الصيغة الصريحة: $ح_ن = \frac{١}{٢} (ن^٢ + ن)$ تصلح لهذه المتتالية؟ اشرح.

**(١٩) تفكير ناقد:** في الصيغة الارتداديّة $ح_ن = ح_{ن-١} + ٣$، هل يمكنك إيجاد الرابع $ح_٤$؟ اشرح.

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**في التمارين (١-٤)، اكتشف النمط ثم اكتب الحدين التاليين.**

(١) ١، ٤، ٧، ١٠، ١٣ ، ...

(٢) ٤، -٨، ١٦، -٣٢، ٦٤ ، ...

(٣) ١، ٢، ٦، ٢٤، ١٢٠ ، ...

(٤) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{١٦}$ ، $\frac{١}{٣٢}$ ، ...

**في التمارين (٥-٧)، اكتب صيغة ارتداديّة لكل متتالية. ثم اكتب الحد التالي.**

(٥) ٤٣، ٤١، ٣٩، ٣٧، ٣٥ ، ...

(٦) ٤٠، ٢٠، ١٠، ٥، $\frac{٥}{٢}$ ، ...

(٧) ٦، ١، -٤، -٩ ، ...

**في التمارين (٨-١٠)، اكتب صيغة صريحة لكل متتالية. ثم أوجد $ح_{٨}$.**

(٨) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، ...

(٩) ٣، ٧، ١١، ١٥، ١٩ ، ...

(١٠) ٢، ٥، ١٠، ١٧، ٢٦ ، ...

**في التمارين (١١-١٣)، حدّد ما إذا كانت كل صيغة ارتداديّة أم صريحة. ثم أوجد الحدود الثلاثة الأولى.**

(١١) $ح_{ن} = (ن - ٥)(ن + ٥)$

(١٢) $ل_{ن} = -٣ ل_{ن-١}$ ، $ل_{١} = -٢$

(١٣) $ح_{ن} = -٤ن^{٢} - ٢$

**في التمارين (١٤-١٦)، استخدم الصيغة المعطاة لكتابة الحدين الرابع والخامس في كل متتالية.**

(١٤) $ح_{١} = -١$ ، $ح_{ن} = (ح_{ن-١})^{٢} + ١$

(١٥) $ح_{١} = -٢$ ، $ح_{ن} = (ح_{ن-١} + ٢)$

(١٦) $ح_{ن} = (ن + ١)^{٢}$

(١٧) ما الفرق بين الحد الثالث لمتتالية صيغتها الارتداديّة $ح_ن = ٢ح_{ن-١} + ١$ ، $ح_١ = -٥$ والحد الثالث لمتتالية صيغتها الارتداديّة $ح_ن = -ح_{ن-١} + ٣$ ، $ح_١ = -٣$؟

(أ) ٢ (ب) ١٤ (جـ) ٢٠ (د) ٣٢

(١٨) ما الصيغة الارتداديّة للمتتالية صيغتها الصريحة $ح_ن = (ن + ١)^٢$؟

(أ) $ح_ن = (ح_{ن-١} + ١)^٢$ ، $ح_١ = ١$

(ب) $ج_ن = (\sqrt{٧ح_{ن-١}} + ١)^٢$ ، $ح_١ = ٤$

(جـ) $ح_ن = ح_{ن-١} + ن$ ، $ح_١ = ن$

(د) $ح_ن = (ح_{ن-١})^٢ + ١$ ، $ح_١ = ن^٢$

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# المتتالية الحسابيّة
# Arithmetic Sequence

