وزارة التربية

الرياضيات

كتاب الطالب

الصفّ الحادي عشر أدبي

الفصل الدراسي الأوّل

١١

الطبعة الأولى

الرياضيات

كتاب الطالب

الصف الحادي عشر أدبي

الفصل الدراسي الأوّل

الطبعة الأولى

تطرح سلسلة الرّياضيّات مواقف حياتيّة يوميّة، وتؤمّن فرص تعلُّم كثيرة. فهي تعزّز المهارات الأساسيّة، والحسّ العدديّ، وحلّ المسائل، والجهوزيّة لدراسة الجبر، والهندسة، وتنمّي مهارتَي التّعبير الشّفهيّ والكتابيّ ومهارات التفكير في الرّياضيّات. وهي تتكامل مع الموادّ الدراسيّة الأخرى فتكون جزءًا من ثقافة شاملة متماسكة تحفّز الطلّاب على اختلاف قدراتهم وتشجّعهم على حبّ المعرفة.

تتكوّن السلسلة من:

- كتاب الطالب
- كتاب المعلّم
- كرّاسة التمارين
- كرّاسة التمارين مع الإجابات

ISBN 978-614-406-328-6

PEARSON
Scott Foresman

مركز البحوث التربوية

الرياضيات

الصفّ الحادي عشر أدبي
الفصل الدراسي الأول

كتاب الطالب

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيسًا)

أ. حصة يونس محمد علي

أ. فتحية محمود أبو زور

الطبعة الأولى

١٤٣٤ - ١٤٣٥هـ

٢٠١٣ - ٢٠١٤م

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف الحادي عشر أدبي

أ. فتحي محمد عبد الفتاح (رئيسًا)

أ. محمد بدر حاتم محمد **أ. إقبال محمد البحراني**

أ. مها زايد مطلق العنزي **أ. رضية جواد حسين النصر**

أ. محمد عبدالله الحمد المجرن

دار التَّربَويّون House of Education **ش.م.م. وبيرسون إديوكيشن ٢٠١٣م**

© **جَميع الحقوق مَحفوظة : لا يَجوز نشْر أيّ جُزء من هذا الكِتاب أو تَصويره أو تَخزينه أو تَسجيله بأيّ وَسيلَة دُون مُوَافقَة خطّيَّة مِنَ النّاشِر.**

الطبعة الأولى ٢٠١٣م

صاحب السمو الشيخ صباح الأحمد الجابر الصباح

أمير دولة الكويت

سمو الشيخ نواف الأحمد الجابر الصباح

ولي عهد دولة الكويت

مقدمـــــة

في ضوء ما شهدته السنوات الأخيرة من طفرة هائلة في المستحدثات التكنولوجية المرتبطة بمجال التعليم، كان على منظومة التعليم بمستوياتها وعناصرها المختلفة بدولة الكويت أن تتأثر بهذا التطور، فحرصت وزارة التربية على تطوير مناهج العلوم والرياضيات لتصبح قادرة على استيعاب المتغيرات التربوية والعلمية الحديثة.

ولما كان من الضروري أن يعايش المتعلم المعلومات المتدفقة من مصادر تعز عن الحصر، وأن يستعد لأداء دور فاعل في أي موقع من مواقع العمل الوطني، ويصنع مع أقرانه حياة الأمن والعزة والنماء، فيتحقق للوطن المكانة التي يرجوها بين دول العالم.

وكان على النظم التعليمية أن تعيد النظر في المناهج لإعداد الأبناء بالكفايات اللازمة والمهارات المتنوعة المستجيبة لكل تغيير في هذه الحياة.

عندئذ كفل المنهج الجديد تغيير دور المتعلم نتيجة لهذه المستحدثات، ليخرج من حيز المتلقي إلى دائرة المتفاعل الناشط، والمشارك في المواقف التعليمية، عندما يبحث ويقارن ويستنبط ويتعامل بنفسه مع المواد التعليمية، حتى يسهم في تحقيق الاكتفاء الذاتي لوطنه اقتصاديًّا واجتماعيًّا وثقافيًّا، وسد حاجاته من العمالة الوطنية في مختلف المجالات.

لقد أتاح المنهج الجديد للعلوم والرياضيات للمتعلم الارتباط بالبيئة من خلال طبيعة الأنشطة التعليمية، واكتساب الطلاب مهارات التعلم الذاتي وغرس حب المعرفة وتحصيلها استجابة لأهداف المنهج الرئيسية.

ولقد انتظم التغيير أهداف المنهج ومحتواه وأنشطته، وطرائق عرضها وتقديمها وأساليب تقويمها، ضمن مشروع التطوير.

وكان اختيار هذه السلسلة من المناهج بصورة تتماشى مع الاتجاهات التربوية الحديثة في التعليم والتعلم، وتراعي المعايير الدولية في تعليم العلوم والرياضيات.

وإذا كانت هذه السلسلة لم تغفل دور ولي الأمر في عملية التعليم، فإنها ركزت على دور المعلم، حيث يسهّل عملية التعليم، لطلابه ويصمم بيئة التعليم، ويشخص مستويات طلابه، وييسر لهم صعوبات المادة العلمية، فتزداد معايير الجودة التعليمية.

والآن نطرح بين أيديكم هذه المجموعة من كتب العلوم والرياضيات الجديدة التي تتضمن كتابًا للمتعلم وآخر للمعلم، وكراسة للأنشطة، من إعداد ذوي الكفايات العالمية والخبرات المتطورة، أملًا في الوصول إلى الغايات المرجوة من أقرب طريق إن شاء الله.

الوكيل المساعد لقطاع البحوث التربوية والمناهج

أ. مريم محمد الوتيد

المحتوَياتُ

الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية ١٠

١-١ الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها ١٢

(١-١-أ) الجذور والتعبيرات الجذرية ١٢

(١-١-ب) تبسيط التعبيرات الجذرية ١٣

(١-١-جـ) جمع وطرح التعبيرات الجذرية ١٤

(١-١-د) ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية ١٧

(١-١-هـ) المرافق واستخدامه ٢٠

١-٢ الأسس النسبية وخواصها ٢٤

(١-٢-أ) الأسس النسبية ٢٤

(١-٢-ب) خواص الأسس النسبية ٢٩

الوحدة الثانية: أنواع العينات ٣٦

٢-١ المجتمع الإحصائي ٣٨

(٢-١-أ) جمع البيانات ٤٠

(٢-١-ب) أنواع البيانات وطرائق جمعها ٤١

٢-٢ العينات ٤٥

(٢-٢-أ) العينة العشوائية البسيطة ٤٥

(٢-٢-ب) العينة العشوائية الطبقية ٤٧

(٢-٢-جـ) العينة العشوائية المنتظمة ٤٩

٢-٣ تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب ٥٢

الوحدة الثالثة: أساليب عرض البيانات ٦٨

٣-١ عرض وتمثيل البيانات ٧٠

(٣-١-أ) الجدول التكراري النسبي والمئوي ٧١

(٣-١-ب) التمثيل البياني للبيانات ٧٢

(٣-١-ب-١) تمثيل البيانات الكيفية باستخدام القطاعات الدائرية ٧٢

(٣-١-ب-٢) تمثيل البيانات باستخدام المدرج التكراري - المنحنى التكراري - المضلع التكراري ٧٣

(٣-١-ب-٣) المضلع التكراري المتجمع الصاعد - المضلع التكراري المتجمع النازل ٧٦

(٣-١-ب-٤) تمثيل البيانات باستخدام الخط المنكسر ٧٨

٣-٢ تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب ٨٢

الوحدة الأولى

الأعداد الحقيقية
Real Numbers

مشروع الوحدة: العلاقة بين الهندسة والأعداد الحقيقية

١ مقدمة المشروع: أثناء العمل على هذا المشروع سوف ترسم مثلثات قائمة الزاوية بمعلومية طول كل من ضلعي الزاوية القائمة، ثم تطبق قانون فيثاغورث لإيجاد طول الوتر.

٢ الهدف: إيجاد قيمة $\sqrt{٢}$، $\sqrt{٣}$، $\sqrt{٥}$ دون استخدام الآلة الحاسبة.

٣ اللوازم: مسطرة، فرجار، زاوية قائمة.

٤ أسئلة حول التطبيق:

أ ارسم مثلثًا قائم الزاوية، متطابق الضلعين، طول كل من ضلعي زاويته القائمة ١ سم.

- أوجد طول الوتر بتطبيق قانون فيثاغورث، ثم باستخدام المسطرة ماذا تستنتج؟
- $\sqrt{٢} \simeq$ ...

ب ارسم مثلثًا قائم الزاوية، طول ضلعي الزاوية القائمة ١ سم، $\sqrt{٢}$ سم.

- أوجد طول الوتر بتطبيق قانون فيثاغورث، ثم باستخدام المسطرة ماذا تستنتج؟
- $\sqrt{٣} \simeq$ ...

جـ بالطريقة نفسها أوجد قيمة $\sqrt{٤}$ ، $\sqrt{٥}$، ...

٥ التقرير: ضع تقريرًا مفصلًا تبين فيه كيف استخدمت الهندسة لإيجاد قيمة تقريبية لـ $\sqrt{٢}$ و $\sqrt{٣}$ ، ... ثم ضع ملصقًا يبيّن الأشكال التي رسمتها.

دروس الوحدة

١-١ الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها	١-٢ الأسس النسبية وخواصها
(١-١-أ) الجذور والتعبيرات الجذرية	(١-٢-أ) الأسس النسبية
(١-١-ب) تبسيط التعبيرات الجذرية	(١-٢-ب) خواص الأسس النسبية
(١-١-جـ) جمع وطرح التعبيرات الجذرية	
(١-١-د) ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية	
(١-١-هـ) المرافق واستخدامه	

أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)

- تعرّفت الأعداد الحقيقية.
- تعرّفت الجذور التربيعية.
- استخدمت الآلة الحاسبة لإيجاد الجذور التربيعية.

ماذا سوف تتعلم؟

- الجذور والتعبيرات الجذرية.
- تبسيط التعبيرات الجذرية.
- جمع وطرح التعبيرات الجذرية.
- ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية.
- إيجاد المرافق واستخدامه.
- كتابة عدد حقيقي بالصورة الجذرية.
- كتابة عدد حقيقي بالصورة الأسية.

المصطلحات الأساسية

الجذر التربيعي – الجذر التكعيبي – الجذر النوني – المرافق – دليل الجذر – الصورة الجذرية – المجذور – الصورة الأسية.

أضف إلى معلوماتك

المعكوس الضربي لكل عدد حقيقي موجب أكبر من واحد هو عدد حقيقي موجب أصغر من واحد.

إذًا يوجد أعداد حقيقية موجبة أصغر من واحد بقدر ما يوجد أعداد حقيقية موجبة أكبر من واحد.

١ – ١

الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها

Roots and Radical Expressions and Operations

سوف تتعلم

- الجذور التربيعية والتكعيبية.
- جمع وطرح التعبيرات الجذرية.
- ضرب التعبيرات الجذرية.
- قسمة التعبيرات الجذرية.
- استخدام المرافق لكتابة كسر بصورة كسر مقامه عدد نسبي.

دعنا نفكر ونتناقش

١ مساحة مربّع طول ضلعه ٤ أمتار هي ٤ × ٤ = ١٦ مترًا مربعًا.

٢ أ مساحة مربع هي ٦٤ مترًا مربعًا.

أوجد طول ضلعه.

ب استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد طول ضلع مربع مساحته ٧٢ مترًا مربعًا.

٣ ما حجم مكعب إذا كان طول ضلعه ٥ أمتار؟

٤ ما طول ضلع مكعب إذا كان حجمه يساوي ٢٧ مترًا مكعبًا؟

(١ – ١ – أ) الجذور والتعبيرات الجذرية Roots and Radical Expressions

بما أن $٢٥ = (-٥)^٢ = ٢٥$ ، فإن العددين ٥ و–٥ هما الجذران التربيعيان للعدد ٢٥.

بما أن $(+٥)^٣ = +١٢٥$، فإن العدد $(+٥)$ هو الجذر التكعيبي للعدد $(+١٢٥)$.

وأيضًا $(-٥)^٣ = -١٢٥$، فإن العدد (-٥) هو الجذر التكعيبي للعدد (-١٢٥).

وبالتالي:

- لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
- لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي واحد.

ملخص عدد الجذور لعدد حقيقي

العدد الحقيقي	عدد الجذور التربيعية	عدد الجذور التكعيبية
موجب	٢	١
صفر	١	١
سالب	٠	١

الجذور التكعيبية Cubic Roots

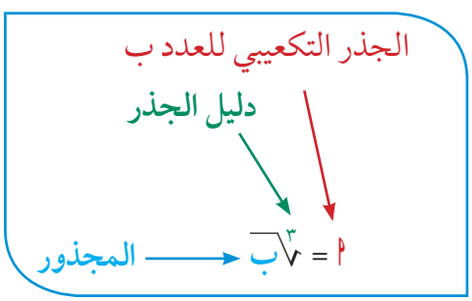
إذا كان $أ^٣ = ب$ فإن $أ = \sqrt[٣]{ب}$ هو **الجذر التكعيبي** للعدد ب، ٣ هو **دليل الجذر**، ب هو **المجذور**.

وبالتالي:

لكل عدد حقيقي س:

$$\left(\sqrt[٣]{س}\right)^٣ = س$$

$$\sqrt[٣]{س^٣} = س$$



مثال (١)

أوجد الجذر التكعيبي لكل عدد مما يلي:

أ -٨ ب ١٢٥

الحل:

أ الجذر التكعيبي للعدد (-٨) هو $\sqrt[٣]{-٨}$

$\sqrt[٣]{-٨} = \sqrt[٣]{(-٢)^{٣}}$ اكتب (-٨) على صورة مكعب كامل

$= -٢$ $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$ لكل س عدد حقيقي

$\therefore \sqrt[٣]{-٨} = -٢$

ب الجذر التكعيبي للعدد ١٢٥ هو $\sqrt[٣]{١٢٥}$

$\sqrt[٣]{١٢٥} = \sqrt[٣]{٥^{٣}}$ اكتب (١٢٥) على صورة مكعب كامل

$= ٥$ $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$ لكل س عدد حقيقي

حاول أن تحل

١ أوجد الجذر التكعيبي لكل عدد مما يلي:

أ -٢٧ ب ٦٤

(١-١-ب) تبسيط التعبيرات الجذرية

Simplifying Radical Expressions

متى يكون التعبير الجذري في أبسط صورة؟

يكون التعبير الجذري في أبسط صورة عندما:

- لا يكون للمجذور عوامل مرفوعة لقوة أكبر من أو تساوي دليل الجذر مثل: $\sqrt[٣]{س^{٥} ص^{٧}}$
- لا يوجد جذر في المقام مثل $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$ أو $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٥}}$
- لا يكون المجذور كسرًا مثل $\sqrt{\frac{٣}{٥}}$.
- يكون دليل الجذر أصغر عدد صحيح موجب ممكن مثل $\sqrt[١٢]{٦٤}$ ليس في أبسط صورة.

لأن: $\sqrt[١٢]{٦٤} = \sqrt[١٢]{٢^{٦}} = ٢^{\frac{٦}{١٢}} = ٢^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٢}$.

معلومة:

- كل مقدار يتضمن جذورًا يسمى تعبيرًا جذريًا.
- عندما يكون دليل الجذر يساوي ٢ فلا يكتب.
- الجذر التربيعي ل س يكتب $\sqrt{س}$ حيث $س \geq ٠$.
- $\sqrt{س^{٢}} = |س|$ لكل س عدد حقيقي.

مثال (٢)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $\sqrt{٤س^{٦}}$ ب $\sqrt[٣]{٨س^{٣}}$ جـ $\sqrt{١٦س^{٤}ص^{٦}}$

الحل:

أ $\sqrt{٤س^{٦}} = \sqrt{٢^{٢} \times (س^{٣})^{٢}}$ — اكتب $٤س^{٦}$ على صورة مربعات كاملة

$= \sqrt{(٢ \times س^{٣})^{٢}}$ — $س^{ن} \times ص^{ن} = (س \times ص)^{ن}$

$= |٢ \times س^{٣}|$ — $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

$= ٢|س^{٣}|$

ب $\sqrt[٣]{٨س^{٣}} = \sqrt[٣]{٢^{٣} س^{٣}}$ — اكتب $٨س^{٣}$ على صورة مكعبات كاملة

$= \sqrt[٣]{(٢س)^{٣}}$ — $س^{ن} \times ص^{ن} = (س \times ص)^{ن}$

$= ٢س$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

جـ $\sqrt{١٦س^{٤}ص^{٦}} = \sqrt{(٤)^{٢}(س^{٢})^{٢}(ص^{٣})^{٢}}$ — اكتب $١٦س^{٤}ص^{٦}$ على صورة مكعبات كاملة

$= \sqrt{(٤س^{٢}ص^{٣})^{٢}}$ — $س^{ن} \times ص^{ن} = (س \times ص)^{ن}$

$= |٤س^{٢}ص^{٣}|$ — $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

$= ٤س^{٢}|ص^{٣}|$

حاول أن تحل

٢ بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $\sqrt{٩س^{٢}ص^{٤}}$ ب $\sqrt[٣]{-٢٧س^{٦}}$ جـ $\sqrt{س^{٨}ص^{٦}}$

(١-١-جـ) جمع وطرح التعبيرات الجذرية

Addition and Subtraction of Radical Expressions

لجمع وطرح التعبيرات الجذرية يجب أن تكون **متشابهة**.

يكون التعبيران الجذريان متشابهين عندما يكون لهما دليل الجذر نفسه والمجذور نفسه.

يجب وضع التعبيرات الجذرية في **أبسط صورة** مما يسمح لنا بمعرفة ما إذا كانت متشابهة أم لا.

لاحظ أن:

$\sqrt{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٢}$ — تعبيران جذريان متشابهان

$\sqrt{٨س}$ ، $-٣\sqrt{س}$ $(س \geq ٠)$ — تعبيران جذريان متشابهان

$\sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{١٢}$ — تعبيران جذريان متشابهان (لماذا؟)

في حين أن:

$٥\sqrt{٣}$ ، $٥\sqrt{٣}$ تعبيران جذريان غير متشابهين

$٨\sqrt{س}$ ، $-٣\sqrt{ص}$ $(س \geq ٠، ص \geq ٠)$ تعبيران جذريان غير متشابهين

تذكر:

نتعامل مع التعبيرات الجذرية المتشابهة مثل تعاملنا مع الحدود الجبرية المتشابهة.

مثال (٣)

أوجد الناتج في أبسط صورة في كل مما يلي:

أ $٣\sqrt{٥} + ٤\sqrt{٥}$

ب $\sqrt{٢٧} + ٣\sqrt{١٢} - \sqrt{٧٥}$

الحل:

أ $٣\sqrt{٥} + ٤\sqrt{٥} = (٣ + ٤)\sqrt{٥}$ اجمع

$= ٧\sqrt{٥}$

ب $\sqrt{٢٧} + ٣\sqrt{١٢} - \sqrt{٧٥} = \sqrt{٣ \times ٣^{٢}} + ٣\sqrt{٣ \times ٢^{٢}} - \sqrt{٣ \times ٥^{٢}}$ اكتب على صورة مربعات كاملة

$= ٣\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٢ \times ٣} - ٣\sqrt{٥}$ $\sqrt{س^{٢}} = س$ ، $س \geq ٠$

$= ٣\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٦} - ٣\sqrt{٥}$ اجمع

$= ٣\sqrt{٤}$

حاول أن تحل

٣ أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة:

أ $\sqrt{٥} + \sqrt{٢٠}$

ب $\sqrt{٤٨} - \sqrt{٥٠} - \sqrt{٨}$

مثال (٤)

أوجد الناتج في أبسط صورة:

أ $٢\sqrt[٣]{٣} + ٥\sqrt[٣]{٣٧٥}$

ب $٣\sqrt{٣٢} - \sqrt{٩٨}$

ج $\sqrt{١٨} + \sqrt{٥٠} - \sqrt{٧٢}$

د $\sqrt[٣]{١٢٨} + \sqrt[٣]{٥٤} - ٢\sqrt[٣]{٢٥٠}$

الحل:

أ $٢\sqrt[٣]{٣} + \sqrt[٣]{٣٧٥} = ٢\sqrt[٣]{٣} + \sqrt[٣]{٣ \times ١٢٥}$ اكتب ١٢٥ على صورة مكعب كامل

$= ٢\sqrt[٣]{٣} + \sqrt[٣]{٣ \times ٣٥}$

$= ٢\sqrt[٣]{٣} + ٥\sqrt[٣]{٣}$

$= ٢\sqrt[٣]{٣} + ٢٥\sqrt[٣]{٣}$ بسّط

$= ٢٧\sqrt[٣]{٣}$

ب $٣\sqrt{٣٢} - \sqrt{٩٨} = ٣\sqrt{٢ \times ١٦} - \sqrt{٢ \times ٤٩}$ اكتب ١٦، ٤٩ على صورة مربعات كاملة

$= ٣\sqrt{٢ \times ٢^{٤}} - \sqrt{٢ \times ٧^{٢}}$ $\sqrt{س^{٢}} = س$ ، $س \geqslant ٠$

$= ٣ \times ٤\sqrt{٢} - ٧\sqrt{٢}$

$= ١٢\sqrt{٢} - ٧\sqrt{٢}$ بسّط

$= ٥\sqrt{٢}$

ج $\sqrt{١٨} + \sqrt{٧٢} - \sqrt{٥٠} = \sqrt{٢ \times ٩} + \sqrt{٢ \times ٣٦} - \sqrt{٢ \times ٢٥}$ اكتب ٩، ٢٥، ٣٦ على صورة مربعات كاملة

$= \sqrt{٢ \times ٣^{٢}} + \sqrt{٢ \times ٦^{٢}} - \sqrt{٢ \times ٥^{٢}}$ $\sqrt{س^{٢}} = س$ ، $س \geqslant ٠$

$= ٣\sqrt{٢} + ٦\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢}$

$= ٢\sqrt{٢}$ بسّط

د $\sqrt[٣]{١٢٨} + \sqrt[٣]{٥٤} - \sqrt[٣]{٢٥٠} = \sqrt[٣]{٢ \times ٦٤} - \sqrt[٣]{٢ \times ٢٧} - ٢\sqrt[٣]{٢ \times ١٢٥}$

اكتب ٦٤، ٢٧، ١٢٥ على صورة مربعات كاملة

$= \sqrt[٣]{٢ \times ٤^{٣}} + \sqrt[٣]{٢ \times ٣^{٣}} - ٢\sqrt[٣]{٢ \times ٥^{٣}}$ $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

$= ٤\sqrt[٣]{٢} + ٣\sqrt[٣]{٢} - ٢ \times ٥\sqrt[٣]{٢}$

$= -٣\sqrt[٣]{٢}$ بسّط

حاول أن تحل

٥ أوجد الناتج في أبسط صورة.