## المجموعة أ تمارين أساسية

**في التمارين (١-٤)، هل المتتالية المعطاة حسابيّة؟ إذا كانت كذلك حدّد الأساس.**

(١) ١، ٤، ٩، ١٦، ... _____

(٢) ١٠، ٢٠، ٣٠، ٤٠، ... _____

(٣) -٢١، -١٨، -١٥، -١٢، ... _____

(٤) ١٠٠، ١٠، ١، ٠,١، ... _____

**في التمارين (٥-٨)، في كل متتالية أوجد الحد الثاني والثلاثون.**

(٥) ٣٤، ٣٧، ٤٠، ٤٣، ... _____

(٦) ١, ٠، ٥, ٠، ٩, ٠، ٣, ١، ... _____

(٧) ٢١٣، ٢٠١، ١٨٩، ١٧٧، ... _____

(٨) -٩، -٧,٨، -٤,٨، ... _____

**في التمرينين (٩، ١٠)، أوجد الحد الناقص في كل متتالية حسابيّة.**

(٩) -١٦، □، ١، ... _____

(١٠) $\frac{١٣}{٢}$، □، $\frac{٥١}{٢}$، ... _____

**في التمرينين (١١، ١٢)، أوجد الوسط الحسابي.**

(١١) $ح_{ن-١} = ٧$، $ح_{ن+١} = ١$ _____

(١٢) $ح_{ن-١} = \frac{٣}{٥}$، $ح_{ن+١} = ١$ _____

**(١٣) تحليل الخطأ:**

قال خالد أن الحد التالي في المتتالية ٠، ٢، ٤، ... هو ٨. ما الخطأ الذي اقترفه؟

_____

**(١٤)** أوجد الحد السابع عشر من المتتالية:

**(أ)** $ح_{١٦} = ١٨ ، د = ٥$ _____

**(ب)** $ح_{١٨} = ١٨ ، د = -٤$ _____

**في التمارين (١٥-١٨)، لكل متتالية اكتب الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية.**

**(١٥)** ٠، ٦، ١٢، ١٨، ٢٤، ... _____

**(١٦)** -٤، -٨، -١٢، -١٦، ... _____

**(١٧)** ٢٧، ١٥، ٣، -٩، ... _____

**(١٨)** $٠، \frac{١}{٨}، \frac{١}{٤}، \frac{٣}{٨}، ...$ _____

**في التمارين (١٩-٢١)، في كل متتالية حسابيّة أوجد الحد الأول $ح_١$ والأساس د.**

**(١٩)** $ح_٣ = ٥، ح_٥ = ١١، ...$ _____

**(٢٠)** $ح_{١٠} = ١٧، ح_{١٤} = ٣٤، ...$ _____

**(٢١)** $ح_٤ = -٥, ٣٤، ح_٥ = -٥, ١٢، ...$ _____

**(٢٢)** أي متتالية حسابيّة لا تتضمن العدد ٣٣؟ _____

**(أ)** ١، ٥، ٩، ١٣، ...

**(ب)** ١، ١١، ٢١، ...

**(جـ)** ٣، ٩، ١٥، ...

**(د)** ٨٥، ٧٢، ٥٩، ...

**(٢٣) الكتابة في الرياضيات:** أوجد الحد المائة ($ح_{١٠٠}$) من المتتالية الحسابيّة ٣، ١٠، ١٧، ٢٤، ٣١، ...

اشرح خطوات الحل.

_____

_____

**في التمرينين (٢٤، ٢٥)، أوجد كل مجموع**

**(٢٤)** $٠، \frac{١}{٢}، \frac{٣}{٢}، \frac{٥}{٢} + ... \frac{١٥}{٢}$

**(٢٥)** $-٥, ٣، -٢٥, ١، ١، ... ، ٢٥, ١٢$

**(٢٦)** **(أ)** ما عدد حدود المتتالية: ١٠، ١٣، ١٦، ... ، ٣١. اشرح

**(ب)** أوجد مجموع هذه الحدود.

**(٢٧)** أوجد الحد الأربعون $ح_{٤٠}$ في المتتالية الحسابية حيث $ح_١ = ٤$، $جـ_{٤٠} = ٦٠٨٠$

**(٢٨)** في متتالية حسابيّة $جـ_٨ = ٤٤٠$، الأساس د = ٦، أوجد $ح_١$.

**(٢٩)** أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الحسابيّة ٥، ٧، ٩، ...

**(٣٠)** كم حدًّا يلزم أخذها من المتتالية الحسابيّة ١٦، ١٢، ٨، ... ليكون مجموعها -٢٠؟

**(٣١)** مسرح مدرسي فيه ١٥ مقعدًا في الصف الأول وكان كل صف آخر يتسع لعدد من المقاعد يزيد عن الصف الذي يسبقه مباشرة بمقدار ٤ مقاعد. كم عدد المقاعد في هذا المسرح إذا كان يتسع لعدد ١٤ صفًا؟

**(٣٢)** يعرض أحد المخازن الغذائية علب البسلة على شكل مثلث. فيضع علبتين في الصف الأول و٣ علب في الصف الثاني نزولًا و٤ علب في الصف الثالث وهكذا...

**(أ)** اكتب صيغة صريحة لعدد العلب في الصف ن:

**(ب)** ما مجموع العلب في ٩ صفوف؟

**(جـ)** التفكير الناقد: هل يمكن وضع ١١٠ علب بهذه الطريقة؟ اشرح.

**(٣٣)** **التحدي:** $(ح_ن)$ متتالية حيث $جـ_ن = ح_١ + ح_٢ + ... + ح_ن = ٣ن^٢ + ٥ن$

**(أ)** أثبت أن $(ح_ن)$ متتالية حسابيّة.

**(ب)** أوجد $ح_{٢٠١٢}$.

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**في التمارين (١-٤)، هل المتتالية المعطاة حسابية؛ إذا كانت كذلك حدّد الأساس.**

**(١)** ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨

**(٢)** ٠، ١، ٣، ٦، ١٠، ...

**(٣)** ٣، ٧، ١١، ١٥، ...

**(٤)** ٩٧، ٨٦، ٧٥، ٦٤، ...

**في التمارين (٥-٨)، في كل متتالية أوجد الحد الثاني والثلاثون.**

**(٥)** ١٠١، ١٠٥، ١٠٩، ١١٣، ...

**(٦)** ٣، ١، -١، -٣، ...

**(٧)** ٢٣، ٣٠، ٣٧، ٤٤، ...

**(٨)** ٠,٠٠٢٣، ٠,٠٠٢٥، ٠,٠٠٢٧، ٠، ...

**في التمرينين (٩، ١٠)، أوجد الحد الناقص في كل متتالية حسابيّة.**

**(٩)** ١٠١، ...، -١٥٥،

**(١٠)** ١٤، ...، ٢٨،

**في التمارين (١١-١٣)، أوجد الوسط الحسابي.**

**(١١)** $ح_{ن-١} = ١٠٠$ ، $ح_{ن+١} = ١٤٠$

**(١٢)** $ح_{ن-١} = ر$ ، $ح_{ن+١} = ر + ز$

**(١٣)** أوجد الحد السابع عشر من المتتالية: $ح_{١٨} = ١٨$ ، $د = -١١$

**في التمارين (١٤-١٧)، لكل متتالية اكتب الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية.**

**(١٤)** -٥، -٤، -٣، -٢، ...

**(١٥)** -٢، ٥، ١٢، ١٩، ...

**(١٦)** -٥، -٥,٣، -٢، -٥,٠، ...

**(١٧)** ١، $\frac{١}{٣}$ ١، $\frac{٢}{٣}$ ١، ٢، ...

**في التمارين (١٨-٢١)، في كل متتالية حسابيّة أوجد الحد الأول $ح_١$ الأساس د.**

**(١٨)** $ح_{٤} = ٨$ ، $ح_{٧} = ٢٠$

**(١٩)** $ح_{٣} = ٣٢$، $ح_{٧} = -٨$

**(٢٠)** $ح_{٤} = -٢,٤$ ، $ح_{٦} = ٢$

**(٢١)** أي متتالية حسابيّة تتضمن العدد ٢٧؟

**(I)** $ح_{١} = ٧$ ، $ح_{ن} = ح_{ن-١} + ٥$ **(II)** $ح_{ن} = ٣ + (ن - ١) ٤$ **(III)** $ح_{ن} = ٥٧ - ٦ن$

(أ) I فقط (ب) I، II (جـ) II، III (د) I، II، III