أ $٤\sqrt[٣]{٨} + ٢\sqrt[٣]{٦٤}$

ب $٢\sqrt{٧٥} - \sqrt{٢٧}$

ج $\sqrt{١٢} + \sqrt{١٤٧} - \sqrt{١٠٨}$

د $\sqrt[٣]{٣٢٠} - \sqrt[٣]{٤٠} - \sqrt[٣]{١٣٥}$

(١-١-د) ضرب وقسمة التعبيرات الجذرية

Multiplication and Division of Radical Expressions

الجذور التربيعية	الجذور التكعيبية
س، ص عددان حقيقيان غير سالبين	س، ص عددان حقيقيان
$\sqrt{س^{٢}} = |س| = س$	$\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$
$\left(\sqrt{س}\right)^{٢} = س$	$\left(\sqrt[٣]{س}\right)^{٣} = س$
$\sqrt{س} \times \sqrt{ص} = \sqrt{س \times ص}$	$\sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص} = \sqrt[٣]{س \times ص}$
$\frac{\sqrt{س}}{\sqrt{ص}} = \sqrt{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠	$\frac{\sqrt[٣]{س}}{\sqrt[٣]{ص}} = \sqrt[٣]{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠

مثال (٥)

بسّط كلًّا من التعبيرين الجذريين التاليين:

أ $\sqrt{٧٢ س^{٣}}$ حيث س ≤ ٠

ب $\sqrt[٣]{٨٠ن^{٥}}$

الحل:

أ $\sqrt{٧٢س^{٣}} = \sqrt{٢^{٢} \times ٢ \times س^{٢} \times س}$ — اكتب ٧٢، س^{٣} على صورة مربعات كاملة

$= \sqrt{٢^{٢} \times س^{٢}} \times \sqrt{٢ \times س}$ — $\sqrt{س \times ص} = \sqrt{س} \times \sqrt{ص}$ حيث س ≤ ٠، ص ≤ ٠

$= ٦|س| \times \sqrt{٢س}$ — $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

$= ٦س \sqrt{٢س}$ — |س| = س لأن س ≤ ٠

ب $\sqrt[٣]{٨٠ن^{٥}} = \sqrt[٣]{٢^{٣} \times ١٠ \times ن^{٣} \times ن^{٢}}$ — اكتب ٨٠، ن^{٥} على صورة مكعبات كاملة

$= \sqrt[٣]{٢^{٣} \times ن^{٣}} \times \sqrt[٣]{١٠ن^{٢}}$ — $\sqrt[٣]{س \times ص} = \sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص}$ لكل س، ص أعداد حقيقية

$= ٢ن \sqrt[٣]{١٠ن^{٢}}$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$ لكل عدد حقيقي س

حاول أن تحل

٥ بسّط كلًّا من التعبيرين الجذريين التاليين:

أ $\sqrt{٥٠ س^{٤}}$

ب $\sqrt[٣]{١٨ س^{٣}}$

مثال (٦)

اضرب ثم بسّط كلًّا مما يلي:

أ $\sqrt{٢} \times \sqrt{٨}$

ب $\sqrt[٣]{٥س^{٣}ص^{٤}} \times \sqrt[٣]{٥٤س^{٢}ص^{٣}}$

الحل:

أ $\sqrt{٢} \times \sqrt{٨} = \sqrt{٨ \times ٢}$ — $\sqrt{س} \times \sqrt{ص} = \sqrt{س \times ص}$ حيث $س \geq ٠$، $ص \geq ٠$

$= \sqrt{١٦}$ — اضرب

$= ٤$ — بسّط

ب $\sqrt[٣]{٥س^{٣}ص^{٤}} \times \sqrt[٣]{٥٤س^{٢}ص^{٣}} = \sqrt[٣]{٥س^{٣}ص^{٤} \times ٥٤س^{٢}ص^{٣}}$ — $\sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص} = \sqrt[٣]{س \times ص}$

$= \sqrt[٣]{٥س^{٣}ص^{٣} \times ٢ \times ٣^{٣} \times س^{٢} \times ص^{٣}}$ — اكتب على صورة مكعبات كاملة

$= \sqrt[٣]{١٠ \times ٣^{٣} \times س^{٣} \times ص^{٣} \times ص^{٣} \times س^{٢} \times ص}$

$= \sqrt[٣]{٣^{٣}س^{٣}(ص^{٢})^{٣}} \times \sqrt[٣]{١٠س^{٢}ص}$ — $\sqrt[٣]{س \times ص} = \sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص}$

$= ٣س ص^{٢} \sqrt[٣]{١٠س^{٢}ص}$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

حاول أن تحل

٦ اضرب ثم بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $٣\sqrt{٧س^{٣}} \times ٢\sqrt{س^{٣}ص^{٢}}$ حيث $س \geq ٠$

ب $\sqrt[٣]{٤س^{٤}ص} \times \sqrt[٣]{٥س^{٢}ص}$

مثال (٧)

اقسم ثم بسّط كلًّا مما يلي:

أ $\frac{\sqrt[٣]{٣٢}}{\sqrt[٣]{-٤}}$

ب $\frac{\sqrt[٣]{١٦٢س^{٥}}}{\sqrt[٣]{٣س^{٢}}}$ حيث $س \neq ٠$

ج $\frac{\sqrt[٣]{٢٥٦س^{٣}}}{\sqrt[٣]{٣٢س}}$ حيث $س < ٠$

الحل:

أ $\frac{\sqrt[٣]{٣٢}}{\sqrt[٣]{-٤}} = \sqrt[٣]{\frac{٣٢}{-٤}}$ — $\frac{\sqrt[٣]{س}}{\sqrt[٣]{ص}} = \sqrt[٣]{\frac{س}{ص}}$ حيث $ص \neq ٠$

$= \sqrt[٣]{-٨}$ — اقسم

$= \sqrt[٣]{(-٢)^{٣}}$ — اكتب -٨ على صورة مكعب كامل

$= -٢$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

ب $\frac{\sqrt[3]{١٦٢س^{٥}}}{\sqrt[3]{٣س^{٢}}} = \sqrt[3]{\frac{١٦٢س^{٥}}{٣س^{٢}}}$ $\sqrt[3]{\frac{س}{ص}} = \frac{\sqrt[3]{س}}{\sqrt[3]{ص}}$ حيث ص ≠ ٠

$= \sqrt[3]{٥٤س^{٣}}$ اقسم

$= \sqrt[3]{٢ \times ٣^{٣} \times س^{٣}}$ اكتب ٥٤ على صورة مكعب كامل

$= \sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{٣^{٣} س^{٣}}$ $\sqrt[3]{س \times ص} = \sqrt[3]{س} \times \sqrt[3]{ص}$

$= ٣س \sqrt[3]{٢}$ $\sqrt[3]{س^{٣}} = س$

جـ $\frac{\sqrt{٢٥٦س^{٣}}}{\sqrt{٣٢س}} = \sqrt{\frac{٢٥٦س^{٣}}{٣٢س}}$ $\sqrt{\frac{س}{ص}} = \frac{\sqrt{س}}{\sqrt{ص}}$ حيث ص ≠ ٠

$= \sqrt{٨س^{٢}}$ اقسم

$= \sqrt{٢(٢س)^{٢}}$ اكتب ٨س^{٢} على صورة مربعات كاملة

$= |٢س| \sqrt{٢}$ $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

$= ٢ \sqrt{٢} |س|$

$= ٢س \sqrt{٢}$ حيث س > ٠

حاول أن تحل

٧ اقسم ثم بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $\frac{\sqrt{٢٤٣}}{\sqrt{٢٧}}$

ب $\frac{\sqrt{١٢س^{٤}}}{\sqrt{٣س}}$ حيث س > ٠

جـ $\frac{\sqrt[3]{١٢٨س^{١٥}}}{\sqrt[3]{٢س^{٢}}}$ حيث س ≠ ٠

مثال (٨)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $(٤ + \sqrt{٣})^{٢}$ ب $(٤ + \sqrt{٣})(٤ - \sqrt{٣})$ جـ $(٦ + \sqrt{٣})(٢ - \sqrt{٢})$

الحل:

أ $(٤ + \sqrt{٣})^{٢} = ١٦ + ٨\sqrt{٣} + ٣$

$= ١٩ + ٨\sqrt{٣}$

$(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

جمع الحدود المتشابهة

ب $(٤ + \sqrt{٣})(٤ - \sqrt{٣}) = ١٦ - ٣$

$= ١٣$

$(أ + ب)(أ - ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

جـ $(٦ + \sqrt{٣})(٢ - \sqrt{٢}) = ١٢ - ٦\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٣} - ٦\sqrt{٣}$

حاول أن تحل

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

٨ أ $(٥ - \sqrt{٣})^{٢}$ ب $(٧ + \sqrt{٥})(٣ - \sqrt{٢})$ جـ $(٦ + \sqrt{٥})(٦ - \sqrt{٥})$

(١-١-هـ) المرافق واستخدامه Conjugate and its Use

$\sqrt{٢}$ يسمى مرافق لِـ $\sqrt{٢}$، لأن $\sqrt{٢} \times \sqrt{٢} = ٢$ (عدد نسبي).

$٣ + \sqrt{٢}$ يسمى مرافق لِـ $٣ - \sqrt{٢}$، لأن $(٣ + \sqrt{٢}) \times (٣ - \sqrt{٢}) = ٩ - ٢ = ٧$ (عدد نسبي).

$\sqrt[٣]{٢٥}$ يسمى مرافق لِـ $\sqrt[٣]{٥}$، لأن $\sqrt[٣]{٢٥} \times \sqrt[٣]{٥} = \sqrt[٣]{٣٥} = ٥$ (عدد نسبي).

معلومة رياضية:

$\sqrt{أ} + \sqrt{ب}$، $\sqrt{أ} - \sqrt{ب}$

مقداران مترافقان.

إذا كان س، ص تعبيران جذريان يمثلان أعدادًا غير نسبية، وكان ناتج ضرب س في ص عددًا نسبيًّا فإن س، ص مترافقان.

يمكن إعادة كتابة كسر يحوي مقامه جذورًا تربيعية أو جذورًا تكعيبية بصورة كسر مقامه عدد نسبي، وذلك بضرب بسط الكسر ومقامه في **مرافق المقام**.

مثال (٩)

اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًا.

أ $\frac{\sqrt{٢}+١}{\sqrt{٣}}$

ب $\frac{١-\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}-٣}$

الحل:

أ $\frac{\sqrt{٢}+١}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٢}+١}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$ اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

$= \frac{\sqrt{٢} \times \sqrt{٣} + \sqrt{٣}}{(\sqrt{٣})^{٢}}$ خاصية التوزيع

$= \frac{\sqrt{٦} + \sqrt{٣}}{٣}$ بسّط

$\therefore \frac{\sqrt{٢}+١}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٦}+\sqrt{٣}}{٣}$ المقام عدد صحيح

ب $\frac{١-\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}-٣} = \frac{(١-\sqrt{٢})}{(\sqrt{٢}-٣)} \times \frac{(\sqrt{٢}+٣)}{(\sqrt{٢}+٣)}$ اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

$= \frac{\sqrt{٢} - ٣ - \sqrt{٢} \times \sqrt{٢} + \sqrt{٢}٣}{(\sqrt{٢})^{٢} - ٣^{٢}}$ $(أ - ب)(أ + ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

$= \frac{\sqrt{٢} - ٣ - ٢ + \sqrt{٢}٣}{٢ - ٩}$ بسّط

$= \frac{١ - \sqrt{٢}٢}{٧}$

حاول أن تحل

٩ اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًا.

أ $\frac{\sqrt{٢}+\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$

ب $\frac{\sqrt{٢}-٣}{\sqrt{٢}-٢}$

مثال (١٠) ربط بالحياة

قانون أينشتاين ط = ك × س^{٢} يربط بين الطاقة ط والكتلة ك وسرعة الضوء س.

أ أوجد قيمة س بدلالة ط، ك.

ب أعد كتابة إجابتك في أ بحيث يكون المقام خاليًا من الجذور.

الحل:

أ ط = ك × س^{٢} — اكتب القانون

س^{٢} = $\frac{ط}{ك}$ — اقسم طرفي المعادلة على ك؛ ك ≠ ٠

س = $\sqrt{\frac{ط}{ك}}$ ، س > ٠

ب س = $\sqrt{\frac{ط}{ك}}$

س = $\frac{\sqrt{ط}}{\sqrt{ك}}$ — $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}}$ حيث أ > ٠، ب > ٠

س = $\frac{\sqrt{ط}}{\sqrt{ك}} \times \frac{\sqrt{ك}}{\sqrt{ك}}$ — اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

س = $\frac{\sqrt{ط \times ك}}{ك}$

حاول أن تحل

١٠ القانون ع = $\frac{٢ \times ف}{ن^{٢}}$ يربط بين العجلة ع، والمسافة ف، والوقت ن لجسم متحرك بعجلة منتظمة.

أ أوجد ن بدلالة ع، ف.

ب أعد كتابة إجابتك في أ بحيث يكون المقام خاليًا من الجذور.

مثال (١١)

أوجد قيمة التعبير: $\frac{(س + ١)^{٢}(٣س - ٢)}{٧س - ٤}$ حيث س = $\sqrt{٢}$ - ١.

الحل:

$$\frac{(س + ١)^{٢}(٣س - ٢)}{٧س - ٤} = \frac{(\sqrt{٢} - ١ + ١)^{٢}(٣\sqrt{٢} - ١)(٢ - ٣\sqrt{٢})}{٧\sqrt{٢} - ٤}$$ عوّض س بقيمتها

$$= \frac{(\sqrt{٢})^{٢}(٣\sqrt{٢} - ٥)}{٧\sqrt{٢} - ١١}$$ بسّط

$$= \frac{٢(٣\sqrt{٢} - ٥)(٧\sqrt{٢} + ١١)}{(٧\sqrt{٢} - ١١)(٧\sqrt{٢} + ١١)}$$ اضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام

$$= \frac{٢(٤٢ + ٣٣\sqrt{٢} - ٣٥\sqrt{٢} - ٥٥)}{(٧\sqrt{٢})^{٢} - (١١)^{٢}}$$ خاصية التوزيع

$$= \frac{٢(-١٣ - ٢\sqrt{٢})}{٩٨ - ١٢١}$$ جمع الحدود المتشابهة

$$= \frac{-٢(١٣ + ٢\sqrt{٢})}{-٢٣}$$

$$= \frac{٢٦ + ٤\sqrt{٢}}{٢٣}$$ بسّط

حاول أن تحل

١١ أوجد قيمة التعبير: $\frac{(س - ٢)^{٣}}{س + ١}$ حيث س = ٢ - $\sqrt{٣}$.

١ – ٢

الأسس النسبية وخواصها

Rational Exponents and Properties

سوف تتعلم

- كتابة عدد حقيقي في الصورة الجذرية.
- كتابة عدد حقيقي في الصورة الأسية.
- تحويل من الصورة الجذرية إلى الصورة الأسية.
- تحويل من الصورة الأسية إلى الصورة الجذرية.

دعنا نفكر ونتناقش

عرفت سابقًا أن $س^{٣} \times س^{٣} = س^{٦}$ $\quad (٣ + ٣ = ٦)$

وقلنا أن $س^{٣}$ هو جذر تربيعي لِـ $س^{٦}$ $\quad \left(\frac{٦}{٢} = ٣\right)$

كذلك $س^{٢} \times س^{٢} = س^{٤}$

∴ $س^{٢}$ جذر تربيعي لِـ $س^{٤}$.

$س^{-١} \times س^{-١} = س^{-٢}$

∴ $س^{-١}$ جذر تربيعي لِـ $س^{-٢}$ ، $س \neq ٠$

الجذر التربيعي الأساسي للعدد الموجب س هو $\sqrt{س}$

ويكون: $\sqrt{س} \times \sqrt{س} = س$

وإذا كتبنا هذه العبارة في الصورة الأسية

$س^{\square} \times س^{\square} = س = س^{١}$ (لماذا؟)

بالمقارنة مع ما ورد أعلاه نستطيع أن نكتب:

$\square + \square = ١$

∴ $\square = \frac{١}{٢}$

$\sqrt{س} \times \sqrt{س} = س$ تكتب $س^{\frac{١}{٢}} \times س^{\frac{١}{٢}} = س$

وقد اعتمدت هذه الصورة وعممت لكتابة أي تعبير جذري.

(١ – ٢ – أ) الأسس النسبية

Rational Exponents

الصورة الجذرية	الصورة الأسية
$\sqrt{٢٥}$	$٢٥^{\frac{١}{٢}}$
$\sqrt[٣]{٢٧}$	$٢٧^{\frac{١}{٣}}$
$\sqrt[٤]{٦٤}$	$٦٤^{\frac{١}{٤}}$

يعبّر دليل الجذر عن الجذر الذي تريده، وفي الصورة الأسية يصبح دليل الجذر مقامًا للأس كما هو مبيّن في الجدول السابق.

الجذر النوني

n^{th} root

- إذا كان $أ$ عددًا حقيقيًّا، ن $\in$ صـ$_+$، ن $\geq$ ٢، فإن الجذر النوني للعدد $أ$ يرمز له بالرمز $\sqrt[ن]{أ}$ ويساوي عددًا حقيقيًّا ب بحيث ب^{ن} = $أ$.

- إذا كان الجذر النوني للعدد $أ$ هو عددًا حقيقيًا، م عددًا صحيحًا، ن $\in$ صـ$_+$، ن $\geq$ ٢، فإن:
- $\sqrt[ن]{أ} = أ^{\frac{١}{ن}}$
- $\sqrt[ن]{أ^{م}} = (\sqrt[ن]{أ})^{م} = (أ^{\frac{١}{ن}})^{م} = أ^{\frac{م}{ن}}$
- $\sqrt[ن]{أ^{ن}} = \begin{cases} |أ| & \text{إذا كان ن عددًا زوجيًا} \\ أ & \text{إذا كان ن عددًا فرديًا} \end{cases}$

- إذا كان $\sqrt[ن]{أ}$ ، $\sqrt[ن]{ب}$ عددين حقيقيين، فإن:
- $\sqrt[ن]{أ} \times \sqrt[ن]{ب} = \sqrt[ن]{أ \times ب}$
- $\frac{\sqrt[ن]{أ}}{\sqrt[ن]{ب}} = \sqrt[ن]{\frac{أ}{ب}}$ ، ب $\neq$ ٠

مثال (١)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $\sqrt[٤]{١٦}$ ب $\sqrt[٥]{-٣٢}$ جـ $\sqrt[٦]{٦٤ س^{١٢}}$

الحل:

أ $\sqrt[٤]{١٦} = \sqrt[٤]{٢^{٤}}$ — $\sqrt[ن]{س^{ن}} = |س|$ — ن عدد زوجي

$= |٢|$ — $|س| = س$ — س $\geq$ ٠

$= ٢$

ب $\sqrt[٥]{-٣٢} = \sqrt[٥]{(-٢)^{٥}}$ — $\sqrt[ن]{س^{ن}} = س$ — ن عدد فردي

$= -٢$

جـ $\sqrt[٦]{٦٤ س^{١٢}} = \sqrt[٦]{٢^{٦} (س^{٢})^{٦}}$

$= \sqrt[٦]{(٢ س^{٢})^{٦}}$ — $\sqrt[ن]{س^{ن}} = |س|$ — ن عدد زوجي

$= |٢ س^{٢}|$ — $|س| = س$ — س $\geq$ ٠

$= ٢ س^{٢}$

حاول أن تحل

١ بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

أ $-\sqrt[٥]{٢٤٣}$ ب $\sqrt[٤]{٦٢٥}$ جـ $\sqrt[٧]{س^{١٤}}$

مثال (٢)

اكتب كل عدد مما يلي في الصورة الجذرية، ثم بسّط:

أ $١٢٥^{\frac{١}{٣}}$ ب $٥^{\frac{١}{٢}} \times ٥^{\frac{١}{٢}}$ جـ $١٠^{\frac{١}{٣}} \times ١٠٠^{\frac{١}{٣}}$

الحل:

أ $١٢٥^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{١٢٥}$ — اكتب العدد $١٢٥^{\frac{١}{٣}}$ بالصورة الجذرية

$= \sqrt[٣]{٥^{٣}}$ — اكتب ١٢٥ على صورة مكعب كامل

$= ٥$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

$\therefore ١٢٥^{\frac{١}{٣}} = ٥$

ب $٥^{\frac{١}{٢}} \times ٥^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٥} \times \sqrt{٥}$ — اكتب $٥^{\frac{١}{٢}}$ بالصورة الجذرية

$= ٥$ — $\sqrt{س} \times \sqrt{س} = \left(\sqrt{س}\right)^{٢} = س$ لكل $س \geq ٠$

$\therefore ٥^{\frac{١}{٢}} \times ٥^{\frac{١}{٢}} = ٥$

جـ $١٠^{\frac{١}{٣}} \times ١٠٠^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{١٠} \times \sqrt[٣]{١٠٠}$ — اكتب $١٠^{\frac{١}{٣}}$ و $١٠٠^{\frac{١}{٣}}$ بالصورة الجذرية

$= \sqrt[٣]{١٠ \times ١٠٠}$ — $\sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص} = \sqrt[٣]{س \times ص}$

$= \sqrt[٣]{١٠ \times ١٠^{٢}}$

$= \sqrt[٣]{١٠^{٣}}$ — $س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$

$= ١٠$ — $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

$\therefore ١٠^{\frac{١}{٣}} \times ١٠٠^{\frac{١}{٣}} = ١٠$

حاول أن تحل

٢ اكتب كل عدد مما يلي في الصورة الجذرية، ثم بسّط:

أ $١٦^{\frac{١}{٤}}$ ب $٣^{\frac{١}{٢}} \times ٣^{\frac{١}{٢}}$ جـ $٧^{\frac{١}{٣}} \times ٤٩^{\frac{١}{٣}}$

مثال (٣)

اكتب العدد $٢٥^{\frac{٣}{٢}}$ بالصورة الجذرية، ثم بسّط:

الحل:

$٢٥^{\frac{٣}{٢}} = ٢٥^{٣ \times \frac{١}{٢}}$ $\quad\quad$ $\frac{م}{ن} = م \times \frac{١}{ن}$

$= \left(٢٥^{٣}\right)^{\frac{١}{٢}}$ $\quad\quad$ $س^{م^{ن}} = \left(س^{م}\right)^{ن}$

$= \sqrt{٢٥^{٣}}$ $\quad\quad$ $س^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{س}$ لكل $س \geq ٠$

$= \left(\sqrt{٢٥}\right)^{٣} = ٥^{٣} = ١٢٥$ $\quad\quad$ $\sqrt[ن]{س^{م}} = \left(\sqrt[ن]{س}\right)^{م}$

$\therefore ٢٥^{\frac{٣}{٢}} = ١٢٥$

حاول أن تحل

٣ اكتب العدد $٦٤^{\frac{٤}{٣}}$ بالصورة الجذرية، ثم بسّط.

مثال (٤)

أ اكتب $س^{\frac{٢}{٥}}$ ، $ص^{\frac{٥}{٢}}$ بالصورة الجذرية لكل $ص > ٠$ ، ثم بسّط إن أمكن:

ب اكتب $\sqrt[٥]{ص}$، $\sqrt{ب^{٣}}$، $\left(\sqrt[٣]{س}\right)^{٥}$ بالصورة الأسية لكل $ب > ٠$.

الحل:

أ $س^{\frac{٢}{٥}} = \left(س^{\frac{١}{٥}}\right)^{٢}$ $\quad\quad$ $س^{م \times ن} = \left(س^{م}\right)^{ن}$

$= \left(\sqrt[٥]{س}\right)^{٢}$ $\quad\quad$ $س^{\frac{١}{٥}} = \sqrt[٥]{س}$

$= \sqrt[٥]{س^{٢}}$ $\quad\quad$ $\left(\sqrt[٥]{س}\right)^{٢} = \sqrt[٥]{س^{٢}}$

$\therefore س^{\frac{٢}{٥}} = \sqrt[٥]{س^{٢}}$

$ص^{\frac{٥}{٢}} = \left(ص^{٥}\right)^{\frac{١}{٢}}$ $\quad\quad$ $س^{م \times ن} = \left(س^{م}\right)^{ن}$

$= \sqrt{ص^{٥}} = \sqrt{(ص^{٢})^{٢} ص}$ $\quad\quad$ $س^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{س}$ ، لكل $س > ٠$

$= |ص^{٢}| \times \sqrt{ص}$

$= ص^{٢} \sqrt{ص}$ $\quad\quad$ $|س^{٢}| = س^{٢}$

$\therefore ص^{\frac{٥}{٢}} = ص^{٢} \sqrt{ص}$

ب $\sqrt[٥]{ص} = ص^{\frac{١}{٥}}$

$\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$ ، لكل س > ٠

$\sqrt{ب^{٣}} = (ب^{٣})^{\frac{١}{٢}}$

$= ب^{٣ \times \frac{١}{٢}}$

$= ب^{\frac{٣}{٢}}$

$\therefore \sqrt{ب^{٣}} = ب^{\frac{٣}{٢}}$

$(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

اضرب

$(\sqrt[٣]{س})^{٥} = (س^{\frac{١}{٣}})^{٥}$

$= س^{\frac{١}{٣} \times ٥}$

$= س^{\frac{٥}{٣}}$

$\therefore (\sqrt[٣]{س})^{٥} = س^{\frac{٥}{٣}}$

$\sqrt[٣]{س} = س^{\frac{١}{٣}}$

$(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

اضرب

حاول أن تحل

٤ أ اكتب $ص^{\frac{٣}{٨}}$ لكل ص > ٠ بالصورة الجذرية.

ب بسّط $س^{٠,٤}$ لكل س ≥ ٠ ثم اكتب بالصورة الجذرية.

جـ اكتب $\sqrt[٣]{س^{٢}}$، $(\sqrt{ص})^{٣}$ لكل ص ≥ ٠ بالصورة الأسية ثم بسّط.

مثال (٥) **ربط بالحياة**

إن عدم شعور رائد الفضاء بانعدام الوزن في رحلة فضائية يعود إلى دوران جهاز يجلس عليه، ويشعره بجاذبية وهمية تحاكي الجاذبيه الأرضية.

يدور الجهاز وفق المعادلة الرياضية:

$$ن = \frac{و^{٠,٥}}{٢ \times \pi \times نه^{٠,٥}}$$

حيث ن: السرعة الدورانية وتقاس بالدورة في الثانية.

نه: نصف قطر جهاز الدوران ويقاس بالمتر.

و: الجاذبية الوهمية التي تحاكي الجاذبية الأرضية.

احسب سرعة دوران جهاز طول نصف قطره ١,٧ متر، يدور ليحاكي الجاذبية الأرضية التي تساوي ٨,٩ م/ ث^{٢}.

الحل:

$$ن = \frac{و^{٠,٥}}{٢ \times \pi \times نق^{٠,٥}}$$ اكتب المعادلة

$$= \frac{(٩,٨)^{٠,٥}}{٢ \times \pi \times (١,٧)^{٠,٥}}$$ عوّض

$$\simeq ٠,٣٨٢$$ استخدم الآلة الحاسبة

∴ سرعة دوران الجهاز تساوي تقريبًا ٠,٣٨٢ دورة في الثانية.

حاول أن تحل

٥ احسب السرعة الدورانية المطلوبة للجهاز في المثال (٥) ليحاكي جاذبية تعادل نصف مقدار الجاذبية الأرضية.

(١-٢-ب) خواص الأسس النسبية Properties of Rational Exponents

ليكن م، ن عددين نسبيين و$أ$، ب عددين حقيقيين حيث $أ^{م}$، $أ^{ن}$، $ب^{م}$، $ب^{ن}$ أعداد حقيقية.

نكتب الخواص التالية:

خواص	أمثلة
$ب^{م} \times ب^{ن} = ب^{م+ن}$	$٨^{\frac{١}{٣}} \times ٨^{\frac{٢}{٣}} = ٨^{\frac{٣}{٣}} = ٨^{١} = ٨$
$(ب^{م})^{ن} = ب^{م \times ن}$	$(٥^{\frac{١}{٢}})^{٤} = ٥^{\frac{١}{٢} \times ٤} = ٥^{٢} = ٢٥$
$(أ \times ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$	$(٤ \times ٥)^{\frac{١}{٢}} = ٤^{\frac{١}{٢}} \times ٥^{\frac{١}{٢}} = ٢ \times ٥^{\frac{١}{٢}}$
$ب^{-ن} = \frac{١}{ب^{ن}}$ لكل ب ≠ ٠	$٩^{-\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٩^{\frac{١}{٢}}} = \frac{١}{\sqrt{٩}} = \frac{١}{٣}$
$\frac{ب^{م}}{ب^{ن}} = ب^{م-ن}$ لكل ب ≠ ٠	$\frac{٩^{\frac{٣}{٢}}}{٩^{\frac{١}{٢}}} = ٩^{\frac{٣}{٢}-\frac{١}{٢}} = ٩^{١} = ٩$
$(\frac{أ}{ب})^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$ لكل ب ≠ ٠	$(\frac{٥}{٢٧})^{\frac{١}{٣}} = \frac{٥^{\frac{١}{٣}}}{٢٧^{\frac{١}{٣}}} = \frac{٥^{\frac{١}{٣}}}{٣}$

يقدّر علماء الآثار عمر المحفورات باستخدام الأسس النسبية

مثال (٦)

بسّط كلًّا مما يلي:

أ $٤^{\frac{٢}{٥}} \times ٤^{\frac{١}{٥}}$ ب $\left(٥^{\frac{١}{٢}}\right)^{٣}$ جـ $\left(٥ \times ٧\right)^{\frac{١}{٢}}$ د $٣^{-\frac{١}{٢}}$ هـ $\frac{١٧^{\frac{٥}{٣}}}{١٧^{\frac{١}{٢}}}$

الحل:

أ $٤^{\frac{٢}{٥}} \times ٤^{\frac{١}{٥}} = ٤^{\frac{٢}{٥}+\frac{١}{٥}} = ٤^{\frac{٣}{٥}} = \sqrt[٥]{٤^{٣}} = \sqrt[٥]{٦٤} = ٢\sqrt[٥]{٢}$

ب $\left(٥^{\frac{١}{٢}}\right)^{٣} = ٥^{\frac{١}{٢}\times ٣} = ٥^{\frac{٣}{٢}} = \sqrt{٥^{٣}} = ٥\sqrt{٥}$

جـ $\left(٥ \times ٧\right)^{\frac{١}{٢}} = ٥^{\frac{١}{٢}} \times ٧^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٥} \times \sqrt{٧} = \sqrt{٣٥}$

د $٣^{-\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٣^{\frac{١}{٢}}} = \frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٣}}{٣}$

هـ $\frac{١٧^{\frac{٥}{٣}}}{١٧^{\frac{١}{٢}}} = ١٧^{\frac{٥}{٣}-\frac{١}{٢}} = ١٧^{\frac{١٠}{٦}-\frac{٣}{٦}} = ١٧^{\frac{٧}{٦}} = ١٧\sqrt[٦]{١٧}$

حاول أن تحل

٦ بسّط كلًّا مما يلي:

أ $٥^{\frac{١}{٣}} \times ٥^{\frac{٢}{٣}}$ ب $\left(٧^{\frac{١}{٣}}\right)^{٢}$ جـ $\left(٢٣\right)^{\frac{١}{٢}}$ د $٦^{-\frac{١}{٢}}$ هـ $\frac{٨^{\frac{١}{٣}}}{٨^{\frac{١}{٣}}}$

مثال (٧)

بسّط كلًّا من الأعداد التالية:

أ $(٣٢)^{\frac{٣}{٥}}$ ب $٤^{٣,٥}$

الحل:

أ $(٣٢)^{\frac{٣}{٥}} = \left((٣٢)^{\frac{١}{٥}}\right)^{٣}$ $س^{م \times ن} = (س^{م})^{ن}$

$= \left((٢)^{٥}\right)^{\frac{١}{٥}}\Big)^{٣}$ $٣٢ = ٢^{٥}$

$= \left((٢)^{٥ \times \frac{١}{٥}}\right)^{٣}$ $(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

$= \left(٢\right)^{٣} = ٨$ اضرب

$\therefore (٣٢)^{\frac{٣}{٥}} = ٨$

ب $٤^{٣,٥} = ٤^{\frac{٧}{٢}}$ — حوّل ٥ , ٣ إلى كسر مركب

$= (٢^{٢})^{\frac{٧}{٢}}$ — $٤ = ٢^{٢}$

$= (٢^{\frac{١}{٢}(٢)})^{٧}$ — $س^{م \times ن} = (س^{م})^{ن}$

$= (٢^{\frac{١}{٢} \times ٢})^{٧}$ — $(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

$= ٢^{٧} = ١٢٨$ — اضرب

$\therefore \quad ٤^{٣,٥} = ١٢٨$

حاول أن تحل

٧ بسّط كل عدد من الأعداد التالية:

أ $٥^{\frac{٣}{٢}}$ ب $١٦^{\frac{٣}{٤}}$ جـ $(٣٢)^{\frac{٤}{٥}}$

مثال (٨)

أوجد ناتج كل مما يلي:

أ $\sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧}$ ب $\frac{\sqrt[٣]{١٦}}{\sqrt[٣]{٢}}$

الحل:

طريقة أولى:

أ $\sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧} = ٥^{\frac{١}{٤}} \times ٧^{\frac{١}{٤}}$ — $\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$

$= (٥ \times ٧)^{\frac{١}{٤}}$ — $س^{م} \times ص^{م} = (س \times ص)^{م}$

$= (٣٥)^{\frac{١}{٤}}$ — اضرب

$= \sqrt[٤]{٣٥}$ — $س^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{س}$

طريقة ثانية:

$\sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧} = \sqrt[٤]{٧ \times ٥}$ — $\sqrt[ن]{س} \times \sqrt[ن]{ص} = \sqrt[ن]{س \times ص}$

$= \sqrt[٤]{٣٥}$ — اضرب

$\therefore \quad \sqrt[٤]{٥} \times \sqrt[٤]{٧} = \sqrt[٤]{٣٥}$

طريقة أولى:

ب $\frac{\sqrt[3]{١٦}}{\sqrt[3]{٢}} = \frac{١٦^{\frac{١}{٣}}}{٢^{\frac{١}{٣}}}$

$= \left(\frac{١٦}{٢}\right)^{\frac{١}{٣}}$

$= ٨^{\frac{١}{٣}}$

$= \sqrt[3]{٨}$

$= ٢$

$\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$

$\frac{س^{ن}}{ص^{ن}} = \left(\frac{س}{ص}\right)^{ن}$ لكل ص ≠ ٠

اقسم

$س^{\frac{١}{ن}} = \sqrt[ن]{س}$

بسّط

طريقة ثانية:

$\frac{\sqrt[3]{١٦}}{\sqrt[3]{٢}} = \sqrt[3]{\frac{١٦}{٢}}$

$= \sqrt[3]{٨}$

$= \sqrt[3]{٣٢}$

$= ٢$

$\therefore \frac{\sqrt[3]{١٦}}{\sqrt[3]{٢}} = ٢$

$\frac{\sqrt[ن]{س}}{\sqrt[ن]{ص}} = \sqrt[ن]{\frac{س}{ص}}$ ، حيث ص ≠ ٠

اقسم

اكتب ٨ على صورة مكعب كامل

$\sqrt[3]{س^{٣}} = س$

حاول أن تحل

٨ أوجد الناتج في كل مما يلي:

أ $\sqrt[٥]{٩} \times \sqrt[٥]{٢٧}$

ب $\frac{\sqrt[3]{٢٤٣}}{\sqrt[3]{٣}}$

المرشد لحل المسائل

بهدف تعزيز حب رياضة كرة القدم لدى الناشئة، أقام أحد النوادي ملعبًا لتدريبهم.

استخدم المعادلة:

ع = ٧٤√س لمعرفة طول سور الملعب ع، بمعلومية مساحة الملعب س.

أ تبلغ مساحة الملعب الحالية ١ ٥٠٠ متر مربع.

فما طول السور اللازم لإحاطته؟

ب قررت إدارة النادي زيادة مساحة الملعب لتصبح ٤ أمثال ما كانت عليه محافظة على شكلها.

فما طول السور الإضافي؟

الحل:

أ لمعرفة طول السور، أعوض عن س بـ ١ ٥٠٠ في المعادلة ع = ٧٤√س.

ع = ٧٤√١ ٥٠٠ ≃ ١٥٤,٩٢

يبلغ طول السور حوالى ١٥٥ مترًا.

ب مساحة الملعب بعد الزيادة = ١ ٥٠٠ × ٤ = ٦ ٠٠٠ متر مربع.

باستخدام المعادلة ع = ٧٤√س ، نحصل على:

ع = ٧٤√٦ ٠٠٠ ≃ ٣٠٩,٨

أي حوالى ٣١٠ أمتار.

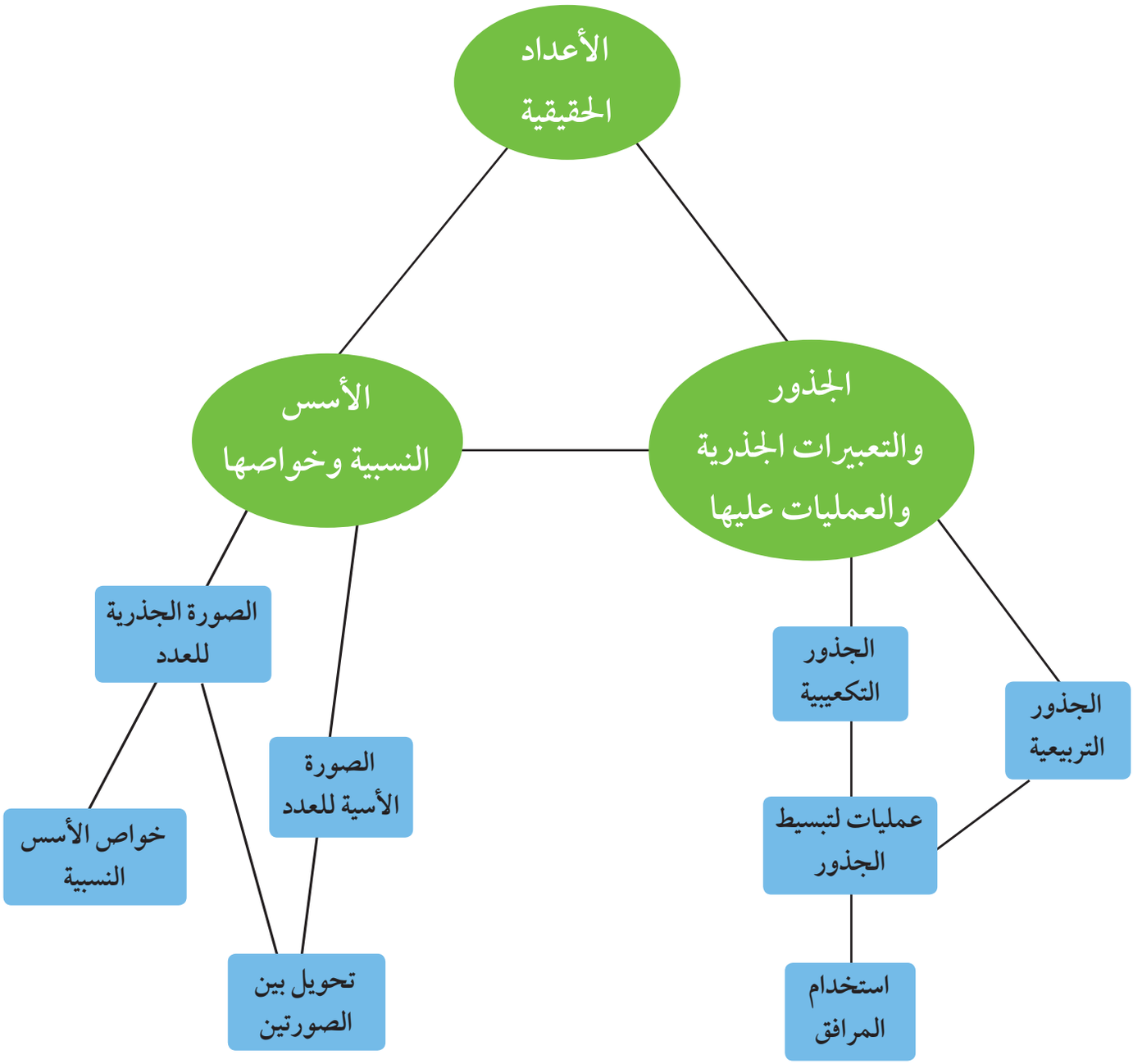
طول السور الإضافي: ٣١٠ – ١٥٥ = ١٥٥ مترًا.

ملاحظة: عندما أصبحت مساحة الملعب ٤ أمثال ما كانت عليه في السابق، أصبح طول السور الحالي مثلي طول السور السابق.

مسألة إضافية

أوجد مساحة قطعة أرض مستطيلة الشكل، يساوي طولها ثلاثة أمثال عرضها، ومساحتها ٢ ٥٠٠ متر مربع.

مخطط تنظيمي للوحدة الأولى



ملخص

- لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
- لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي واحد.
- خواص الجذور التربيعية (س ≤ ٠، ص ≤ ٠):

$\sqrt{س^{٢}} = |س| = س$

$(\sqrt{س})^{٢} = س$

$\sqrt{س} \times \sqrt{ص} = \sqrt{س \times ص}$

$\frac{\sqrt{س}}{\sqrt{ص}} = \sqrt{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠

- خواص الجذور التكعيبية:

$\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

$(\sqrt[٣]{س})^{٣} = س$

$\sqrt[٣]{س} \times \sqrt[٣]{ص} = \sqrt[٣]{س \times ص}$

$\frac{\sqrt[٣]{س}}{\sqrt[٣]{ص}} = \sqrt[٣]{\frac{س}{ص}}$ ، ص ≠ ٠

- $\sqrt{س} - \sqrt{ص}$ ، $\sqrt{س} + \sqrt{ص}$ مقداران مترافقان

$\sqrt{س}$ تكتب $س^{\frac{١}{٢}}$، $\sqrt[٣]{س}$ تكتب $س^{\frac{١}{٣}}$، $\sqrt[ن]{س^{م}} = س^{\frac{م}{ن}}$

- خواص الأسس النسبية:

ليكن م، ن عددين نسبيين و أ، ب عددين حقيقيين حيث أ ≠ ٠، أ^ن، ب^م، ب^ن أعداد حقيقية.

$ب^{م} \times ب^{ن} = ب^{م+ن}$

$(ب^{م})^{ن} = ب^{م \times ن}$

$(أ \times ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$

$ب^{-ن} = \frac{١}{ب^{ن}}$ ، ب ≠ ٠

$\frac{ب^{م}}{ب^{ن}} = ب^{م-ن}$ ، ب ≠ ٠

$(\frac{أ}{ب})^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$ ، ب ≠ ٠

الوحدة الثانية

العينات
Samples

مشروع الوحدة: داء الكوليسترول

١ **مقدمة المشروع:** الكوليسترول، أو داء العصر كما يحب الكثيرون أن يسموه، ينتجه الكبد في جسم الإنسان كما أنه موجود بكميات كبيرة في المأكولات ذات المصدر الحيواني مثل: صفار البيض، الكبد، الكلية، النخاعات، الروبيان، اللحوم الحمراء، الحليب الكامل الدسم ومشتقاته... وقد أثبتت الدراسات أن ٢٠٪ من الكوليسترول ينتج من الطعام و٨٠٪ منه ينتجه الكبد في جسم الإنسان.

٢ **الهدف:** سوف تقوم بدراسة حول داء الكوليسترول: أعراض ارتفاعه وانخفاضه، تأثيره على حياة الإنسان. طرائق الوقاية لتفادي أخطاره. تأثير الوراثة والأطعمة في تصنيعه. النسبة المئوية لعدد الأشخاص المصابين بداء الكوليسترول. تكوين جدول بكميات الكوليسترول عند عينة من الأشخاص.

٣ **اللوازم:** آلة حاسبة - أوراق جدولة الانتشار.

٤ **أسئلة حول التطبيق:**

حدد المكان الذي سوف تقوم بزيارته: مستشفى أو مختبر أو عيادة طبيب.

نظم استمارة بالأسئلة التي تريد طرحها:

أ ما أعراض ارتفاع الكوليسترول؟

ب ما العوامل المؤثرة على الكوليسترول؟ الغذاء، عوامل الوراثة، الوزن، النشاط والحركة، العمر والجنس، ...

جـ كيف تستطيع خفض الكوليسترول؟

ما دور الأدوية في توازن أنواع الكوليسترول: (المفيد) HDL، (الضار) LDL؟ وما المعدل الطبيعي لكل منهما؟

د ما الأمراض الناتجة عن ارتفاع الكوليسترول؟

هـ ما نسبة الوفيات الناتجة عن داء الكوليسترول؟ وما تأثيره؟

كون جدولًا يتضمن كمية الكوليسترول (ملليجرام بالديسيلتر الواحد) لعدد من الأشخاص في المكان الذي اخترته للمعاينة.

اسأل العينة التي اخترتها عن نسبة الأشخاص المصابين بالكوليسترول إلى العدد الإجمالي للمعاينات، وعن تأثير النشاطات الرياضية على تعديل نسبة الكوليسترول.

٥ **التقرير:** اكتب تقريرًا مفصلًا يتضمن الإجابات التي حصلت عليها من العينة (العينات) التي زرتها والجداول التي كونتها والنسب المئوية للأشخاص المصابين به. كما يجب أن يتضمن التقرير اقتراحاتك ونصائحك.

دروس الوحدة

٢-١ المجتمع الإحصائي	٢-٢ أنواع العينات	٢-٣ تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب
(٢-١-أ) جمع البيانات	(٢-٢-أ) العينة العشوائية البسيطة	
(٢-١-ب) أنواع البيانات وطرائق جمعها	(٢-٢-ب) العينة العشوائية الطبقية	
	(٢-٢-جـ) العينة العشوائية المنتظمة	

أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)

تعلمت سابقًا:

- جمع البيانات
- المجتمع الإحصائي
- العينة
- العينة العشوائية

ماذا سوف تتعلم؟

- المجتمع الإحصائي والحصر الشامل.
- العينة واستخداماتها.
- تصنيف البيانات: كيفية أو كمية.
- أنواع العينات العشوائية.
- كيفية استخدام الحاسوب لتسجيل البيانات واستخلاص النتائج.

أضف إلى معلوماتك

تهتم منظمة الصحة العالمية باحتياجات الإنسان الوقائية من الأمراض الخبيثة والمزمنة. ويأتي داء السكري والكوليسترول في عداد هذه الأمراض، حيث إنه يوجد تأثير مباشر لأمراض السكري والغدة الدرقية والكلية والكبد على ارتفاع نسبة الكوليسترول في الدم. ويأتي في مقدمة هذا الاهتمام النشرات الإرشادية والتوجيهية عن مسببات هذه الأمراض وكيفية التعامل معها، والتحقق المسبق من صلاحية الأدوية المستخدمة وجودة إنتاجها لتساعد المصاب بهذه الأمراض على العلاج.

المصطلحات الأساسية

المجتمع الإحصائي – المجتمعات المنتهية – المجتمعات غير المنتهية – المتغير – الحصر الشامل – العينة – عينة عشوائية – بيانات كيفية – بيانات كيفية اسمية – بيانات كيفية مرتبة– بيانات كمية – بيانات كمية مستمرة – بيانات كمية متقطعة – طرائق جمع البيانات – عينة عشوائية بسيطة – عينة عشوائية طبقية – عينة عشوائية منتظمة.

١ – ٢

المجتمع الإحصائي

Statistical Population

سوف تتعلم

- المجتمع الإحصائي.
- المجتمعات المنتهية.
- المجتمعات غير المنتهية.
- المتغير.
- الحصر الشامل.
- المعاينة.
- أنواع البيانات.
- طرائق جمع البيانات.

عمل تعاوني

في كل سنة تعرض خلال شهر رمضان المبارك على شاشات التلفزة في دولة الكويت مسلسلات مهمة خاصة بالشهر الفضيل.

تريد أنت وزملاؤك القيام باستطلاع حول عدد المشاهدين لكل مسلسل.

١ حدد مع زملائك عدد الأشخاص الذين سوف تستطلعون آراءهم على مساحة الدولة كلها.

٢ حدد مع زملائك الطرائق المتبعة في إجراء هذا الاستطلاع:

أ المقابلة الشخصية.

ب الاستبانة.

ج الهاتف المنزلي أو الهاتف الخلوي.

د البريد العادي أو البريد الإلكتروني.

الإحصاء هو أحد مجالات الرياضيات التطبيقية، حيث هو علم يهتم بجمع البيانات وتنظيمها وتصنيفها وعرضها وتحليلها، ليساعد على اتخاذ قرارات صحيحة مبنية على توقعات واستنتاجات.

المجتمع الإحصائي هو مجموعة كل العناصر قيد الدراسة ويكون لها خصائص مشتركة.

يمكن أن تكون المجتمعات الإحصائية منتهية (عدد عناصرها محدود) أو غير منتهية (عدد عناصرها غير محدود).

مثال (١)

حدد المجتمعات الإحصائية وأنواعها (منتهية – غير منتهية) ووحدة الدراسة في كل مجتمع:

أ طلاب المرحلة الثانوية في دولة الكويت في إحدى السنوات.

ب المدخنون في جميع دول العالم.

الحل:

أ المجتمع: طلاب المرحلة الثانوية في دولة الكويت في إحدى السنوات.

نوع المجتمع: منته، يمكن معرفة العدد الإجمالي.

وحدة الدراسة: الطالب.

ب المجتمع: المدخنون في جميع دول العالم.

نوع المجتمع: غير منته، لا يمكن معرفة العدد الإجمالي.

وحدة الدراسة: المدخن.

حاول أن تحل

١ حدد المجتمعات الإحصائية وأنواعها (منتهية – غير منتهية) ووحدة الدراسة في كل مجتمع:

أ الطلاب المشاركون في زيارة المركز العلمي في أحد الأيام.

ب زوار حديقة الحيوانات.

المتغير هو الصفة التي تكون محور الدراسة في المجتمع الإحصائي.

مثال (٢)

اعرض بعض المتغيرات لطلاب صفك والتي يمكن أن تقوم بدراستها.

الحل:

تتنوع الإجابات. إجابات ممكنة:

أ طول القامة لكل طالب بالسنتيمتر.

ب وزن كل طالب بالكيلوجرام.

ج لون العيون لكل طالب.

د لون الشعر لكل طالب.

حاول أن تحل

٢ اعرض بعض المتغيرات الممكنة للكتب الموجودة في مكتبة مدرستك والتي يمكن أن تقوم بدراستها.

(٢–١–أ) جمع البيانات Collecting Data

عند القيام بدراسة إحصائية يقوم الباحث بتحديد المجتمع محل الدراسة ثم يبدأ بجمع البيانات. وهناك أساليب مختلفة لجمع البيانات تعتمد على نوع الدراسة وخصائص المجتمع وهي:

١– الحصر الشامل:

هي عملية جمع بيانات جميع المفردات من المجتمع محل الدراسة، (غالبًا ما تصعب دراسة مفردات المجتمع ككل لما تحتاجه من نفقات ووقت وجهد كما أن الحصر الشامل لا يصلح في المجتمعات غير المنتهية لاستحالة حصر مفرداتها في قائمة).

٢–المعاينة

هي عملية اختيار جزء من مفردات المجتمع بطريقة مدروسة تجعل هذه المفردات تمثل المجتمع وتحقق أهداف الدراسة.

مثال (٣)

هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية أم لا؟ مع ذكر السبب.

أ دراسة نسبة كمية السكر في الدم عند مريض مصاب بداء السكري.

ب دراسة حول نسبة عدد الطلاب الذين يكتبون باليد اليسرى إلى عدد الطلاب في المرحلة الثانوية في مدرستك.

الحل:

أ لا يمكن استخدام الحصر الشامل في هذا المجتمع، لأن استخدام كافة كمية الدم الموجودة في جسم المريض سوف يؤدي إلى نهاية حياته. لذا نحتاج إلى جزء من هذا الدم لدراسة كمية السكر.