**في التمرينين (٢٢، ٢٣)، أوجد كل مجموع.**

**(٢٢)** $٥ + ١٣ + ٢١ + ... + ٦١$

**(٢٣)** $(-١٣) + (-٥, ١٤) + (-١٦) ... + (-٥, ٢٣)$

**(٢٤)** إذا كان $ح_{١} = -٦$، $جـ_{٥٠} = -١٥٠$ ٥ في متتالية حسابيّة. فأوجد $ح_{٥٠}$.

**(٢٥)** في متتالية حسابية $جـ_{٣٠} = ٢٤٠$، الأساس $د = -٢$، أوجد $ح_{١}$.

**(٢٦)** أوجد مجموع العشرين حدًّا الأولى من المتتالية الحسابيّة ٢٠، ١٦، ١٢، ...

**(٢٧)** إذا كان مجموع ن حدًّا الأولى من متتالية حسابيّة هو $\frac{ن}{٢}$ (٤٩ - ٣ن)، أوجد المتتالية ثم احسب قيمة ن التي تجعل هذا المجموع يساوي ٣٠.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

# المتتاليات الهندسيّة
# Geometric Sequences

## المجموعة أ تمارين أساسية

**في التمارين (١-٤)، هل المتتاليات الآتية هندسيّة؟ إذا كانت كذلك أوجد الأساس والحد التالي.**

(١) ١، ٢، ٤، ٨، ... _____

(٢) ١، -٢، ٤، -٨، ... _____

(٣) ١، -١، ١، -١، ... _____

(٤) ١، $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٤}$، ... _____

**في التمارين (٥-٧)، اكتب الصيغة الصريحة لكل متتالية. ثم اكتب الحدود الأربعة الأولى.**

(٥) $ح_{١} = ٥، د = -٣$ _____

(٦) $ح_{١} = \frac{١}{٢}، د = \frac{٢}{٣}$ _____

(٧) $ح_{١} = ١٠٠، د = -٢٠$ _____

**في التمارين (٨-١٠)، أوجد الحد الناقص في المتتالية الهندسيّة.**

(٨) ٥، □، ٢٥، ١١٩، ... _____

(٩) $\frac{٢}{٥}$، □، $\frac{٨}{٤٥}$، ... _____

(١٠) ١٨٠، ٩٠، □، ٢٥٥، ... _____

**في التمارين (١١-١٣)، حدّد ما إذا كانت المتتالية حسابيّة، هندسيّة أم لا. ثم أوجد الحد التالي.**

(١١) ٤٥، ٩٠، ١٨٠، ٣٦٠، ... _____

(١٢) ٣٠، ٣٥، ٤٠، ٤٥، ... _____

(١٣) ٥، ٦، ٨، ١١، ١٥، ... _____

**في التمرينين (١٤، ١٥)، في كل متتالية هندسيّة أوجد الحدود الناقصة. (مساعدة: الوسط الهندسيّ للحدين الأول والخامس هو الحد الثالث).**