ب يمكن استخدام الحصر الشامل هنا، لأن عدد الطلاب في المرحلة الثانوية يسمح بدراسة عدد الطلاب الذين يكتبون باليد اليسرى وبالتالي يمكن كتابة النسبة.

حاول أن تحل

٣ اكتب مثالًا عن:

أ دراسة في مجتمع إحصائي يمكن استخدام الحصر الشامل فيه.

ب دراسة في مجتمع إحصائي لا يمكن استخدام الحصر الشامل فيه.

مثال (٤)

تقوم إحدى الشركات بإنتاج عبوات من عصير البرتقال وتوزيعها على الأسواق الاستهلاكية.
يريد أحد التجار شراء كمية كبيرة من هذا العصير. كيف يتأكد من جودة نوعيته؟

الحل:

يختار التاجر عددًا من العبوات ويحللها في المختبر وعلى ضوء النتائج التي يتوصل إليها يقرر ما إذا كانت نوعية هذا العصير جيدة أم لا.

حاول أن تحل

٤ ماذا تفعل إذا أردت معرفة أطوال قامات طلاب المرحلة الثانوية في جميع مدارس دولة الكويت؟

مثال (٥)

تريد دراسة نسبة الأميّين في العالم إلى عدد السكان في إحدى السنوات. ماذا تفعل؟

الحل:

المجتمع الإحصائي هنا كبير جدًّا، لذا يجب أن نختار عينة تمثل جزءًا مهمًا منه، ثم نتوقع النسبة المطلوبة.

حاول أن تحل

٥ ماذا تفعل لتعرف من هو الممثل الأكثر شعبية في دولة الكويت هذا العام؟

(٢-١-ب) أنواع البيانات وطرائق جمعها Types and methodes of Data Collection

تتنوع البيانات بحسب الهدف الذي تتوجه إليه دراسة المفردات في المجتمعات الإحصائية وتنقسم إلى نوعين.

أولًا: البيانات الكيفية Qualitative Data

البيانات الكيفية هي بيانات نعبر عنها من خلال أسماء أو صفات لتحديد حالة ما للمتغير ويوجد نوعان من البيانات الكيفية:

أ البيانات الكيفية الاسمية: التي تعطي صفة أو عنوانًا للمتغير مثل لون الشعر - لون العيون - الجنسية - نوع الجوال - الاسم ...

ب البيانات الكيفية المرتبة: تحدد بمواصفات تراعي ترتيبًا معينًا مثل تقديرات الطلاب في مادة ما (ممتاز - جيدجدًّا - جيد - مقبول - ضعيف).

ثانيًا: البيانات الكمية Quantitative Data

البيانات الكمية هي بيانات نعبر عن مفرداتها بقيم عددية وهي نوعان:

أ البيانات الكمية المستمرة (متصلة) : وهي بيانات تكون فيها قيمة المتغير عددًا حقيقيًّا مثل: الأطوال – الأوزان – الحجوم – المساحات ...

ب البيانات الكمية المتقطعة (منفصلة): وهي بيانات تكون فيها قيمة المتغير عددًا صحيحًا مثل عدد طوابق الأبنية– عدد درجات السلم– عدد الأشقاء...

مثال (٦)

تم تسجيل ألوان الشعر لعشرة طلاب في الصف الحادي عشر فجاءت كما يلي:
بني، أسود، بني، أشقر، أسود، أسود، بني، كستنائي، أسود، بني.
ما نوع هذه البيانات؟

الحل:

كيفية إسمية.

حاول أن تحل

٦ **عند طرح سؤال على خمسة عشرة طالبًا من الصف الحادي عشر أدبي عن توقعاتهم لمستقبلهم في مجالات العمل أتت إجاباتهم على الشكل التالي: ضابط، محاسب، محام، معلم، ضابط، معلم، محاسب، محام، تاجر، محاسب، محاسب، معلم، لاعب كرة، محاسب، ضابط. ما نوع هذه البيانات؟**

مثال (٧)

أقيمت دورة للألعاب الأولمبية في بكين عاصمة الصين سنة ٢٠٠٨م، وكان ترتيب الدول بحسب العدد الإجمالي للميداليات كما يلي: الصين، الولايات المتحدة الأميركية، روسيا، بريطانيا، ألمانيا، أستراليا. ما نوع هذه البيانات؟

الحل:

كيفية مرتبة.

حاول أن تحل

٧ **تريد إجراء استطلاع حول رحلة إلى المدينة الترفيهية فقمت بتوزيع استمارة على الطلاب كتب عليها:**

(موافق – غير موافق– سأجيب لاحقًا – لا إجابة)

ما نوع هذه البيانات؟ اشرح.

مثال (٨)

كانت درجات الطلاب في الصف الحادي عشر في أحد الاختبارات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي:
١٢، ١٣,٥، ١٧، ١٦,٥، ٨,٥، ٩، ١٠، ١٠، ١٠,٥، ١٢، ١٤,٥، ٧، ٩,٥، ١٥، ١٥,٥، ١١، ١١,٥، ١٣، ١٥,٥، ١٣,٥. ما نوع هذه البيانات؟

الحل:

كمية مستمرة.

حاول أن تحل

٨ تم تسجيل درجات حرارة خمسة أطفال في إحدى المستشفيات فكانت كالتالي:
٣٦,٥°، ٣٨°، ٣٧,٨°، ٣٩°، ٣٧,٥°.
ما نوع هذه البيانات؟

مثال (٩)

في نهائيات كأس العالم لكرة القدم ٢٠١٠م، حققت بعض الدول الأهداف التالية: ألمانيا (٥)، هولندا (٥)، اليابان (٤)، الكاميرون (٢)، إيطاليا (٤)، البرازيل (٥)، إسبانيا (٤).
ما نوع هذه البيانات؟

الحل:

كمية متقطعة.

حاول أن تحل

٩ في نهائيات كأس العالم لكرة القدم ٢٠١٠م، كانت نقاط بعض الدول كما يلي: فرنسا (١)، الأرجنتين (٩)، الجزائر (١)، غانا (٤)، البرتغال (٥).
ما نوع هذه البيانات؟

طرائق جمع البيانات
Methods of Data Collecting

عند جمع البيانات يستخدم الإحصائيون طرائق متعددة وذلك بحسب ما هو متوفر لديهم وما هو أسهل. من هذه الطرائق:

- الملاحظة أو المشاهدة.
- الاستبانة.
- البريد العادي أو البريد الإلكتروني.
- الهاتف المنزلي أو الهاتف الخلوي.
- المقابلة الشخصية.
- الوثائق والسجلات.
- الأبحاث التاريخية والأرشيف.
- قواعد البيانات.

مثال (١٠)

أ أرادت إحدى شركات بيع السيارات التعرف إلى آراء الزبائن في خدمات الشركة بعد المبيع. كيف سيتم ذلك؟

ب أراد المدير المالي في إحدى المؤسسات الوقوف على آراء الموظفين بعد نسبة الزيادة التي أعطاها لهم. كيف سيتم ذلك؟

الحل:

أ الاتصال بالزبائن بواسطة الهاتف المنزلي أو بواسطة الهاتف الخلوي أو البريد الإلكتروني.

ب بواسطة استبانة تكتب عليها بعض الأسئلة ذات الصلة أو بالمقابلة المباشرة مع كل موظف.

حاول أن تحل

١٠ يريد أحد الفنادق معرفة آراء النزلاء من مختلف أنحاء العالم بالخدمة التي يوفرها لهم أثناء إقامتهم. فما هي أفضل طريقة تراها في هذا الاستطلاع؟

٢-٢

أنواع العينات

Samples Types

سوف تتعلم

- العينة العشوائية البسيطة.
- العينة العشوائية الطبقية.
- العينة العشوائية المنتظمة.

دعنا نفكر ونناقش

تتكون أسرة إحدى المستشفيات من ١٠٠ إداريًا، ١٥٠ طبيبًا، ٢٥٠ ممرضًا.

١ أراد مدير المستشفى اختيار ٢٥ ممرضًا للالتحاق ببرنامج تدريبي، وضّح كيفية اختيار الممرضين دون تحيز.

٢ يساعد مدير المستشفى فريق عمل مكون من ١٠ أعضاء من مختلف فئات العاملين. وضّح كيفية اختيارهم بشكل عادل يتناسب مع أعداد كل فئة من العاملين.

العينة العشوائية Random Sample

هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم اختيارها عشوائيًا بطريقة علمية دون تحيز كي تمثل هذا المجتمع أفضل تمثيل بأقل تكلفة ممكنة. تختلف العينة بحسب طبيعة المجتمع الإحصائي محل الدراسة. في ما يلي بعض من العينات العشوائية:

(٢-٢-أ) العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

إذا كان المجتمع الإحصائي يتضمن عدد ن من المفردات المتجانسة وأردنا دراستها باتجاه معين اعتمادًا على عينة عشوائية عدد مفرداتها م، وإذا كانت كل عينة عشوائية من هذا المجتمع الإحصائي لها الفرصة نفسها في أن نختارها فيكون لدينا عينة عشوائية بسيطة. في مثل هذه العينة يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع الإحصائي الفرصة نفسها في الظهور.

يوجد طرائق عدة لاختيار العينة العشوائية البسيطة، إما باستخدام جدول الأعداد العشوائية أو آلات حاسبة متخصصة أو برامج إحصائية، على سبيل المثال برنامج Microsoft Excel.

مثال (١)

في إحدى المؤسسات التعليمية يوجد ٨٠ طالبًا مرقمين من ١ إلى ٨٠.
المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٧ طلاب لدراسة بعض الأمور في المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الأول والعمود الثاني.

الحل:

بما أن حجم المجتمع ٨٠ فإننا نأخذ أول رقمين لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الثاني ثم نتحرك رأسيًّا إلى الأسفل نجد الأعداد التالية: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٩٦، ٣٧، ٨٦، ٤١.

ولكن يوجد عددان ٩٦، ٨٦ لا يوجد مقابل لهما في ترقيم الطلاب لذا يبقى لدينا: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٣٧، ٤١.

فنكمل لنجد العددين الآخرين على ألا يكون تكرارًا لما سبق فنجد: ٢، ٣٥.

وبذلك يصبح لدينا الطلاب بحسب الترقيم التالي: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٣٧، ٤١، ٢، ٣٥.

ملاحظة

يتم اختيار الصف الأول والعمود الأول من جدول الأعداد العشوائية إذا لم يتم التحديد.

حاول أن تحل

١ في مثال (١) إذا كان المطلوب سحب العينة من جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس. فما هي الأعداد التي سوف يحصل عليها؟

مثال (٢)

في أحد الأندية الكبيرة في دولة الكويت كان عدد العمال ٢٠٠ عامل مرقمين من ٢٠١ إلى ٤٠٠، المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ١٠ عمال لدراسة المستوى الفني للعمال باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف الخامس والعمود الرابع.

الحل:

٢٤٦، ٣٨٣، ٣٤٩، ٣٤١، ٢١٥، ٢٦٧، ٣١٨، ٢٧١، ٣٦٨، ٣٨٨

فيكون العمال حاملي الأعداد السابقة يشكلون عينة عشوائية بسيطة.

حاول أن تحل

١ في أحد المصانع في دولة الكويت كان عدد الموظفين ٣٠٠ موظف مرقمين من ٦٠١ إلى ٩٠٠، المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ٦ موظفين باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف العاشر والعمود الرابع عشر.

(٢-٢-ب) العينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sample

يمكن تقسيم المجتمع الإحصائي إلى مجموعات لا تتقاطع مع بعضها البعض، ثم نأخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة فنحصل على عينة عشوائية طبقية.

تستخدم العينة العشوائية الطبقية عادة في حالة إمكان تقسيم المجتمع الإحصائي إلى طبقات مختلفة غير متقاطعة مع بعضها البعض وكل طبقة متجانسة من حيث المفردات التي تؤلفها.

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}$$

حجم العينة من أي طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

مثال (٣)

لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة عند الموظفين في إحدى المؤسسات، تم سحب عينة طبقية مكونة من ٨٠ فردًا من أصل ١٦٠٠ موظف موزعين كما يبين الجدول التالي:

إداريون	تقنيون وفنيون	عمال ومستخدمون	المجموع
١٠٠	٣٠٠	١٢٠٠	١٦٠٠

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

الحل:

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{٨٠}{١٦٠٠} = ٠,٠٥$$

لإيجاد حجم العينة الطبقية نأخذ القاعدة:

حجم العينة الطبقية = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة.

نوجد إذًا حجم العينة لكل طبقة في المؤسسة:

حجم عينة الإداريين = ٠,٠٥ × ١٠٠ = ٥

حجم عينة التقنيين والفنيين = ٠,٠٥ × ٣٠٠ = ١٥

حجم عينة العمال والمستخدمين = ٠,٠٥ × ١٢٠٠ = ٦٠

وبالتالي تكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من: ٥ (إداريين)، ١٥ (تقنيًا وفنيًا)، ٦٠ (عاملًا ومستخدمًا).

حاول أن تحل

٣ لدراسة الآداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف، تم سحب عينة طبقية مكونة من ٧ أفراد من ٣٥ موظفًا موزعين كما يبين الجدول التالي:

مدراء أقسام	محاسبون ومدققون	عمال ومستخدمون	المجموع
١٠	٢٠	٥	٣٥

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

مثال (٤)

في إحدى المؤسسات يوجد ١٠٠ إداري مرقمين من ١٠٠ إلى ١٩٩، ٢٠٠ مهندس وتقني مرقمين من ٢٠٠ إلى ٣٩٩، ٦٠٠ عامل ومستخدم مرقمين من ٤٠٠ إلى ٩٩٩. المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ١٨ فردًا لدراسة كفاءة العاملين في هذه المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الرابع والعمود الرابع.

الحل:

أولًا: نوجد كسر المعاينة = $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}$

$$= \frac{١٨}{٩٠٠} = ٠,٠٢$$

ثانيًا: نوجد حجم كل عينة بسيطة.

حجم عينة الإداريين = ٠,٠٢ × ١٠٠ = ٢

حجم عينة المهندسين والتقنيين = ٠,٠٢ × ٢٠٠ = ٤

حجم عينة العمال والمستخدمين = ٠,٠٢ × ٦٠٠ = ١٢

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة كما يلي:

٢ (إداريين)، ٤ (مهندسين وتقنيين)، ١٢ (عاملًا ومستخدمًا).

ثالثًا: نستخدم جدول الأعداد العشوائية لإيجاد أرقام:

٢ إداريين من بين الأعداد ١٠٠ إلى ١٩٩.

٤ مهندسين وتقنيين من بين الأعداد ٢٠٠ إلى ٣٩٩.

١٢ عاملًا ومستخدمًا من بين الأعداد ٤٠٠ إلى ٩٩٩.

ملاحظة

يمكن استخدام جداول الأعداد العشوائية لسحب عينة عشوائية طبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة.

- الإداريين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع، والعمود الرابع ثم نتحرك نزولًا.
  فنجد الأعداد ١٥٩، ١٠٣.
- المهندسين والتقنيين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع والعمود الرابع ثم نتحرك نزولًا.
  فنجد الأعداد: ٢٤٦، ٣٨٣، ٣٤٩، ٣٤١.
- العمال والمستخدمين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع والعمود الرابع، ثم نتحرك نزولًا.
  فنجد الأعداد: ٧٨٠، ٥٩٥، ٦١٧، ٧٧٠، ٩٢٦، ٧٠٩، ٤٤٧، ٦٩٠، ٦٥٢، ٨٠٣، ٤٦٥، ٥٣١.

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة بحسب الترقيم التالي:

- للإداريين: ١٥٩، ١٠٣.
- للمهندسين والتقنيين: ٢٤٦، ٣٨٣، ٣٤٩، ٣٤١.
- للعمال والمستخدمين: ٧٨٠، ٥٩٥، ٦١٧، ٧٧٠، ٩٢٦، ٧٠٩، ٤٤٧، ٦٩٠، ٦٥٢، ٨٠٣، ٤٦٥، ٥٣١.

حاول أن تحل

٤ في مثال (١٠) إذا أراد صاحب المؤسسة سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ٩ أفراد:

أ أوجد كسر المعاينة.

ب أوجد حجم العينات العشوائية البسيطة المكونة لهذه العينة العشوائية الطبقية.

جـ استخدم الصف الثالث والعمود السابع، لتجد الترقيم المناسب في كل عينة بسيطة.

(٢-٢-جـ) العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample

من أكثر العينات العشوائية استخدامًا العينة العشوائية المنتظمة، حيث يتم تقسيم المجتمع إلى فترات متساوية الطول وعددها يساوي حجم العينة.

تستخدم العينة العشوائية المنتظمة في المجتمعات الإحصائية المتجانسة حيث:

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$$

يمكن سحب المفردة الأولى في العينة باستخدام جدول الأعداد العشوائية أو عن طريق المختبر الإحصائي.

مثال (٥)

في أحد المصانع حيث عدد العمال ٩٠٠ مرقمين من ١ إلى ٩٠٠، أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٥، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود العاشر.

الحل:

نوجد: طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{٩٠٠}{١٥} = ٦٠$

نختار أول عدد عشوائي مؤلف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية على ألا يزيد عن العدد ٦٠.

نجد العدد ٣١ على التقاطع بين الصف الثامن والعمود العاشر.

فتكون الأعداد كما يلي:

٣١
٣١ + ٦٠ = ٩١
٩١ + ٦٠ = ١٥١
١٥١ + ٦٠ = ٢١١
٢١١ + ٦٠ = ٢٧١
٢٧١ + ٦٠ = ٣٣١
٣٣١ + ٦٠ = ٣٩١
٣٩١ + ٦٠ = ٤٥١
٤٥١ + ٦٠ = ٥١١
٥١١ + ٦٠ = ٥٧١
٥٧١ + ٦٠ = ٦٣١
٦٣١ + ٦٠ = ٦٩١
٦٩١ + ٦٠ = ٧٥١
٧٥١ + ٦٠ = ٨١١
٨١١ + ٦٠ = ٨٧١

والعينة العشوائية المنتظمة تتكون من العمال حيث ترقيمهم بالأعداد التالية:

٣١، ٩١، ١٥١، ٢١١، ٢٧١، ٣٣١، ٣٩١، ٤٥١، ٥١١، ٥٧١، ٦٣١، ٦٩١، ٧٥١، ٨١١، ٨٧١.

حاول أن تحل

٥ في مثال (٥) ما العينة العشوائية المنتظمة إذا أراد صاحب المصنع تشكيلها على أن يكون حجمها ١٠، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الخامس عشر والعمود السابع؟

مثال (٦)

يبلغ عدد طلاب إحدى مدارس الكويت ٧٠٠ طالبًا مرقمين من ١ إلى ٧٠٠، أراد مدير المدرسة إرسال ١٠ طلاب لحضور ندوة حول «حماية الحيوانات المهددة بالاضغطاض». المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٠ باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءًا من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث.

الحل:

نوجد: طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{٧٠٠}{١٠} = ٧٠$

نختار أول عدد عشوائي مؤلّف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية بحيث لا يزيد عن طول الفترة (٧٠) ابتداءً من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث فنجد العدد ٣٨.

٣٨
٣٨ + ٧٠ = ١٠٨
١٠٨ + ٧٠ = ١٧٨
١٧٨ + ٧٠ = ٢٤٨
٢٤٨ + ٧٠ = ٣١٨
٣١٨ + ٧٠ = ٣٨٨
٣٨٨ + ٧٠ = ٤٥٨
٤٥٨ + ٧٠ = ٥٢٨
٥٢٨ + ٧٠ = ٥٩٨
٥٩٨ + ٧٠ = ٦٦٨

تتكون العينة العشوائية من الطلاب حيث ترقيمهم بالأعداد التالية:

٣٨، ١٠٨، ١٧٨، ٢٤٨، ٣١٨، ٣٨٨، ٤٥٨، ٥٢٨، ٥٩٨، ٦٦٨.

حاول أن تحل

٦ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس يبلغ ١٤٠ طالبًا مرقيمن من ١ إلى ١٤٠ . المطلوب سحب عيّنة عشوائية منتظمة حجمها ٧ لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم هدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد، باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف السادس والعمود التاسع.

سوف تتعلم

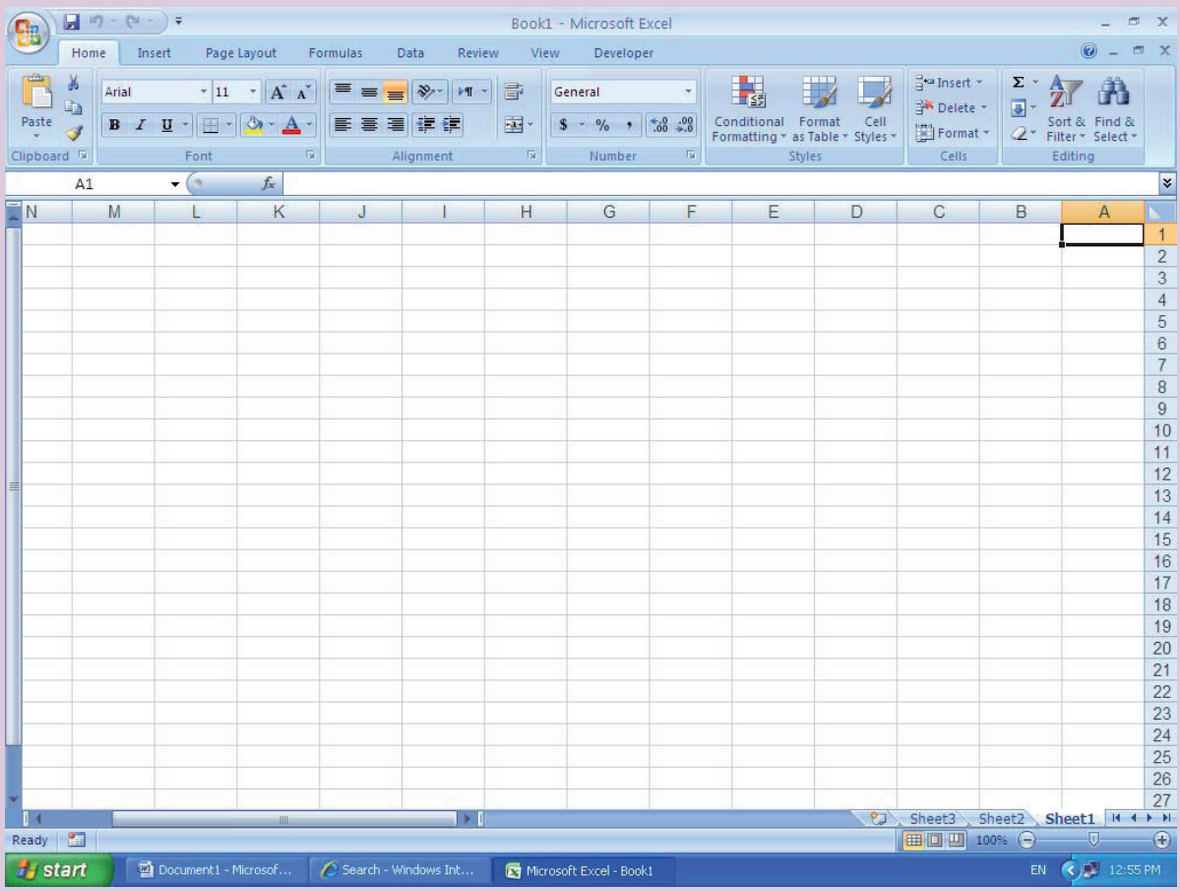
استخدام الحاسوب لتكوين:

- عينة عشوائية بسيطة.
- عينة عشوائية طبقية.
- عينة عشوائية منتظمة.

عمل تعاوني

اتبع الخطوات التالية لتتمكن من تشغيل برنامج Excel:

اضغط الزر الأيسر للفأرة تباعًا على «**Start**». ومن ثم «**All Programs**» وبعدها نختار من القائمة «**Microsoft Office**» فتظهر قائمة نختار منها «**Microsoft Office Excel**» اضغط عليها فيتم فتح صفحة جديدة لبرنامج **Excel**، كما في الشكل أدناه.



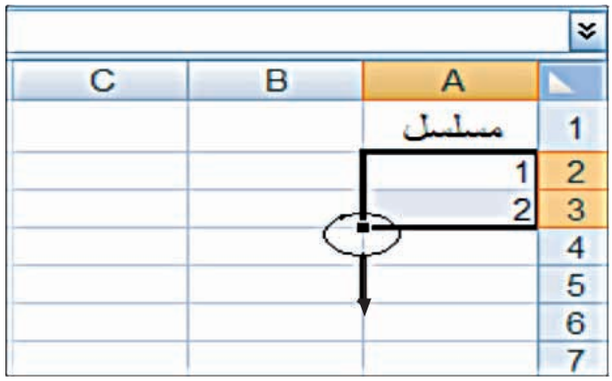
١ـ العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

مثال (١)

للاشتراك في مسابقة الـ Timss العالمية في الرياضيّات ، قررت إحدى الدول اختيار عشرة طلاب عشوائيًّا من أصل ٢٠٠ طالب من طلاب مدارسها المتفوقين في الرياضيات في الصف الحادي عشر علمي.
المطلوب سحب عينة عشوائية حجمها ١٠ طلاب باستخدام برنامج إحصائي على الحاسوب.