**(١٤)** ١٩٦٨٣، □، □، □، ٢٤٣، ...

**(١٥)** ٢,٥، □، □، □، ٢٠٢,٥، ...

**في التمرينين (١٦، ١٧)، في المتتالية الهندسيّة ٣، ١٢، ٤٨، ١٩٢، ... أوجد:**

**(١٦)** الحد الخامس.

**(١٧)** الحد النوني.

**في التمارين (١٨-٢٠)، أوجد الحد العاشر في كل متتالية هندسيّة.**

**(١٨)** $ح_{٩} = ٨، د = \frac{١}{٢}$

**(١٩)** $ح_{٩} = -٥، د = -\frac{١}{٢}$

**(٢٠)** $ح_{٩} = -\frac{١}{٣}، د = \frac{١}{٢}$

**(٢١) الكتابة في الرياضيّات:** صف التشابه والاختلاف بين الفرق الثابت وناتج قسمة حد على الحد السابق.

**(٢٢)** بفرض أن بالون منطاد يخسر في اليوم ربع الهيليوم الموجد فيه. كان حجم البالون ٥٠٠٠ سم$^{٣}$.

**(أ)** اكتب متتالية هندسيّة تبين حجم الهيليوم في البالون صباح كل يوم لخمسة أيّام.

**(ب)** ما أساس المتتالية؟

**(جـ)** ما سيكون حجم الهيليوم في البالون صباح اليوم العاشر؟

**(٢٣)** أوجد الحد الأول $ح_{١}$ للمتتالية الهندسيّة حيث $ح_{٥} = ١١٢، ح_{٧} = ٤٤٨$

**(٢٤)** أي متتالية هندسيّة لا تتضمن العدد ١٠٠.

**(أ)** ٥، ١٠، ٢٠، ...

**(ب)** ٥، ٣٣٧,٥، ٢٢٥، ١٥٠، ...

**(جـ)** $ح_{١} = ٢٥، ح_{ن} = ٢ ح_{ن-١}$

**(د)** $ح_{ن} = ٤ \times ٥^{ن}$

**في التمارين (٢٥-٢٧)، أوجد مجموع حدود المتتاليات الهندسيّة حيث:**

**(٢٥)** $ح_{١} = ٣، د = \frac{١}{٢}$ عدد الحدود = ٥

**(٢٦)** $ح_{١} = ١٧، د = ٠,٩$ عدد الحدود = ٥

(٢٧) $ح_{١}$ = ٥٠، د = ٨, ٠ عدد الحدود = ٩

**في التمارين (٢٨-٣١)، أوجد المجاميع التالية.**

(٢٨) $\sum_{ن=١}^{٤}$ ٣ن

(٢٩) $\sum_{ن=١}^{٦}$ (٢ – ن)

(٣٠) $\sum_{ن=١}^{٦}$ (ن + ٣)

(٣١) $\sum_{ن=١}^{٥}$ (ن + ٨)

(٣٢) بفرض أنك وضعت لنفسك خطّة لممارسة رياضة المشي تدريجيًّا، فإذا ابتدأت الخطة بممارسة رياضة المشي من المنزل بالسير كيلومترين يوميًّا لمدّة أسبوعٍ، وأردت زيادة المسافة التي تمشيها يوميًّا $\frac{١}{٨}$ كم في الأسبوع التالي وهكذا:

**أُحسب**

(أ) المسافة التي تمشيها في الأسبوع العشرين.

(ب) المسافة التي تمشيها في الأسبوع الثلاثين.

(جـ) مجموع المسافات التي تمشيها في ٢٠ أسبوعًا.

(٣٣) أراد نبيل أن يدخر مبلغًا من المال لحين إحالته لسن التقاعد بعد ٢٠ سنةً، فبدأ بمبلغ ١ ٢٠٠ دينار في السنة الأولى، وأراد أن يزيد المبلغ الذي يوفّره كل سنةٍ ١٠٠ دينار عن السنة السابقة لها. أُحسبْ:

(أ) المبلغ الذي يوفّره في السنة العاشرة.

(ب) المبلغ الذي يوفّره في السنة الخامسة عشرة.

(جـ) المبلغ الذي يوفّره في السنة السابقة على التقاعد.

(د) مجموع المبالغ التي وفّرها

(هـ) أعد الأسئلة (أ)، (ب)، (جـ)، (د) السابقة إذا أراد نبيل أن يزيد المبلغ الذي سيوفره كل سنة ١٥٪ عن السنة السابقة لها.

(٣٤) إذا كانت نهاية طرف رقّاص الساعة تتحرّك ٦٠ سم في كلّ مرّة في الذهاب، وفي كل مرّة تالية تقطع مسافة ٩٠٪ من المسافة السابقة:

**أُحسب:**

(أ) المسافة المقطوعة في الذهاب للمرة الرّابعة.

(ب) المسافة المقطوعة في الذهاب للمرّة الثامنة.

(جـ) المسافة المقطوعة في الذهاب للمرّة السادسة عشرة. _____

هل تتوقّع أن تصل المسافة إلى الصفر بعد عدد محدود من المرّات؟ (إستخدم حاسبة الجيب)

_____

## المجموعة ب تمارين تعزيزية

**في التمارين (١-٤)، هل المتتاليات الآتية هندسيّة؟ إذا كانت كذلك أوجد الأساس والحد التالي.**

(١) ١٠، ٤، ٦, ١، ٦٤، ...،

(٢) ٧، ٧, ٠، ٠٧, ٠، ...

(٣) ١٨، -٦، ٢، $-\frac{٢}{٣}$، ...

(٤) $\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٤}$، $\frac{١}{٦}$، $\frac{١}{٨}$، ...