الحل:

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «مسلسل» في الخلية A1 ورتب الطلاب من ١ : ٢٠٠ في الخلايا ابتداء من الخلية A2 إلى الخلية A201 وذلك بكتابة الرقم ١ في الخلية A2 وكتابة الرقم ٢ في الخلية A3 ومن ثم تحديد الخليتين A2 وA3 كما في الشكل (١).



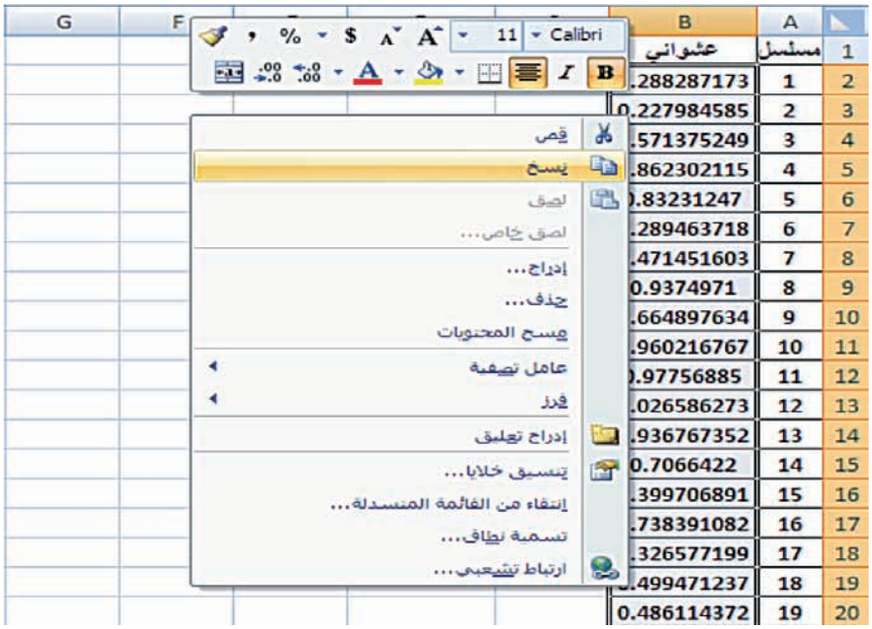
شكل (١)

- اضغط بالفأرة على مقبض الخلية (Handle Cell) سوف يتغير مقبض التعبئة (مربع أسود صغير: ■) إلى مؤشر مقبض التعبئة (علامة جمع سوداء: +) اسحب مؤشر مقبض التعبئة (+) في اتجاه السهم إلى الأسفل حتى الخلية A201 فيتم ترقيم الخلايا بالترتيب من ١ إلى ٢٠٠.
- عنون العمود B «عشوائي» في الخلية B1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية في العمود الثاني.
- اكتب RAND () = في الخلية B2 ومن ثم اضغط مفتاح الإدخال (إلى).

ومن أجل أن تقوم بنسخ المعادلة الموجودة في الخلية B2 وبالتالي للحصول على نتائج عشوائية أيضًا في كل خلايا العمود B حدد الخلية B2 ومن ثم اضغط الركن الأيسر السفلي من الخلية B2 واسحبه حتى الخلية B201.

حدد الخلايا من الخلية B2 حتى الخلية B201.

عند الضغط على أي خلية من خلايا النتائج العشوائية تظهر كلمة RAND () = في سطر كتابة المعادلات. اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة واختر نسخ لتحويل المعادلات إلى قيم فتحصل على الشكل (٢).

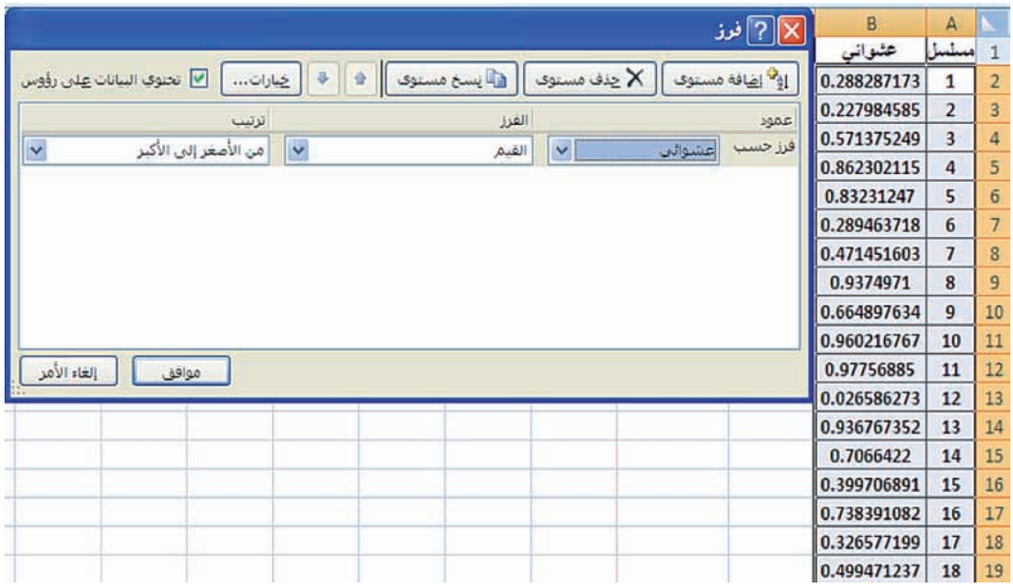


شكل (٢)

- بعد الانتهاء من عملية النسخ اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة وأنت على أي من الخلايا المحددة تظهر مرة أخرى لائحة أمامك، اختر من القائمة لصق خاص، فتظهر نافذة معنونة: لصق خاص. اضغط على القيم وذلك ليتم لصق قيم الخلايا كما في الشكل (٣).

شكل (٣)

- اضغط فوق زر موافق لتحصل على عمود كامل من الأرقام العشوائية غير المرتبة من الخلية B2 حتى الخلية B201.
- حدد خلايا الأرقام المتسلسلة للمجتمع (الطلاب) وخلايا الأرقام العشوائية غير المرتبة بما فيها الخليتان A1 و B1. بواسطة الفأرة حدد الخلايا من الخلية A1 حتى الخلية B201.
- قم بترتيب محتوى العمودين تصاعديًّا بناء على قيم الأرقام العشوائية وذلك من القائمة المنسدلة على الشكل التالي:
- اضغط على بيانات ثم فرز بحيث يكون الصف الأول يحتوي على أسماء المتغيرات من خلال «اختيار تحتوي البيانات على رؤوس» ومن ثم عشوائي في خانة «فرز حسب» وتحديد طريقة الترتيب تصاعديًّا من خلال اختيار من الأصغر إلى الأكبر في خانة ترتيب كما في الشكل (٤).



	A	B
1	مسلسل	عشوائي
2	1	0.288287173
3	2	0.227984585
4	3	0.571375249
5	4	0.862302115
6	5	0.83231247
7	6	0.289463718
8	7	0.471451603
9	8	0.9374971
10	9	0.664897634
11	10	0.960216767
12	11	0.97756885
13	12	0.026586273
14	13	0.936767352
15	14	0.7066422
16	15	0.399706891
17	16	0.738391082
18	17	0.326577199
19	18	0.499471237

شكل (٤)

- اضغط فوق زر موافق لتحصل على العمودين بترتيب جديد حيث تظهر الأرقام العشوائية مرتبة تصاعديًّا كما في الشكل (٥). تمثل الأعداد العشرة الأولى في العمود A1 (مسلسل) العينة المختارة. أي أن العينة تقابل الأرقام: ٧٣، ٧٦، ١٢، ٢٥، ٦٩، ٢٩، ٧٠، ٩٠، ٣٥، ١٠٠.

	A	B
1	مسلسل	عشوائي
2	73	0.015422845
3	76	0.02080723
4	12	0.026586273
5	25	0.027678263
6	69	0.065611546
7	29	0.080251585
8	70	0.083330071
9	90	0.105089482
10	35	0.119454441
11	100	0.12184622

شكل (٥)

ملاحظة

كل النتائج المعتمدة على الوظيفة RAND () = سوف تتغير في كل مرة نقوم بها بتكوين العمود المعنون عشوائي، وبالتالي فإن البيانات في العمود المعنون مسلسل سوف تتغير أيضًا.

حاول أن تحل

١ اعتمد الأسلوب نفسه لاختيار عينة من ٢٠ طالبًا متفوقًا من أصل ٤٥٠ طالبًا في مواد العلوم.

٢ـ العينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sample

مثال (٢)

إن عدد اللاعبين المحترفين في أندية الدرجة الأولى في إحدى دورات كرة القدم العالمية هو ٤٦٠ لاعب كرة قدم مقسمين على الشكل التالي:
٦٠ حارس مرمى مرقمين من ١ إلى ٦٠، ٨٠ مهاجمًا مرقمين من ٦١ إلى ١٤٠، ١٨٠ خط وسط مرقمين من ١٤١ إلى ٣٢٠، ١٤٠ مدافعًا مرقمين من ٣٢١ إلى ٤٦٠.
المطلوب سحب عينة طبقية حجمها ٢٣ لاعبًا من الفئات المختلفة لتكوين منتخب الدوري وذلك باستخدام برنامج إحصائي على الحاسوب.

الحل:

الفريق الكامل ٢٣ لاعبًا

كسر المعاينة = $\frac{٢٣}{٤٦٠}$ = ٠,٠٥

حارس مرمى	هجوم	وسط	دفاع
٦٠ × ٠,٠٥ = ٣	٨٠ × ٠,٠٥ = ٤	١٨٠ × ٠,٠٥ = ٩	١٤٠ × ٠,٠٥ = ٧

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- اسحب عينة عشوائية بسيطة من كل فئة من اللاعبين (حارس مرمى، هجوم، وسط، دفاع). السحب يجب أن يكون لمرة واحدة كي لا يكون هناك فرصة لاختيار أي فرد أكثر من مرة.

أولًا: تجهيز البيانات الخاصة بأرقام المجتمع

- عنون العمود A في الخلية A1 «حارس مرمى» ورتبهم من ١:٦٠ في الخلايا ابتداء من الخلية A2 إلى الخلية A61 وذلك بكتابة الرقم ١ في الخلية A2 وكتابة الرقم ٢ في الخلية A3 ومن ثم تحديد الخليتين A2 وA3. اضغط بالفأرة على مقبض الخلية واسحب مؤشر مقبض التعبئة إلى الأسفل حتى الخلية A61 لترقيم الخلايا عشوائيًا.
- عنون العمود B «عشوائي حارس مرمى» في الخلية B1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة لحراس المرمى في العمود الثاني.
- عنون العمود C «هجوم» في الخلية C1 ورتبهم من ٦١:١٤٠ في الخلايا ابتداء من الخلية C2 إلى الخلية C81.
- عنون العمود D «عشوائي هجوم» في الخلية D1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة للاعبي الهجوم في العمود الرابع.
- عنون العمود E «وسط» في الخلية E1 ورتبهم من ١٤١:٣٢٠ في الخلايا ابتداء من الخلية E2 إلى الخلية E181.

- عنون العمود F «عشوائي وسط» في الخلية F1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة للاعبي الوسط في العمود السادس.
- عنون العمود G «دفاع» في الخلية G1 ورتبهم من ٣٢١ إلى ٤٦٠ في الخلايا ابتداء من الخلية G2 إلى الخلية G141.
- عنون العمود H «عشوائي دفاع» في الخلية H1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية مقابلة للاعبي الدفاع في العمود الثامن.
- انظر الشكل (٦).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	حارس مرمى	عشوائي حارس مرمى	هجوم	عشوائي هجوم	وسط	عشوائي وسط	دفاع	عشوائي دفاع
2	1		61		141		321	
3	2		62		142		322	
4	3		63		143		323	
5	4		64		144		324	
6	5		65		145		325	
7	6		66		146		326	
8	7		67		147		327	
9	8		68		148		328	
10	9		69		149		329	
11	10		70		150		330	
12	11		71		151		331	

شكل (٦)

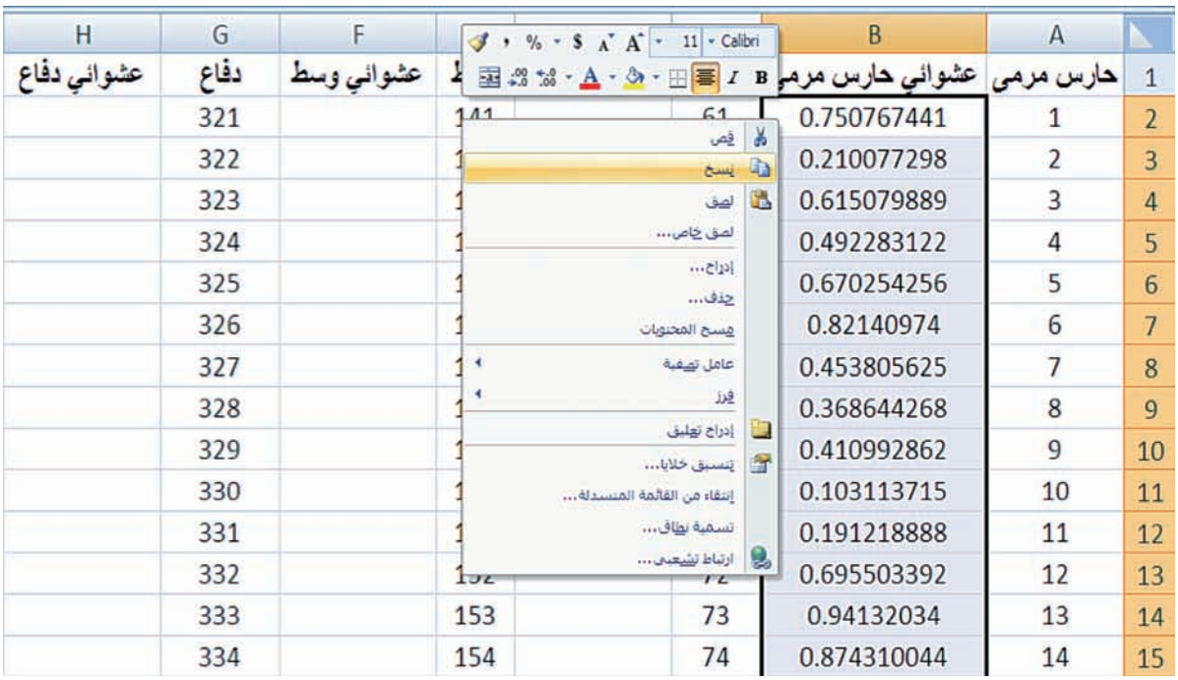
ثانيًا : سحب العينات

أ سحب عينة حراس المرمى

- اكتب RAND () = في الخلية B2 ومن ثم اضغط مفتاح الإدخال (لـ).

ومن أجل أن تقوم بنسخ المعادلة الموجودة في الخلية B2 وبالتالي الحصول على نتائج عشوائية أيضًا حدد الخلية B2 ومن ثم اضغط الركن الأيسر السفلي من الخلية B2 واسحبه حتى الخلية B61.

- حدد الخلايا من الخلية B2 حتى الخلية B61.
- عند الضغط على أي خلية من خلايا النتائج العشوائية تظهر كلمة RAND () = في سطر كتابة المعادلات. اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة واختر نسخ لتحويل المعادلات إلى قيم فتحصل على الشكل (٧).



شكل (٧)

- بعد الانتهاء من عملية النسخ اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة وأنت على أي من الخلايا المحددة مرة أخرى، فتظهر نافذة اختر لصق خاص كما في الشكل (٨).

شكل (٨)

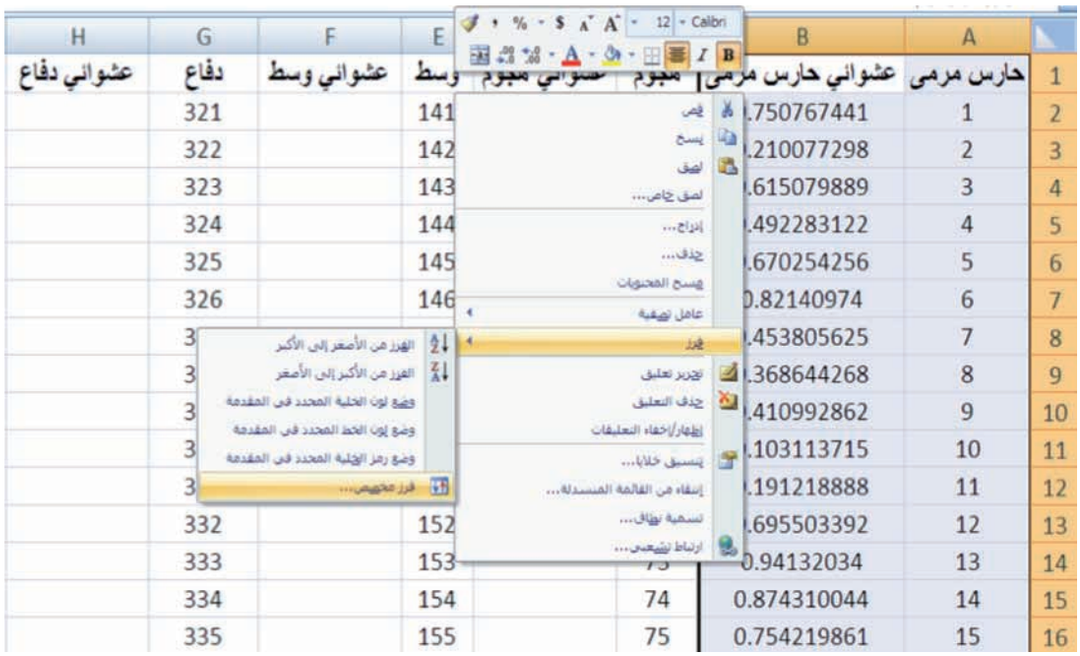
- اضغط على القيم وذلك ليتم لصق قيم الخلايا كما في الشكل (٩).

شكل (٩)

اضغط فوق زر موافق لتحصل على عمود كامل من الأرقام العشوائية غير المرتبة من الخلية B2 حتى الخلية B61.

حدد خلايا أرقام حراس المرمى وخلايا الأرقام العشوائية لحرّاس المرمى غير المرتبة بما فيها الخليتان A1 و B1. بواسطة الفأرة حدد الخلايا من الخلية A1 حتى الخلية B61.

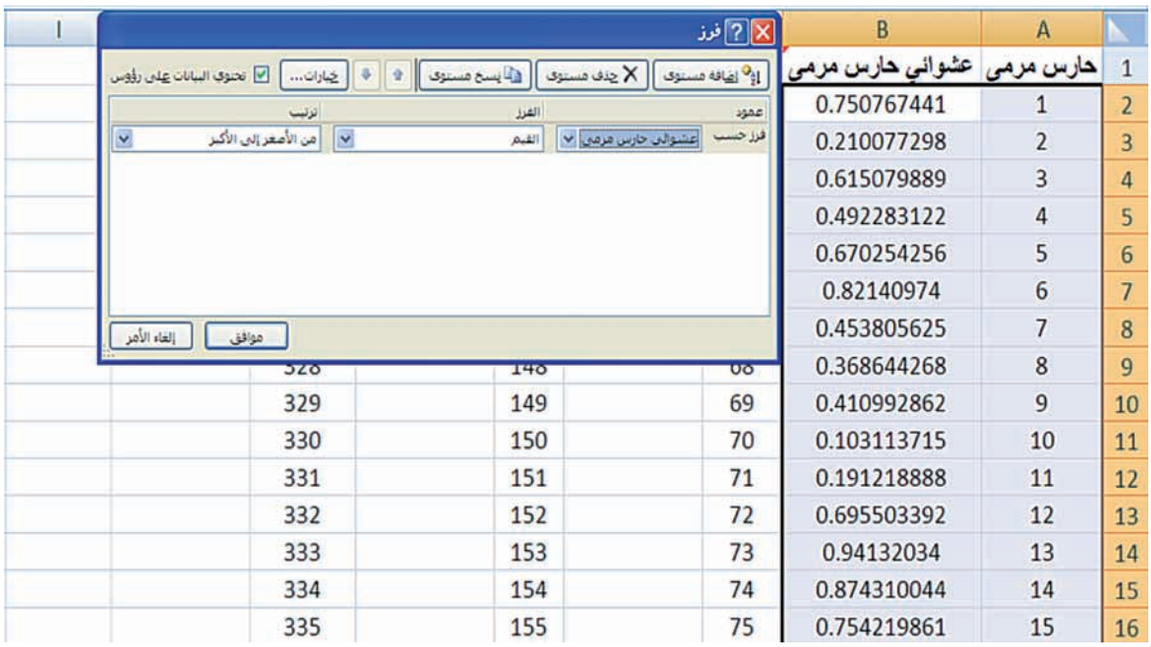
قم بترتيب محتوى العمودين تصاعديًّا بناء على قيم الأرقام العشوائية لحراس المرمى وذلك من القائمة المنسدلة على الشكل التالي: اضغط على بيانات ثم فرز ثم فرز مخصص كما في الشكل (١٠).



شكل (١٠)

- بعد اختيار فرز مخصص تظهر نافذة فرز كما في الشكل (١٠) بحيث يكون الصف الأوّل يحتوي على أسماء المتغيرات من خلال اختيار تحتوي البيانات على رؤوس.

اختر عشوائيًّا حارس مرمى في خانة فرز حسب وحدد طريقة الترتيب تصاعديًّا من خلال اختيار من الأصغر إلى الأكبر في خانة ترتيب كما في الشكل (١١).



	A	B
1	حارس مرمى	عشوائي حارس مرمى
2	1	0.750767441
3	2	0.210077298
4	3	0.615079889
5	4	0.492283122
6	5	0.670254256
7	6	0.82140974
8	7	0.453805625
9	8	0.368644268
10	9	0.410992862
11	10	0.103113715
12	11	0.191218888
13	12	0.695503392
14	13	0.94132034
15	14	0.874310044
16	15	0.754219861

329		149		69				
330		150		70				
331		151		71				
332		152		72				
333		153		73				
334		154		74				
335		155		75				

شكل (١١)

- اضغط فوق زر موافق لتحصل على العمودين A وB بترتيب جديد حيث تظهر الأرقام العشوائية مرتبة تصاعديًّا كما في الشكل (١٢).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	حارس مرمى	عشوائي حارس مرمى	هجوم	عشوائي هجوم	وسط	عشوائي وسط	دفاع	عشوائي دفاع
2	54	0.062830237	61		141		321	
3	35	0.071676176	62		142		322	
4	44	0.07319488	63		143		323	
5	45	0.074222949	64		144		324	
6	10	0.103113715	65		145		325	
7	27	0.139356217	66		146		326	
8	57	0.159307393	67		147		327	
9	50	0.160429819	68		148		328	
10	49	0.179604265	69		149		329	

شكل (١٢)

- تمثل الأعداد الستة الأولى في العمود A1 حارس المرمى العينة المختارة. أي أن العينة تقابل الأرقام: ٥٤، ٣٥، ٤٤.

ب سحب عينة لاعبي الهجوم

كرر الخطوات السابقة ولكن باستخدام العمودين الثالث والرابع من الخلية C1 إلى الخلية D81 حتى تحصل على الشكل (١٣)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	حارس مرمى	عشوائي حارس مرمى	هجوم	عشوائي هجوم	وسط	عشوائي وسط	دفاع	عشوائي دفاع
2	54	0.062830237	132	0.00629979	141		321	
3	35	0.071676176	107	0.01741584	142		322	
4	44	0.07319488	65	0.02899354	143		323	
5	45	0.074222949	115	0.02966173	144		324	
6	10	0.103113715	122	0.04358554	145		325	
7	27	0.139356217	96	0.07284653	146		326	
8	57	0.159307393	77	0.07365917	147		327	
9	50	0.160429819	82	0.0767005	148		328	
10	49	0.179604265	124	0.08410429	149		329	

شكل (١٣)

ج سحب عينة لاعبي الوسط

كرر الخطوات السابقة ولكن باستخدام العمودين الخامس والسادس من الخلية E1 إلى الخلية F181 حتى تحصل على الشكل (١٤)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	حارس مرمى	عشوائي حارس مرمى	هجوم	عشوائي هجوم	وسط	عشوائي وسط	دفاع	عشوائي دفاع
2	54	0.062830237	132	0.00629979	306	0.00337348	321	
3	35	0.071676176	107	0.01741584	183	0.00384715	322	
4	44	0.07319488	65	0.02899354	151	0.01292622	323	
5	45	0.074222949	115	0.02966173	169	0.01388522	324	
6	10	0.103113715	122	0.04358554	202	0.01562814	325	
7	27	0.139356217	96	0.07284653	159	0.02401306	326	
8	57	0.159307393	77	0.07365917	297	0.02415747	327	
9	50	0.160429819	82	0.0767005	278	0.04271295	328	
10	49	0.179604265	124	0.08410429	245	0.05184017	329	

شكل (١٤)

د سحب عينة لاعبي الدفاع

كرر الخطوات السابقة ولكن باستخدام العمودين السابع والثامن من الخلية G1 إلى الخلية H141 حتى تحصل على الشكل (١٥)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	حارس مرمى	عشوائي حارس مرمى	هجوم	عشوائي هجوم	وسط	عشوائي وسط	دفاع	عشوائي دفاع
2	54	0.062830237	132	0.00629979	306	0.00337348	338	0.00049197
3	35	0.071676176	107	0.01741584	183	0.00384715	389	0.000642
4	44	0.07319488	65	0.02899354	151	0.01292622	337	0.00407365
5	45	0.074222949	115	0.02966173	169	0.01388522	370	0.00983666
6	10	0.103113715	122	0.04358554	202	0.01562814	386	0.01816931
7	27	0.139356217	96	0.07284653	159	0.02401306	321	0.02056558
8	57	0.159307393	77	0.07365917	297	0.02415747	422	0.03360053
9	50	0.160429819	82	0.0767005	278	0.04271295	398	0.03584715
10	49	0.179604265	124	0.08410429	245	0.05184017	332	0.03592233

شكل (١٥)

وبذلك نكون قد حصلنا على أرقام العينة الطبقية من الطبقات الأربع كما يلي:

مسلسل	حراس مرمى	لاعبي هجوم	لاعبي وسط	لاعبي دفاع
١	٥٤	١٣٢	٣٠٦	٣٣٨
٢	٣٥	١٠٧	١٨٣	٣٨٩
٣	٤٦	٦٥	١٥١	٣٣٧
٤		١١٥	١٦٩	٣٧٠
٥			٢٠٢	٣٨٦
٦			١٥٩	٣٢١
٧			٢٩٧	٤٢٢
٨			٢٧٨	
٩			٢٤٥	

حاول أن تحل

٢ إن عدد اللاعبين المحترفين في أندية كرة السلة في إحدى الدول هو ٣٠٠ لاعب مقسمين على الشكل التالي:

٥٠ صانع ألعاب مرقمين من ١ إلى ٥٠، ١٢٥ جناح هدّاف مرقمين من ٥١ إلى ١٧٥، ٧٥ جناح ارتكاز مرقمين من ١٧٦ إلى ٢٥٠، ٥٠ ارتكاز مرقمين من ٢٥١ إلى ٣٠٠.

المطلوب سحب عينة طبقية حجمها ١٢ لاعبًا من الفئات المختلفة لتكوين منتخب الدوري وذلك باستخدام برنامج إحصائي.

٣ـ العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample

مثال (٢) الرياضة

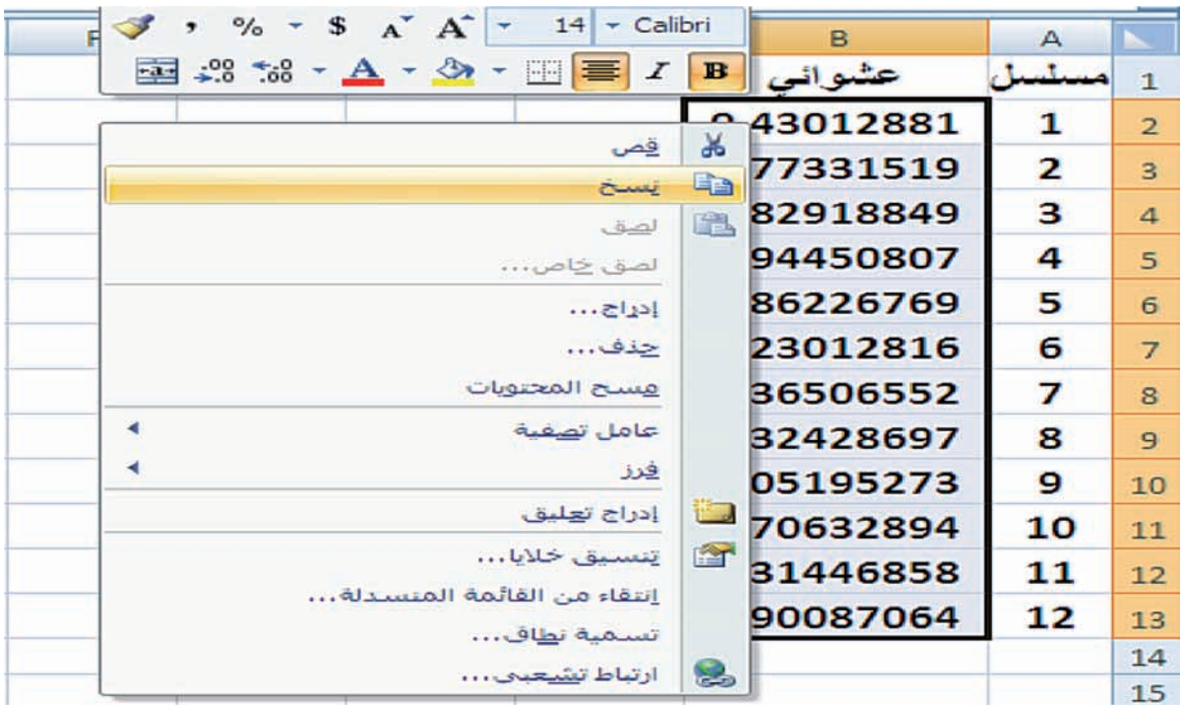
إذا كان عدد السيارات في إحدى الشركات ٢٤٠ سيارة. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ٢٠ سيارة. لإجراء سباق في ما بينها وذلك باستخدام برنامج إحصائي.

الحل:

طول الفترة = $\frac{٢٤٠}{٢٠}$ = ١٢.

أي نريد اختيار رقم واحد عشوائيٍّ من بين الأرقام من ١ إلى ١٢ لاستخدامه في بناء العينة العشوائية المنتظمة.

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «مسلسل» في الخلية A1 ورتب الأعداد من ١ : ١٢ في الخلايا ابتداء من الخلية A2 إلى الخلية A13.
- عنون العمود B «عشوائي» في الخلية B1 وذلك للحصول على أرقام عشوائية في العمود الثاني.
- اكتب RAND () = في الخلية B2 ومن ثم اضغط مفتاح الإدخال (لـ).
- ومن أجل أن تقوم بنسخ المعادلة الموجودة في الخلية B2 وبالتالي الحصول على نتائج عشوائية أيضًا حدد الخلية B2 ومن ثم اضغط الركن الأيسر السفلي من الخلية B2 واسحبه حتى الخلية B13.
- عند الضغط على أي خلية من خلايا النتائج العشوائية تظهر كلمة RAND () = في سطر كتابة المعادلات. اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة واختر نسخ لتحويل المعادلات إلى قيم فتحصل على الشكل (١٦).

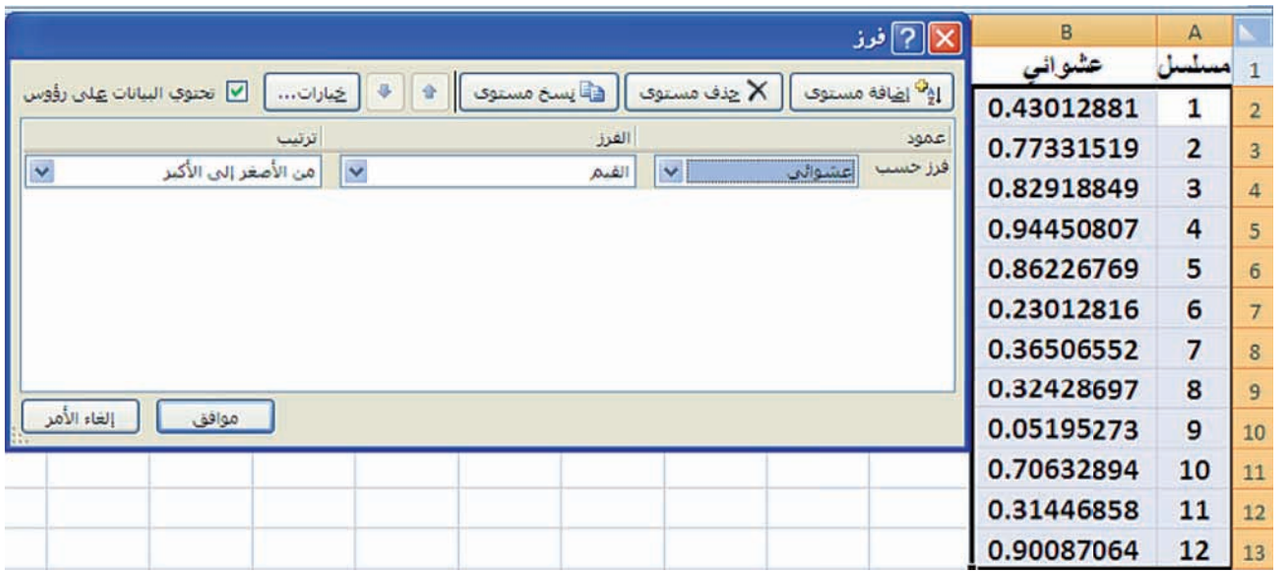


شكل (١٦)

بعد الانتهاء من عملية النسخ اضغط المفتاح الأيمن من الفأرة وأنت على أي من الخلايا المحددة مرة أخرى تظهر قائمة اختر منها لصق خاص، فتظهر نافذة معنونة: لصق خاص اضغط على القيم وذلك ليتم لصق قيم الخلايا كما في الشكل (١٧).

شكل (١٧)

- اضغط فوق زر موافق لتحصل على عمود كامل من الأرقام العشوائية غير المرتبة من الخلية B2 حتى الخلية B13.
- حدد خلايا الأرقام المتسلسلة للمجتمع (السيارات الرياضية) وخلايا الأرقام العشوائية غير المرتبة بما فيها الخليتان A1 و B1. بواسطة الفأرة حدد الخلايا من الخلية A1 حتى الخلية B13.
- قم بترتيب محتوى العمودين تصاعديًّا بناء على قيم الأرقام العشوائية وذلك من القائمة المنسدلة على الشكل التالي:
- اضغط على بيانات ثم فرز ثم فرز مخصص تظهر نافذة كما في الشكل (١٨) بحيث يكون الصف الأول يحتوي على أسماء المتغيرات من خلال اختيار تحتوي البيانات على رؤوس.
- تختار عشوائي في خانة فرز حسب وتحدد طريقة الترتيب تصاعديًّا من خلال اختيار من الأصغر إلى الأكبر في خانة ترتيب كما في الشكل (١٨).



	A	B
1	مسلسل	عشوائي
2	1	0.43012881
3	2	0.77331519
4	3	0.82918849
5	4	0.94450807
6	5	0.86226769
7	6	0.23012816
8	7	0.36506552
9	8	0.32428697
10	9	0.05195273
11	10	0.70632894
12	11	0.31446858
13	12	0.90087064

شكل (١٨)

اضغط فوق زر موافق لتحصل على العمودين بترتيب جديد حيث تظهر الأرقام العشوائية مرتبة تصاعديًّا كما في الشكل (١٩).

الرقم الأول في العمود مسلسل يمثل نقطة البداية. أكمل العينة بانتظام وذلك بتكرار إضافة العدد ١٢ لتحصل على العينة المكونة من السيارات ذات الأرقام التالية: ٩، ٢١، ٣٣، ٤٥، ٥٧، ٦٩، ٨١، ٩٣، ١٠٥، ١١٧، ١٢٩، ١٤١، ١٥٣، ١٦٥، ١٧٧، ١٨٩، ٢٠١، ٢١٣، ٢٢٥، ٢٣٧.

	A	B
1	مسلسل	عشوائي
2	9	0.2890476
3	6	0.53715961
4	11	0.12867364
5	8	0.80582927
6	7	0.38523359
7	1	0.41342449
8	10	0.17238792
9	2	0.46660159
10	3	0.88795747
11	5	0.10768034
12	12	0.74620083
13	4	0.11498304

شكل (١٩)

حاول أن تحل

٣ عندما تتخطى سرعة إدخال النص عبر الحاسوب الـ ١٠٠ كلمة بالدقيقة يعتبر المعدل جيدًا. بهدف طباعة كتاب مؤلف من حوالى مليون كلمة بأسرع وقت ممكن، المطلوب اختيار من أصل ٤٠٠ مدخل نصوص عبر الحاسوب. عينة عشوائيّة حجمها ٢٥ شخصًا لإيجاد الأسرع في ما بينهم وذلك باستخدام برنامج إحصائي.

المرشد لحل المسائل

في مؤسسة لحياكة الملابس القطنية يوجد ٢٥ إداريًّا مرقمين من ١٠١ إلى ١٢٥، ٧٥ تقنيًّا وفنيًّا مرقمين من ٢٠١ إلى ٢٧٥، ٤٠٠ عامل مرقمين من ٣٠١ إلى ٧٠٠.

أراد صاحب المؤسسة اختيار ٢٠ شخصًا من هذه المؤسسة لإرسالهم في دورة تدريبية على أن تتضمن هذه المجموعة إداريين وفنيين وتقنيين وعمّالًا.

كيف يمكنك مساعدة صاحب هذه المؤسسة على اختيار عناصر هذه المجموعة؟

ملاحظة:

يتم اختيار الصف الأول والعمود الأول من جدول الأعداد العشوائية حيث إنه لم يتم التحديد.

الحل:

لدينا إداريين، فنيين، تقنيين، عمال لذا يتوجب تكوين عينة طبقية منتظمة.

عدد العاملين في المؤسسة = ٥٠٠

عدد أعضاء المجموعة = ٢٠

نجد كسر المعاينة: $\frac{٢٠}{٥٠٠}$ = ٠,٠٤ ومنه نحصل على:

عدد الإداريين = ٢٥ × ٠,٠٤ = ١

عدد الفنيين والتقنيين = ٧٥ × ٠,٠٤ = ٣

عدد العمال = ٤٠٠ × ٠,٠٤ = ١٦

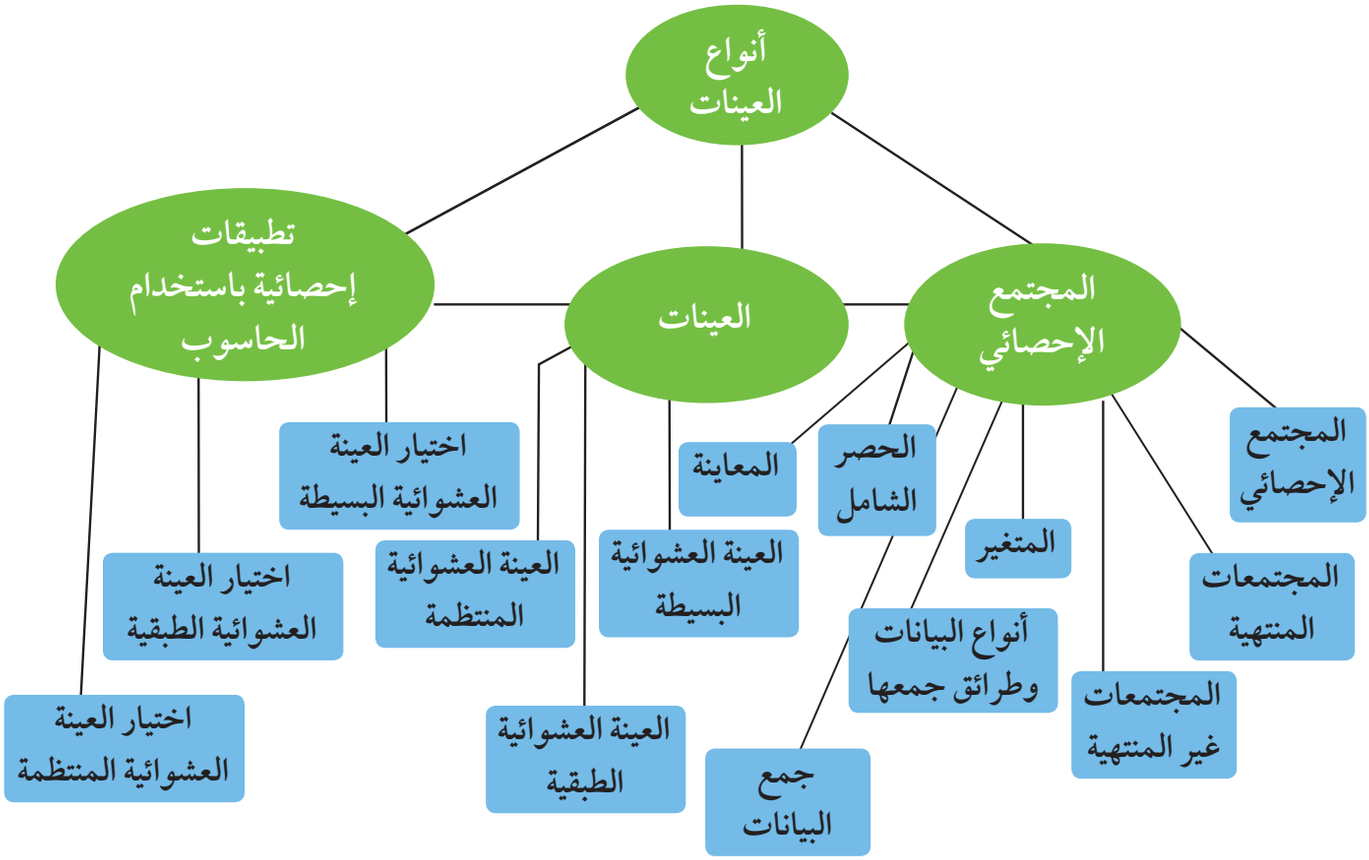
أي أن العينة العشوائية الطبقية ستكون مكونة من ١(إداري)، ٣(فني وتقني) ومن ١٦(عاملًا).

- يمكن اختيار الإداري باستخدام جدول الأعداد العشوائية فمثلًا نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الأول والتحرك نزولًا فنحصل على العدد ١٢١.
- يمكن اختيار الفنيين والتقنيين باستخدام جدول الأعداد العشوائية فمثلًا نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الأول ثم نتحرك نزولًا فنحصل على الأعداد: ٢٠١، ٢٠٦، ٢٢٧.
- يمكن اختيار العمال باستخدام جدول الأعداد العشوائية فمثلًا نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الأول ونتحرك نزولًا فنحصل على الأعداد: ٥٩٢، ٦٧٢، ٤٦٢، ٦٦٠، ٤٦٨، ٥٩٠، ٦٣٠، ٥٤٣، ٤١٢، ٦٦٥، ٣١٥، ٣٦٠، ٣٥٩، ٤١٤، ٦٥٧، ٦٢٠.

مسألة إضافية

في أحد المصارف الكبرى يوجد ٢٠٠ موظف مرقمين من ١ إلى ٢٠٠ موزعين في كل الفروع العاملة في الدولة. أرادت الإدارة العامة في المصرف تشكيل عينة عشوائية منتظمة من ٢٠ موظفًا لدراسة أساليب العمل الفضلى المتعلقة بكيفية التعامل مع الزبائن. ساعد الإدارة على تشكيل هذه العينة العشوائية المنتظمة.

مخطط تنظيمي للوحدة الثانية



ملخص

- المجتمع الإحصائي هو مجموعة كل العناصر قيد الدراسة ويكون لها خصائص مشتركة.
- المتغير هو الصفة التي تكون محور الدراسة في المجتمع الإحصائي.
- الحصر الشامل هي عملية جمع بيانات جميع المفردات من المجتمع محل الدراسة.
- العينة العشوائية هي جزء من المجتمع محل الدراسة يتم اختيارها بحيث يكون لكل فرد من المجتمع فرصة مساوية ليكون ضمن العينة.
- البيانات الكمية تتناول الكم مثل الأطوال والأوزان.
- البيانات الكيفية تتناول الكيف مثل الألوان والتقديرات.
- العينة العشوائية البسيطة هي عينة عشوائية من المجتمع الإحصائي لها الفرصة نفسها في الظهور.
- العينة العشوائية الطبقية تتكون من عينات عشوائية بسيطة لا تتقاطع مع بعضها البعض.
- العينة العشوائية المنتظمة يتم فيها تقسيم المجتمع إلى فترات متساوية الطول وعددها يساوي حجم العينة.
- كسر المعاينة $= \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}$.
- حجم العينة البسيطة في العينة الطبقية = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة.
- طول الفترة $= \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$.

الوحدة الثالثة

أساليب عرض البيانات

Ways to Display Data

مشروع الوحدة: دراسة جودة التعبئة

١ **مقدمة المشروع:** تحتاج شركات تعبئة المياه الصالحة للشرب، أو شركات تعبئة عبوات العصير المعدة سلفًا... إلى أجهزة وآلات لتقوم بهذه المهمات. ولكن المستهلك يلاحظ دائمًا أن عبوات المياه الموجودة في الأسواق تختلف من حيث الكمية التي تحويها.

٢ **الهدف:** في هذا المشروع، سوف تختار عينة عشوائية من عبوات المياه فئة ٥٠ مليلترًا الموجودة في الأسواق لتقيس كمية المياه الموجودة في كل عبوة بعد أن تحدد سلفًا شروط الجودة للجهاز الذي قام بتعبئة هذه العبوات.

٣ **اللوازم:** آلة حاسبة - ورق رسم بياني.

٤ **أسئلة حول التطبيق:**

أ ما هو المجمّع التجاري الذي سوف تقوم بزيارته؟

ب ما اسم شركة المياه التي قامت بتعبئة هذه العبوات؟

جـ كم عبوة من فئة ٥٠ مليلترًا سوف تختار لدراسة كمية المياه الموجودة فيها؟

د ما هي الشروط التي وضعتها للتحقق من جودة التعبئة؟

هـ نظم بياناتك في قائمة.

و هل ستستخدم المتوسط الحسابي، أم الوسيط لاتخاذ القرار المناسب؟

٥ **التقرير:** اكتب تقريرًا مفصلًا عن النتائج التي توصلت إليها. اعرض اقتراحاتك على زملائك، ناقش معهم النتائج التي توصلوا إليها. أعد النظر بأي نقطة غير واضحة. قدم اقتراحات مشتركة مع زملائك إلى شركات التعبئة إذا قررتم ذلك.

دروس الوحدة

٣-١ عرض وتمثيل البيانات	٣-٢ تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب
(٣-١-أ) الجدول التكراري النسبي والمئوي	
(٣-١-ب) التمثيل البياني للبيانات	
(٣-١-ب-١) تمثيل البيانات الكيفية باستخدام القطاعات الدائرية	
(٣-١-ب-٢) المدرج التكراري والمنحنى التكراري والمضلع التكراري	
(٣-١-ب-٣) المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل	
(٣-١-ب-٤) الخط المنكسر	

أين أنت الآن (المعارف السابقة المكتسبة)

- تعلمت التمثيلات البيانية.
- تعلمت التكرار المتجمع الصاعد.
- تعلمت التكرار المتجمع النازل.
- تعلمت إيجاد الوسيط بيانيًّا.

ماذا سوف تتعلم؟

- عرض وتنظيم البيانات في جداول تكرارية.
- إيجاد التكرارالنسبي والنسبة المئوية للتكرار.
- استخدام التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.
- استخدام المنحنيات التكرارية المتجمعة لعرض البيانات.
- استخدام التمثيل البياني بالدائرة لعرض البيانات الكيفية.
- استخدام الخط المنكسر والمدرج التكراري والمضلع والمنحنى التكراري لعرض البيانات.
- استخدام الحاسوب في تطبيقات إحصائية.

أضف إلى معلوماتك

تعتبر مشكلة توفير المياه من أهم المشاكل التي تواجه الدول في عصرنا الحاضر. ولقد تزايد الضغط في أيامنا على مياه الشرب بصفة خاصة. فلقد تكاثرت شركات التعبئة مما أوجد تنافسًا في سوق الاستهلاك. ولكن المشكلة الكبرى هي عدم الدقة في التعبئة أو عدم الجودة في نوعية المياه المعبأة.

وليكن معلومًا أنه عند إنشاء مصنع مياه للشرب، يجب أن تتوفر الشروط التالية: الموقع المناسب للوضع - محطة لتحلية المياه (إذا كانت ضرورية) - نظام تعقيم بالأوزون - جهاز لنفخ العبوات من جميع الأحجام - جهاز لطباعة تاريخ التعبئة وانتهاء صلاحية الاستعمال - جهاز للقفل الدائري حول فوهة العبوة - ماكينة لتغليف العبوات - خطوط سير العبوات - خزانات للمياه - مختبر للتحليل.

المصطلحات الأساسية

البيانات الكيفية - البيانات الكمية - التكرار النسبي - النسبة المئوية للتكرار - المنحنى التكراري- التكرار المتجمع الصاعد - التكرار المتجمع النازل - المنحنيات التكرارية المتجمعة - المضلع التكراري - المضلعات التكرارية المتجمعة - التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية - الخط المنكسر.