**في التمارين (٥-٧)، اكتب الصيغة الصريحة لكل متتالية. ثم اكتب الحدود الأربعة الأولى.**

(٥) $ح_{١} = ١$ $د = ٠,٥$

(٦) $ح_{١} = ١٠٢٤$ $د = ٠,٥$

(٧) $ح_{١} = ١٠$ $د = -١$

**في التمارين (٨-١٠)، أوجد الحد الناقص في المتتالية الهندسيّة.**

(٨) ٣، □ ، ٠,٧٥، ...

(٩) ٥، □، ٢,٨١٢٥، ...

(١٠) ١٢، □ ، ٣، ...

**في التمارين (١١-١٣)، حدّد ما إذا كانت المتتالية هندسيّة، حسابيّة أم لا. ثم أوجد الحد التالي.**

(١١) ٢٥، ٥٠، ٧٥، ١٠٠، ...

(١٢) -٥، ١٠، -٢٠، ٤٠، ...

(١٣) ٢، ٢، ٢، ...

**في التمرينين (١٤، ١٥)، في كل متتالية هندسيّة أوجد الحدود الناقصة.**

(١٤) ٥, ١٢، □، □، □، ١٢, ٥، ...

(١٥) -٤، □، □، □، $-\frac{٣}{٨}$، ٣٠، ...

**في المتتالية الهندسيّة ٣، ١٢، ٤٨، ١٩٢، ... أوجد:**

**(١٦)** الحد السابع **(١٧)** الحد السابع عشر

**في التمارين (١٨-٢٠)، أوجد الحد العاشر في كل متتالية هندسيّة.**

**(١٨)** $ح_{١١} = ٨، د = \frac{١}{٢}$ **(١٩)** $ح_{١١} = -٥، د = \frac{١}{٢}$

**(٢٠)** $ح_{١١} = -\frac{١}{٣}، د = \frac{١}{٢}$

**(٢١)** أوجد الحد الأول من المتتالية الهندسيّة حيث $ح_{٩} = \frac{١}{٢}، ح_{١٢} = \frac{١}{١٦}$

**(٢٢)** ما ناتج ضرب الوسط الهندسيّ للعددين ٢، ٣٢ والوسط الهندسي للعددين ١، ٤؟

(أ) ١٦ (ب) ١٩ (جـ) ٣٢ (د) ٢٥٦

**في التمارين (٢٣-٢٥)، أوجد مجموع حدود المتتاليات الهندسيّة حيث:**

**(٢٣)** $ح_{١} = ٤، د = \frac{١}{٢}$ عدد الحدود = ٦

**(٢٤)** $ح_{١} = ٢٠، د = ٠,٤$ عدد الحدود = ٧

**(٢٥)** $ح_{١} = ٧٠، د = ٠,١$ عدد الحدود = ١٠

**في التمارين (٢٦-٢٩)، أوجد المجاميع التالية.**

**(٢٦)** $\sum_{ن=١}^{٦} (ن + ٢)$ **(٢٧)** $\sum_{ن=١}^{٥} (ن + ٥)$

**(٢٨)** $\sum_{ن=١}^{١٠} (٤ن + ١)$ **(٢٩)** $\sum_{ن=١}^{٨} (-٢ن + ١٥)$

**(٢٩)** إذا كان عدد السكّان في إحدى البلدات التي اهتمّت بمشروع تنظيم النسل هذا العام ٢ ٥٣٧ نسمةً، وكان معدّل تزايد السكّان عن السنة السابقة ١,٠٢٥:

(أ) أُكتب صيغة تعبّر عن تزايد السكان في هذه البلدة علمًا بأن معدّل التزايد ثابت في السنوات اللاحقة.

(ب) أوجد عدد السكّان المتوقّع في العام الرابع.

(جـ) أوجد عدد السكّان المتوقّع في السنة السادسة.

**(٣٠)** إذا أردت تكبير صورة عدّة مرّات بمقدار ١٥٠٪ كلّ مرة بالنسبة إلى المرّة السابقة، وإذا عرفت أن عرض الصورة ١٢ سم، بعد أوّل تكبير:

(أ) أوجد عرض الصورة قبل التكبير.

(ب) أُكتب صيغة تعبّر عن تكبير الصورة.

(جـ) أوجد عرض الصورة الصورة بعد ثالث تكبيرٍ.