١-٣

عرض وتمثيل البيانات

Display and Data Representation

سوف تتعلم

- التكرار النسبي والنسبة المئوية للتكرار.
- تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية.
- تمثيل البيانات بالمدرج التكراري والمنحنى التكراري والمضلع التكراري والخط المنكسر.
- تنظيم البيانات في جداول باستخدام التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

عمل تعاوني

سجلت إحدى الشركات عدد أشهر عمل الآلات الكهربائية التي تنتجها، فكانت كما يلي:

٥٢ – ٦٣ – ٣٩ – ٧٣ – ٤١ – ٥١ – ٥١ – ٥٩ – ٦٢ – ٧٤ – ٣٨ – ٤٣ – ٥٧ – ٥٥
– ٥٥ – ٦٤ – ٥٥ – ٧٠ – ٤٨ – ٥٦ – ٥٨ – ٦٠ – ٧٤ – ٣٥ – ٤٧ – ٥٩ – ٥٢ – ٦٢
– ٥٥ – ٥٨ – ٧٩ – ٦٦ – ٥٥ – ٦٨ – ٤٥ – ٦٦ – ٥٩ – ٧١ – ٦٨ – ٤٤ – ٥٣ – ٥٤
– ٦٢ – ٦٥ – ٧٥ – ٤٢ – ٥٥ – ٦٧ – ٤٥ – ٥٦ – ٧٠ – ٤٧ – ٥٥ – ٥٨ – ٧٥ – ٦٦
– ٥٠ – ٦٢ – ٦٦ – ٤٩

تعاون أنت وزملائك في إكمال الجدول:

الفئة	٣٥–	٤٠–	٤٥–	٥٠–	٥٥–	٦٠–	٦٥–	٧٠–	٧٥–
علامات التكرار									
التكرار									
التكرار المتجمع الصاعد									
التكرار المتجمع النازل									
نسبة التكرار إلى العدد الكلي									
النسبة المئوية لكل تكرار									

تستخدم علامات التكرار لتبيان كل قيمة في البيانات عند فرزها.

التكرار النسبي يساوي ناتج قسمة تكرار كل قيمة على مجموع تكرارات قيم البيانات.

النسبة المئوية للتكرار تساوي ناتج ضرب التكرار النسبي في ١٠٠٪.

(٣–١–أ) الجدول التكراري النسبي والمئوي Frequency Table

يمكن عرض البيانات باستخدام جدول التكرار النسبي والمئوي.

مثال (١)

تراوحت رواتب ٣٥ عاملًا في إحدى المؤسسات بالدينار الكويتي كما يلي:

٢٩٨ – ٣٥٥ – ٣٧٦ – ٣٨٤ – ٤٠٢ – ٣١٧ – ٣٦١ – ٣٧٨ – ٣٨٤ – ٣٣١ – ٣٦٤ – ٣٨٠ – ٣٤٠ – ٣٦٥ – ٣٤٢ – ٣٤٩ – ٣٧٦ – ٣٨٣ – ٣٩٦ – ٤٢٠ – ٣٧٠ – ٣٨٢ – ٣٩٠ – ٤١٢ – ٤٩٨ – ٣٨١ – ٣٨٦ – ٤٠٩ – ٤٧٠ – ٣٨٥ – ٤٠٨ – ٤٣٧ – ٤٠٤ – ٤٢٧ – ٤٤٣.

أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

ب) إذا أردت توزيع هذه البيانات إلى ١٠ فئات متساوية في الطول، فما هو طول كل فئة؟

جـ) كوّن جدولًا تبين عليه: الفئات – علامات التكرار – التكرار النسبي – النسبة المئوية للتكرار.

الحل:

أ) القيمة الصغرى = ٢٩٨، القيمة العظمى = ٤٩٨.

فيكون المدى: ٤٩٨ – ٢٩٨ = ٢٠٠.

ب) لإيجاد طول كل فئة، نوجد ناتج قسمة المدى على عدد الفئات متساوية الطول: ٢٠٠ ÷ ١٠ = ٢٠

فيكون طول كل فئة يمثل ٢٠ دينارًا.

جـ) الجدول:

الفئة	٢٩٨–	٣١٨–	٣٣٨–	٣٥٨–	٣٧٨–	٣٩٨–	٤١٨–	٤٣٨–	٤٥٨–	٤٧٨–	المجموع
علامات التكرار	//	/	////	/####	##### / ####	#####	///	/	/	/	
التكرار	٢	١	٤	٦	١١	٥	٣	١	١	١	٣٥
التكرار النسبي	$\frac{٢}{٣٥}$	$\frac{١}{٣٥}$	$\frac{٤}{٣٥}$	$\frac{٦}{٣٥}$	$\frac{١١}{٣٥}$	$\frac{٥}{٣٥}$	$\frac{٣}{٣٥}$	$\frac{١}{٣٥}$	$\frac{١}{٣٥}$	$\frac{١}{٣٥}$	$\frac{٣٥}{٣٥} = ١$
النسبة المئوية للتكرار	٪٥,٧١	٪٢,٨٦	٪١١,٤٣	٪١٧,١٤	٪٣١,٤٣	٪١٤,٢٨	٪٨,٥٧	٪٢,٨٦	٪٢,٨٦	٪٢,٨٦	٪١٠٠

ملاحظة: مجموع التكرارات النسبية لمجموعة من القيم يساوي ١

مجموع النسب المئوية للتكرار يساوي ١٠٠٪

حاول أن تحل

١) أ) إذا كان طول الفئة في المثال (١) يمثل ٢٥ دينارًا، فما هو عدد الفئات؟

ب) كون جدولًا تبين عليه: الفئات الجديدة – علامات التكرار – التكرار – التكرار النسبي – النسبة المئوية للتكرار.

(٣–١–ب) التمثيل البياني للبيانات Graph of Data

(٣–١–ب–١) تمثيل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية Graph of Data Using Pie Chart

يمكن تمثيل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية وذلك بتمثيل القيمة الكلية الظاهرة. بمساحة سطح دائرة نصف قطرها اختياري ثم تجزأ المنطقة الدائرية إلى قطاعات دائرية جزئية تتناسب مساحتها السطحية مع قيم هذه المجموعات الجزئية التي تم توزيع الظاهرة عليها مع تميز هذه القطاعات الدائرية الجزئية عن بعضها ويحدد قياس الزاوية المركزية لكل قطاع وفق القاعدة التالية:

قياس الزارية المركزية للقطاع = التكرار النسبي × ٣٦٠°

مثال (٢)

في أحد الاختبارات قيّم المعلم طلابه باستخدام مفردات تقديرية على الشكل التالي:
مقبول، مقبول، جيد جدًّا، ممتاز، ممتاز، جيد، جيد، جيد جدًّا، متوسط، ممتاز، جيد، مقبول، متوسط، جيد، جيد، جيد جدًّا، مقبول، متوسط، مقبول، غير مقبول، جيد، جيد جدًّا، غير مقبول، متوسط، ممتاز.

أ كون جدولًا تكراريًّا نسبيًّا ومئويًّا لهذه البيانات.

ب مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

الحل:

أ

التقدير	ممتاز	جيد جدًّا	جيد	متوسط	مقبول	غير مقبول	المجموع
علامات التكرار	////	////	/###	////	###	//	
التكرار	٤	٤	٦	٤	٥	٢	٢٥
التكرار النسبي	$\frac{٤}{٢٥}$	$\frac{٤}{٢٥}$	$\frac{٦}{٢٥}$	$\frac{٤}{٢٥}$	$\frac{٥}{٢٥}$	$\frac{٢}{٢٥}$	$\frac{٢٥}{٢٥} = ١$
النسبة المئوية للتكرار	١٦٪	١٦٪	٢٤٪	١٦٪	٢٠٪	٨٪	١٠٠٪

ب نحسب قياس الزاوية المركزية لكل قطاع دائري:

(زاوية تقدير ممتاز) = $\frac{٤}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٥٧,٦٠°$

(زاوية تقدير جيد جدًّا) = $\frac{٤}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٥٧,٦٠°$

(زاوية تقدير جيد) = $\frac{٦}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٨٦,٤٠°$

(زاوية تقدير متوسط) = $\frac{٤}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٥٧,٦٠°$

(زاوية تقدير مقبول) = $\frac{٥}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٧٢°$

(زاوية تقدير غير مقبول) = $\frac{٢}{٢٥} \times ٣٦٠° = ٢٨,٨°$

حاول أن تحل

٢ في إحصاء لألوان العيون لدى ٤٠ طالبًا تبين ما يلي: أسود، أزرق، أسود، بني، أزرق، بني، عسلي، زيتي، أزرق، أسود، أسود، بني، بني، عسلي، زيتي، أسود، عسلي، بني، أسود، بني، أسود، زيتي، عسلي، بني، أسود، أسود، بني، بني، أسود، زيتي، أزرق، بني، عسلي، أسود، بني، أسود، بني، عسلي، أسود، بني.

أ كوّن جدولًا تكراريًّا نسبيًّا ومئويًّا لهذه البيانات. **ب مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.**

(٣-١-ب-٢) تمثيل البيانات باستخدام المدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري

Representing Data UsingHistogram , Frequency Curve and Frequency Polygon

يمكن تمثيل البيانات بالمدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري.

مثال (٣)

يبين الجدول التالي نتائج التحليل لتركيز مادة النيترات في ٥٠ وحدة ماء للخدمة المشتركة في المنازل، وذلك خلال شهر واحد (ملجم/ ليتر).

١٥	٥٣	٤٤	٤٥	٣٧	١٧	٤٦	٢٨	٥١	٤٩
٤٧	٥١	٥١	١٩	٤٦	٢٥	١٦	٣٥	٤٠	٣٠
١٩	٢٨	٣٨	٤١	٥٥	٣٣	٢١	١٦	٢٣	٢٤
٢٤	٣٠	٤٩	٢٢	٤٤	١٩	١٧	٣١	٢٩	٣٩
٤٠	٥٠	٣٦	٣٢	٣٤	٢٧	٢٩	٣٢	٤٨	٤٣

أ) أوجد المدى لهذه البيانات.

ب) إذا أردنا استخدام فئات متساوية، طول كل فئة ٥ ملجم، فما هو عدد الفئات؟

جـ) كون جدولًا تبين عليه: علامات التكرار – التكرار – مركز الفئة.

د) ارسم المدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري لهذه الفئات.

تذكر:

- الفئة ١٥ – تمثلها $[١٥، ٢٠)$
- مركز الفئة $= \frac{١٥ + ٢٠}{٢}$
  $= ١٧,٥$

الحل:

أ) القيمة الصغرى = ١٥، القيمة العظمى = ٥٥

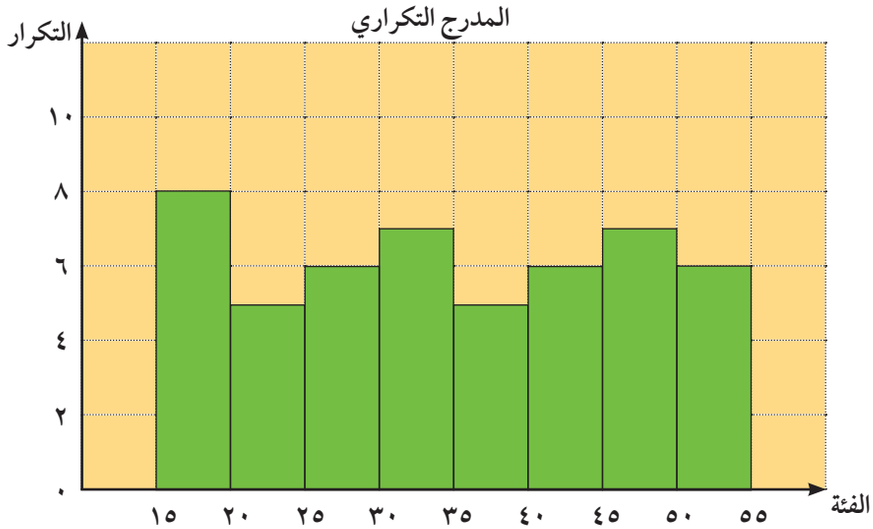
المدى = ٥٥ – ١٥ = ٤٠.

ب) عدد الفئات = ٤٠ ÷ ٥ = ٨ عدد الفئات = ٨.

جـ) الجدول:

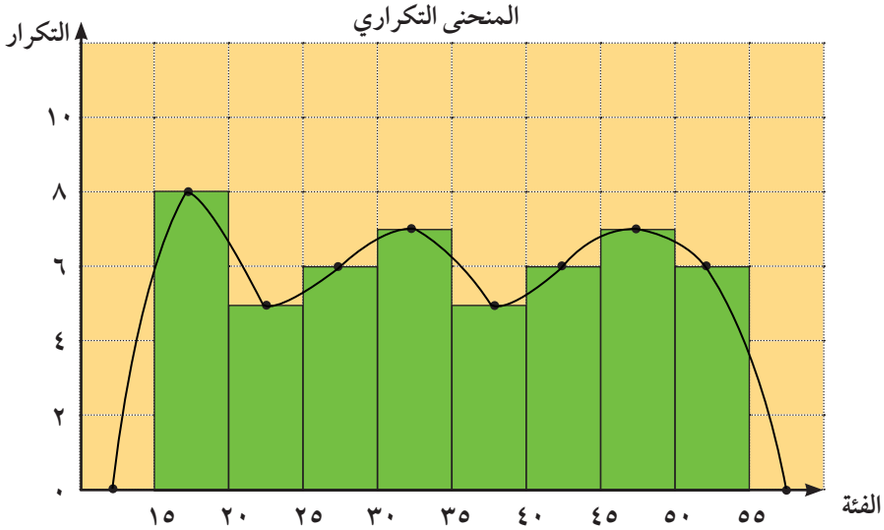
الفئة	١٥–	٢٠–	٢٥–	٣٠–	٣٥–	٤٠–	٤٥–	٥٠–	المجموع
علامات التكرار	/// 𝍸	𝍸	/ 𝍸	// 𝍸	𝍸	/ 𝍸	// 𝍸	/ 𝍸	
التكرار	٨	٥	٦	٧	٥	٦	٧	٦	٥٠
مركز الفئة	١٧,٥	٢٢,٥	٢٧,٥	٣٢,٥	٣٧,٥	٤٢,٥	٤٧,٥	٥٢,٥	

د المدرج التكراري- المنحنى التكراري- المضلع التكراري.



رسم المنحنى التكراري من المدرج التكراري:

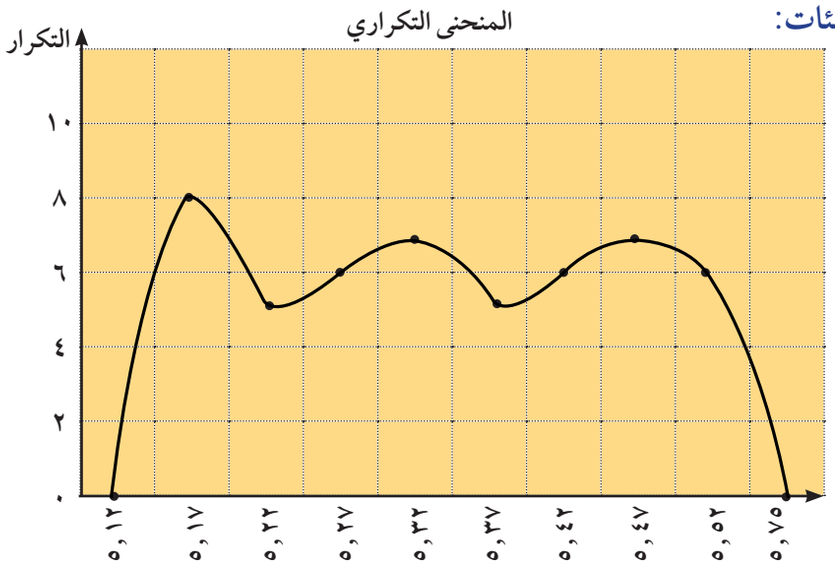
لرسم المنحنى التكراري من المدرج التكراري، نأخذ مركز الفئة في كل مستطيل، ومنه نأخذ منتصف القطعة المستقيمة المقابلة في كل مستطيل، ثم نصل هذه المنتصفات لنحصل على المنحنى التكراري ونغلقه من طرفيه بإضافة فئة قبل الأولى وفئة ثانية بعد الأخيرة على أن يكون تكرار كل فئة مضافة يساوي صفرًا. (كما في الشكل التالي)



رسم المنحنى التكراري باستخدام مراكز الفئات:

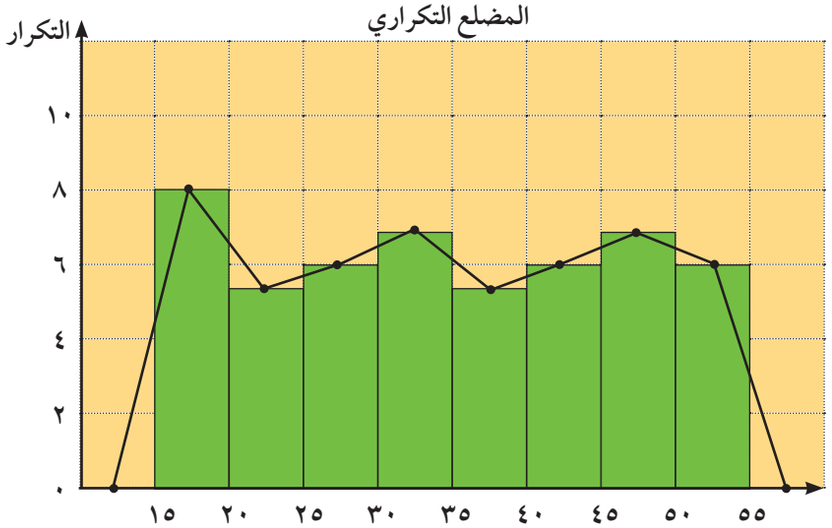
يمكن أيضًا رسم المنحنى التكراري بوصل النقاط الممثلة للأزواج المرتبة التالية:

(٥ ,١٧ ،٨)، (٥ ,٢٢ ،٥)، (٥ ,٢٧ ،٦)، (٥ ,٣٢ ،٧)، (٥ ,٣٧ ،٥)، (٥ ,٤٢ ،٦)، (٥ ,٤٧ ،٧)، (٥ ,٥٢ ،٦)، (٥ ,١٢ ،٠)، (٥ ,٥٧ ،٠).



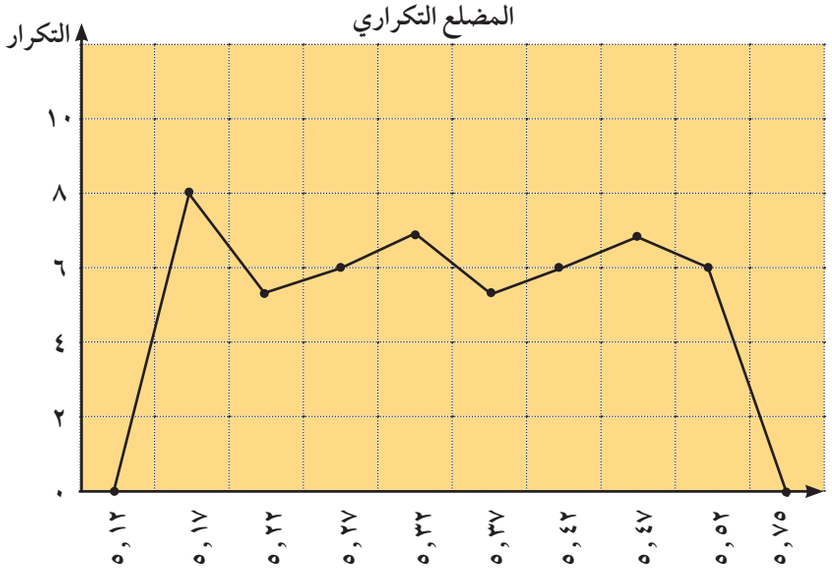
رسم المضلع التكراري من المدرج التكراري:

يمكن تمثيل البيانات باستخدام المضلع التكراري بحيث نتبع الخطوات نفسها عند رسم المنحنى التكراري من المدرج التكراري، ولكن نصل النقاط بقطع مستقيمة.



رسم المضلع التكراري باستخدام مراكز الفئات:

يمكن تمثيل البيانات باستخدام المضلع التكراري بحيث نتبع الخطوات نفسها عند رسم المنحنى التكراري باستخدام مراكز الفئات، ولكن نصل النقاط بقطع مستقيمة.



حاول أن تحل

٣ أ كون جدولًا مماثلًا، للجدول الوارد في حل المثال (٣)، على أن يكون طول الفئة يساوي ٨ ملجم مبينًا علامات التكرار والتكرار ومركز الفئة.

ب ارسم المدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري لهذه الفئات.

(٣-١-ب-٣) المضلع التكراري المتجمع الصاعد – المضلع التكراري المتجمع النازل

Increasing Cumulative Polygon and Decreasing Cumulative Polygon

يمكن تمثيل البيانات بالمضلع التكراري المتجمع الصاعد – المضلع التكراري المتجمع النازل.

مثال (٤)

يبين الجدول التالي حركة الاتصالات الهاتفية التي يتلقاها أحد مكاتب الخدمات حيث العمل من الساعة الثامنة صباحًا إلى الساعة السادسة مساء.

فترة تسجيل الاتصالات	٨:٠٠-	١٠:٠٠-	١٢:٠٠-	١٤:٠٠-	١٦:٠٠-
عدد الاتصالات المسجلة (التكرار)	١٥	٤١	٧٥	٦٠	٣٤

أ أكمل الجدول بإضافة التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

ب ارسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل.

جـ ارسم مضلع التكرار المتجمع الصاعد ومضلع التكرار المتجمع النازل.

د استنتج قيمة تقريبية لوسيط هذه البيانات.

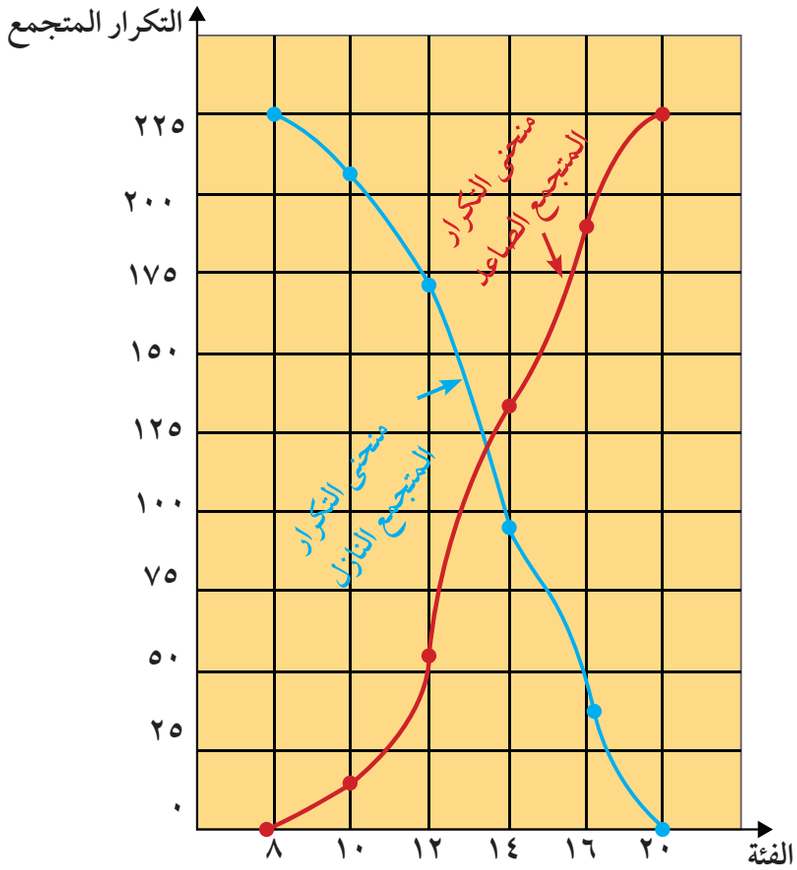
الحل:

أ

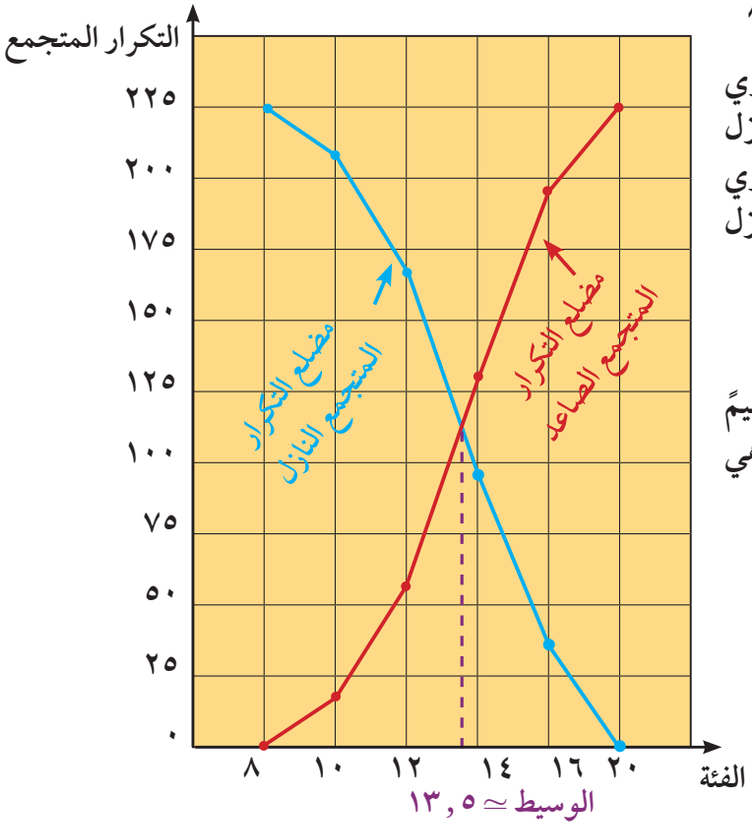
فترة تسجيل الاتصالات	٨:٠٠-	١٠:٠٠-	١٢:٠٠-	١٤:٠٠-	١٦:٠٠-
عدد الاتصالات المسجلة (التكرار)	١٥	٤١	٧٥	٦٠	٣٤
أقل من الحد الأعلى للفئة	أقل من ١٠	أقل من ١٢	أقل من ١٤	أقل من ١٦	أقل من ١٨
التكرار المتجمع الصاعد	١٥	٥٦	١٣١	١٩١	٢٢٥
الحد الأدنى للفئة فأكثر	٨ فأكثر	١٠ فأكثر	١٢ فأكثر	١٤ فأكثر	١٦ فأكثر
التكرار المتجمع النازل	٢٢٥	٢١٠	١٦٩	٩٤	٣٤

يمكن تمثيل البيانات باستخدام المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكراري المتجمع النازل كما في الشكل.