# اختبار الوحدة الخامسة

**في التمرينين (١، ٢)، اكتب صيغة صريحة وصيغة ارتداديّة لكل متتالية ثم أوجد $ح_{١٢}$.**

**(١)** ٧، ١، ١٩، ٢٥، ٣١، ...

**(٢)** ١٠، ٢٠، ٤٠، ٨٠، ١٦٠، ...

**(٣)** بعد شهر في عملك الجديد، استطعت توفير ٥٠ دينارًا. قرّرت أن توفر ٥ دنانير إضافية كل شهر.

(أ) اكتب صيغة صريحة ننمذج القيم التي توفرها كل شهر.

(ب) ما المبلغ الذي ستوفره في الشهر السادس؟

**في التمارين (٤-٦)، حدّد ما إذا كانت كل متتالية حسابيّة، هندسيّة أم لا. ثم أوجد الحد العاشر.**

**(٤)** ٢٣، ٢٧، ٣١، ٣٥، ٣٩، ...

**(٥)** -١٢، -٥، ٢، ٩، ١٦، ...

**(٦)** -٥، ١٥، -٤٥، ١٣٥، -٤٠٥، ...

**في التمرينين (٧،٨)، أوجد الوسط الحسابيّ**

**(٧)** $ح_{ن-١} = ٤$ ، $ح_{ن+١} = ١٢$

**(٨)** $ح_{ن-١} = -١١$ ، $ح_{ن+١} = ٢٣$

**(٩) السؤال المفتوح:** اكتب متتالية حسابيّة. ثم اكتب صيغة صريحة لها.

**في التمارين (١٠-١٢)، حدّد ما إذا كانت المتتالية حسابيّة أو هندسيّة. ثم أوجد أساسها.**

**(١٠)** ١٦٢٠، ٥٤٠، ١٨٠، ٦٠، ٢٠، ...

**(١١)** ٧٨، ٧٥، ٧٢، ٦٩، ٦٦، ...

**(١٢)** $\frac{٣}{٣٢}$ ، $\frac{٣}{١٦}$ ، $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، ٣، ...

**في التمرينين (١٣، ١٤)، اكتب الحدود الخمسة الأولى في المتتالية الهندسيّة.**

**(١٣)** $ح_{١} = ٢$، $د = -٢$

**(١٤)** $ح_{١٠٠} = -١٠٠$، $د = \frac{١}{٥}$

**في التمرينين (١٥، ١٦)، اكتب الحدود الخمسة الأولى في المتتالية الحسابيّة**

**(١٥)** $ح_{١} = ٣ ، د = ٧$

**(١٦)** $ح_{١} = ١٩ ، د = -٤$

**في التمرينين (١٧، ١٨)، أوجد الحد الناقص في المتتالية الهندسيّة.**

**(١٧)** ٢، □، ٥٠، ...

**(١٨)** ٢، □، ٨، ...

**في التمارين (١٩-٢١)، حدّد ما إذا كانت المتتالية حسابيّة أو هندسيّة. ثم أوجد المجموع.**

**(١٩)** $٢ + ٧ + ١٢ + ... ، جـ_{٨}$.

**(٢٠)** $٥٠٠٠ + ١٠٠٠ + ٢٠٠ + ... ، جـ_{١٥}$.

**(٢١)** $١ + ٠,٠١ - ٠,٩٨ - ... ، جـ_{٥}$.

**في التمرينين (٢٢، ٢٣)، في كل مجموع أوجد عدد الحدود، والحد الأول والحد الأخير ثم أوجد المجموع.**

**(٢٢)** $\sum_{ن=١}^{٥٠} (٣ن + ١)$

**(٢٣)** $\sum_{ن=٤}^{١٠} (٠,٨ن - ٠,٤)$

**(٢٤)** يبلغ سعر ألماسة ٢ ٥٠٠ دينار. بفرض أن قيمتها تزيد ٥٪ سنويًّا. كم سيصبح سعر الألماسة بعد ٨ سنوات؟

**(٢٥)** إذا كانت ٦، س، ... ، ٤س - ٣، ٣٦ متتالية حسابيّة فإن س تساوي:

(أ) ٣٣ (ب) ١٢ (جـ) ٩ (د) ٢١