ب



ج يمكن تمثيل البيانات باستخدام المضلع التكراري المتجمع الصاعد والمضلع التكراري المتجمع النازل بحيث نتبع الخطوات نفسها عند رسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكراري المتجمع النازل ولكن نصل النقاط بقطع مستقيمة .



د نأخذ من نقطة تقاطع الرسمين البيانيين خطًّا مستقيمًا عموديًّا على الخط الأفقي، فنجد أن قيمة الوسيط هي عند الساعة ١٣:٣٠ تقريبًا.

حاول أن تحل

٤ معدل الدرجات السنوية في مادة الرياضيات لـ ٢٠ طالبًا من الصف الحادي عشر حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي: ١١، ٩، ١٢، ١١، ١٤، ١٠، ١٢، ١٠، ٩، ١٣، ١١، ١٠، ١٠، ١٤، ٩، ١٢، ١٠، ١٣، ١١، ١٠.

أ كوّن جدولًا مبينًا: علامات التكرار – التكرار – التكرار المتجمع الصاعد – التكرار المتجمع النازل.

ب ارسم بيانيًا مضلع التكرار المتجمع الصاعد ومضلع التكرار المتجمع النازل.

جـ استنتج قيمة تقريبية لوسيط هذه البيانات.

(٣-١-ب-٤) تمثيل البيانات باستخدام الخط المنكسر

Representing Data Using Line Graph

يمكن تمثيل البيانات بالخط المنكسر لدراسة مسار ظاهرة معينة خلال فترة زمنية محددة وتوقع نتائج يبنى عليها قرارات.

مثال (٥)

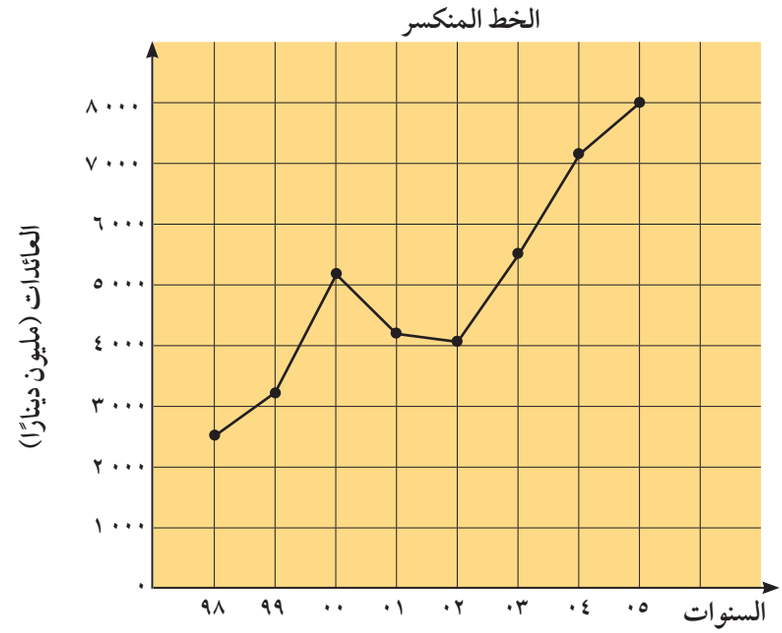
يبين الجدول التالي عائدات دولة ما بالمليون دينار خلال الفترة ١٩٩٨ – ٢٠٠٥م.

السنة	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
العائدات (بالمليون دينار)	٢٥٠٠	٣٢٠٠	٥٣٠٠	٤٣٠٠	٤٠٠٠	٥٥٠٠	٧١٠٠	٨٠٠٠

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تتوقع؟

الحل:

نأخذ على الخط الأفقي فترات متساوية للسنوات، وعلى الخط الرأسي فترات متساوية من ملايين الدنانير. ونضع النقاط التي تمثل كل زوج مرتب (سنة، عائدات).



نلاحظ أن عائدات هذه الدولة انخفضت خلال السنتين ٢٠٠١م و٢٠٠٢م، ثم عادت إلى الارتفاع في السنوات التالية. ومن المتوقع أن هذه العائدات سوف تستمر بالارتفاع.

حاول أن تحل

٥ يبين الجدول التالي بيانات إفتراضية عن الإنتاج السنوي للنفط لإحدى الدول من الفترة ٢٠٠٠م إلى ٢٠٠٥م (بالألف برميل).

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
الإنتاج (مليون برميل)	١٥٠	٢٠٠	٣٠٠	٣٠٠	٣٥٠	٤٠٠

مثّل هذه البيانات بالخط المنكسر. ماذا تتوقع؟

مثال (٦)

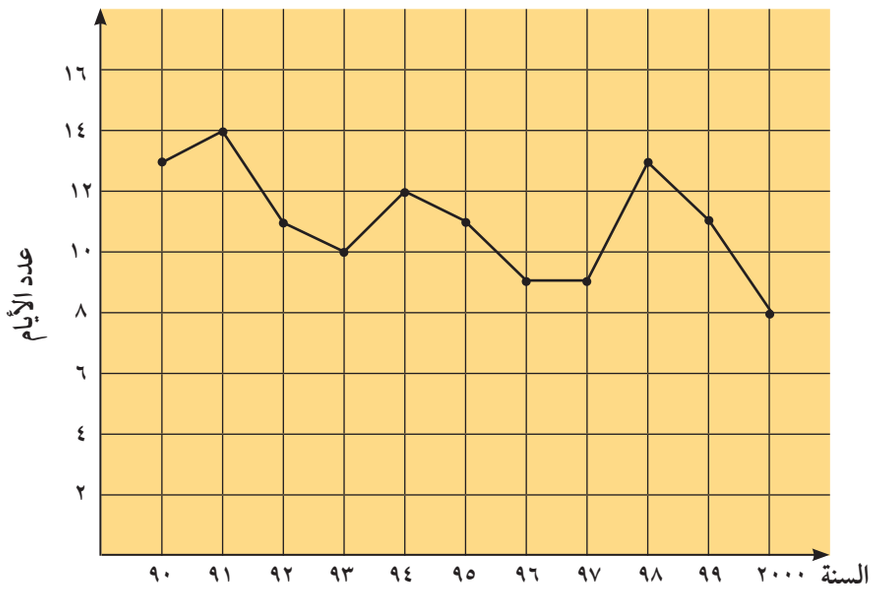
يبين الجدول التالي عدد الأيام المشمسة خلال شهر تموز في إحدى المدن الباردة لعدة سنوات.

السنة	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥	١٩٩٦	١٩٩٧	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠
عدد الأيام	١٣	١٤	١١	١٠	١٢	١١	٩	٩	١٣	١١	٨

مثّل هذه البيانات باستخدام الخط المنكسر. ماذا تلاحظ؟

الحل:

نأخذ على الخط الأفقي فترات متساوية للسنوات، وعلى الخط الرأسي فترات متساوية لعدد الأيام المشمسة. ونضع النقاط التي تمثل كل زوج مرتب (سنة، أيام).



نلاحظ أن عدد الأيام المشمسة يميل إلى التناقص على مر السنين.

حاول أن تحل

٦ يبين الجدول التالي كمية المطر (بالمليمتر) المسجلة في إحدى العواصم الأوروبية خلال أشهر سنة.

الشهر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
الكمية	٥٤	٤٣	٣٢	٣٨	٥٢	٥٠	٥٥	٦٢	٥١	٤٩	٥٠	٤٩

ماذا تلاحظ؟

٣-٢

تطبيقات إحصائية باستخدام الحاسوب

Statistical Applications Using Computer

سوف تتعلم

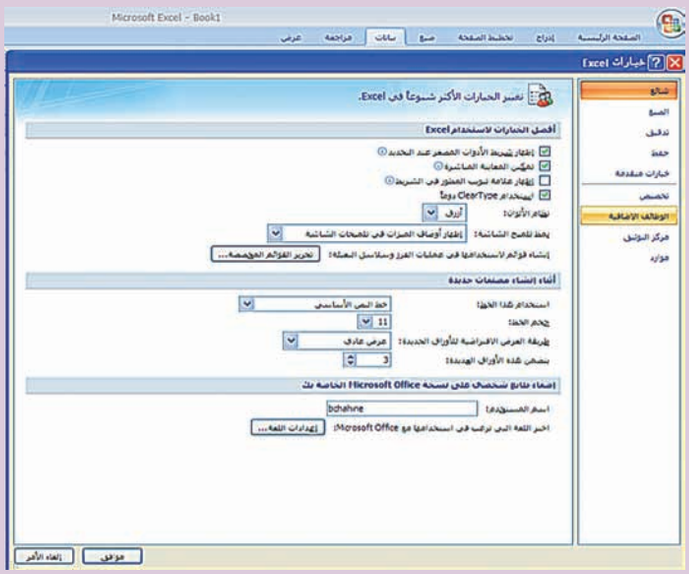
- استخدام الحاسوب في تمثيل البيانات:
  - بالقطاعات الدائرية.
  - بالأعمدة.
  - بالخط المنكسر.
  - بالمدرج التكراري.

عمل تعاوني

تحضير برنامج «Excel» للتمكن من رسم بعض الأشكال البيانية.

نضغط على زر Office في أعلى الجهة اليمنى تظهر النافذة التالية، نختار «خيارات excel» فتظهر نافذة «خيارات excel».

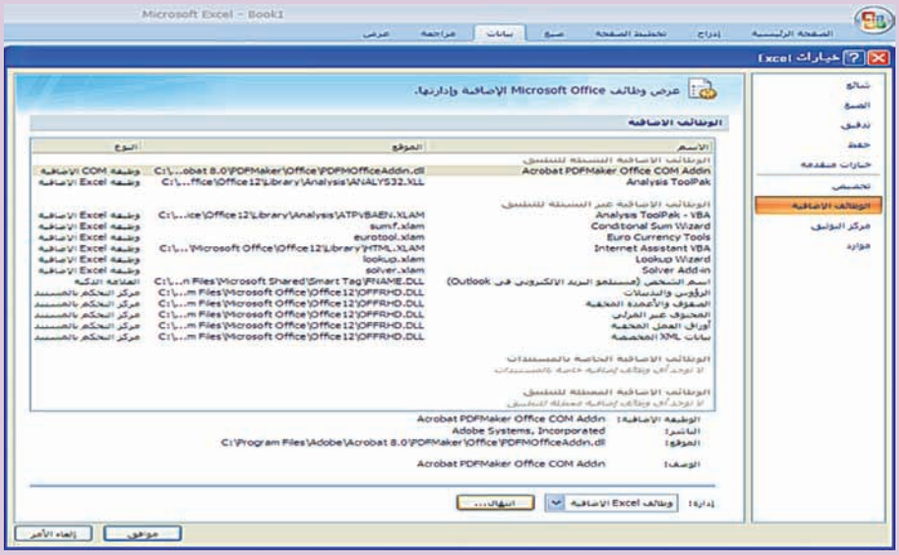
في نافذة «الخيارات excel» نختار «الوظائف الإضافية»، نضغط على خانة انتقال فتظهر نافذة «الوظائف الإضافية».



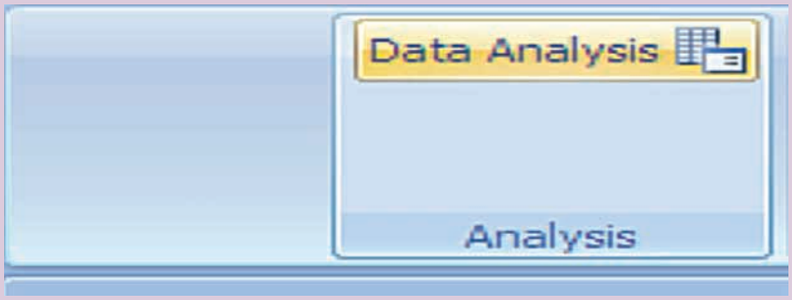
تستخدم علامات التكرار لتبيان كل قيمة في البيانات عند فرزها.

التكرار النسبي يساوي ناتج قسمة تكرار كل قيمة على مجموع تكرارات قيم البيانات.

النسبة المئوية للتكرار تساوي ناتج ضرب التكرار النسبي في ١٠٠.



من ثم نضغط على موافق فيظهر في القائمة الرئيسية لِـ «بيانات» خيار جديد «**Data Analysis**» يستخدم في رسم المدرج التكراري.



أولًا: عرض البيانات الكيفية

Qualitative Data Presentation

الأعمدة المفردة لبيانات مجمعة

Bar–Charts for Tabulated Data

مثال (١)

يمثل جدول البيانات التالي مبيعات أحد محال الهواتف الذكية لمدّة شهر، وهي موزعة على خمس فئات أو أصناف. مثّل هذه البيانات باستخدام الأعمدة البيانية عن طريق استخدام برنامج إحصائي على الحاسوب.

النوع	I phone	Samsung	Nokia	HTC	أصناف أخرى
عدد المبيعات	١٠٥	١٨٠	٩٠	٧٥	١٥٠

الحل:

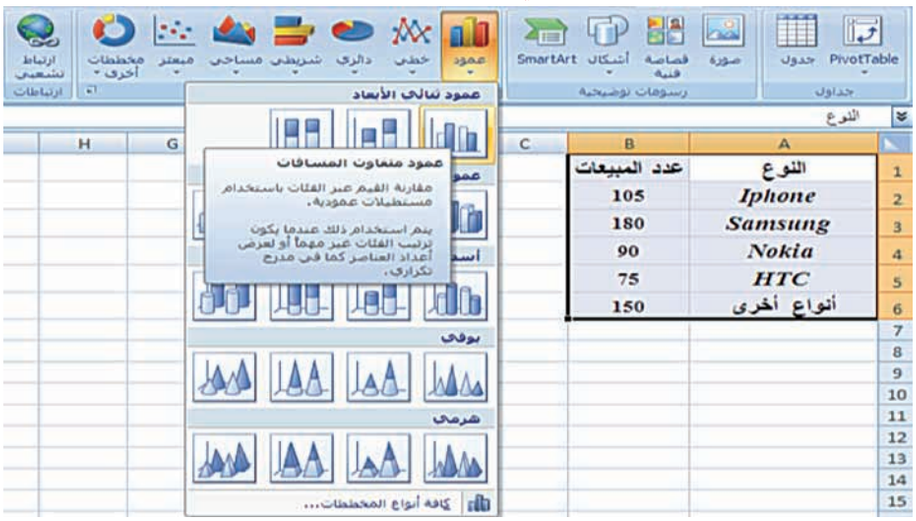
- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «النوع» في الخلية A1. ثم أدخل البيانات المتعلقة بنوع الهاتف ابتداء من الخلية A2.
- عنون العمود B «عدد المبيعات» في الخلية B1. ثم أدخل البيانات المتعلقة بالمبيعات ابتداء من الخلية B2. انظر الشكل (١).
- نحدد بالفأرة على العمودين A وB من الخلية A1 إلى الخلية B6. من القائمة المنسدلة إدراج ← عمود. شكل (٢)

	A	B
1	النوع	عدد المبيعات
2	*Iphone*	105
3	*Samsung*	180
4	*Nokia*	90
5	*HTC*	75
6	أنواع أخرى	150

شكل (١)

شكل (٢)

- تظهر نافذة الاختيار، اختر «عمود ثنائي الأبعاد»:



شكل (٣)

حدد بالفأرة على العمودين A وB من الخلية A1 إلى الخلية B6.

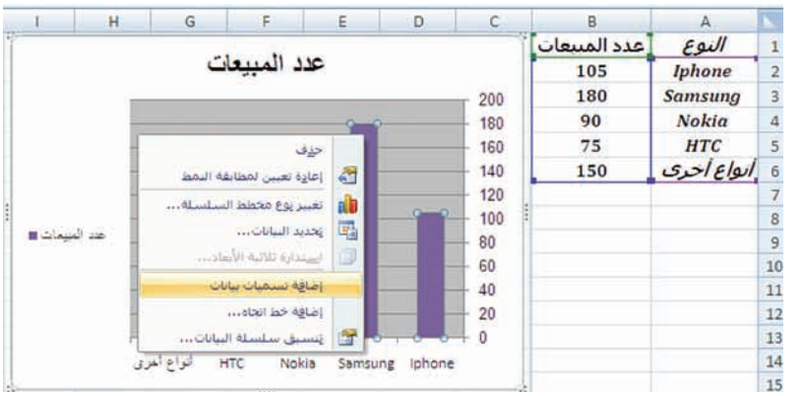
شكل (٤)

اضغط الزر الأيمن للفأرة من أي نقطة على الرسم البياني فتظهر نافذة الاختيار، اختر «تحديد البيانات».

شكل (٥)

اضغط فتظهر نافذة «تحديد مصدر البيانات»، اضغط «موافق».

- اضغط بواسطة الزر الأيسر للفأرة على أحد الأعمدة لتحديدها.
- اضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر النافذة الموضحة في الشكل (٦):

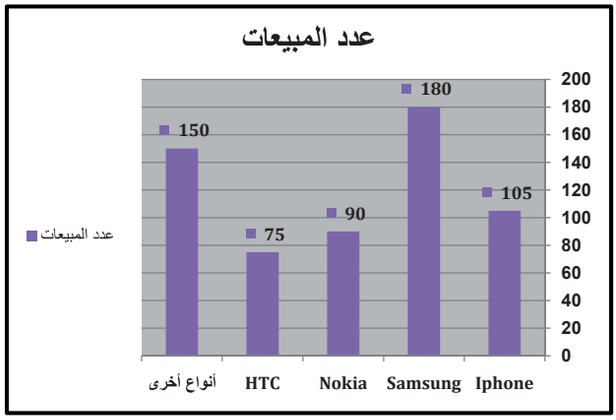


شكل (٦)

- اختر إضافة تسميات بيانات فتظهر نافذة تنسيق تسميات البيانات. اضغط على مربع القيمة، نهاية خارجية ومربع تضمين مفتاح وسيلة الإيضاح في التسمية. شكل (٧)

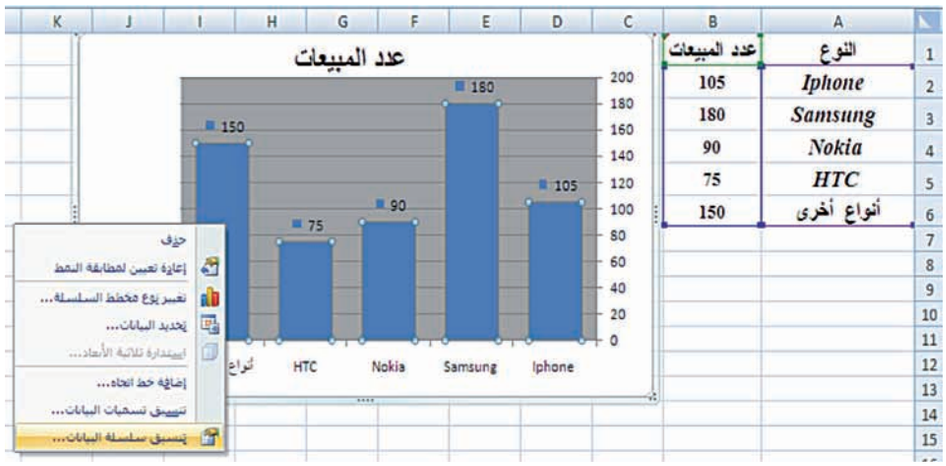
شكل (٧)

- اضغط على إغلاق فيظهر الشكل (٨):



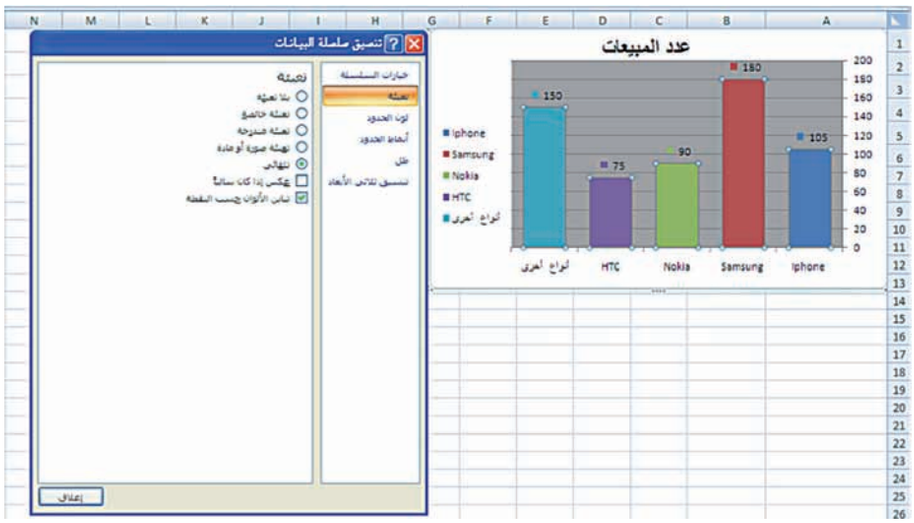
شكل (٨)

- اضغط على أي عمود بالرسم بالزر الأيسر للفأرة مرة واحدة، ثم بعد ذلك اضغط بالزر الأيمن للفأرة فنحصل على النافذة الموضحة في الشكل (٩):



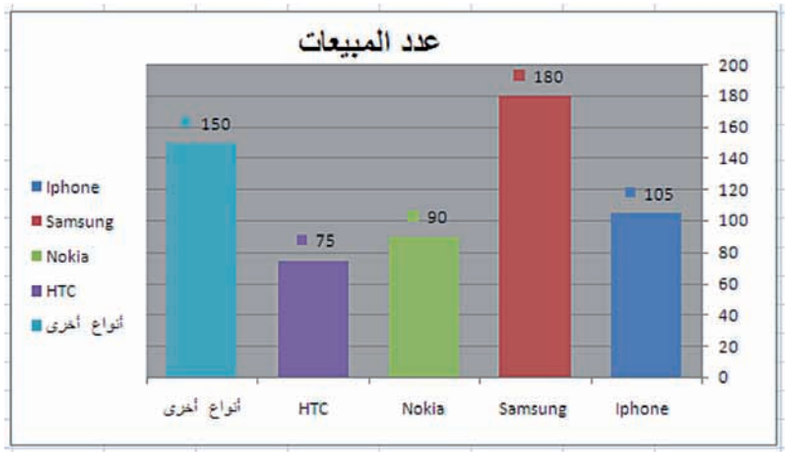
شكل (٩)

- اختر تنسيق سلسلة البيانات فنحصل على الشاشة الموضحة في الشكل (١٠)، اختر تعبئة من لائحة خيارات السلسلة، اضغط بالفأرة على المربع تباين الألوان حسب النقطة، ثم اضغط على إغلاق.



شكل (١٠)

- تحصل في النهاية على الشكل (١١):



شكل (١١)

حاول أن تحل

١ تمثل البيانات في الجدول التالي مبيعات الحواسيب اللوحية لأربعة أنواع مختلفة وذلك لمدة شهر.

النوع	Acer	Samsung	Apple	HP
عدد المبيعات	٢٠	٦٠	٧٥	١٥

استخدم برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب لتمثيل هذه البيانات باستخدام الأعمدة البيانية.

ثانيًا: عرض البيانات الكمية

Qualitative Data Presentation

الجدول التكراري المفرد لبيانات متقطعة

Frequency Table for Discrete Data

مثال (١)

البيانات التالية توضح عدد الهواتف المحمولة من قبل أسر مجموعة من الطلاب:

٤	١	٣	٢	٥	٣	٥	٣	٢	٨	٢	٤
٣	٢	٤	٥	٣	٣	٥	٤	٣	٦	٤	٣

والمطلوب تكوين جدول تكراري لهذه البيانات باستخدام برنامج إحصائي على الحاسوب

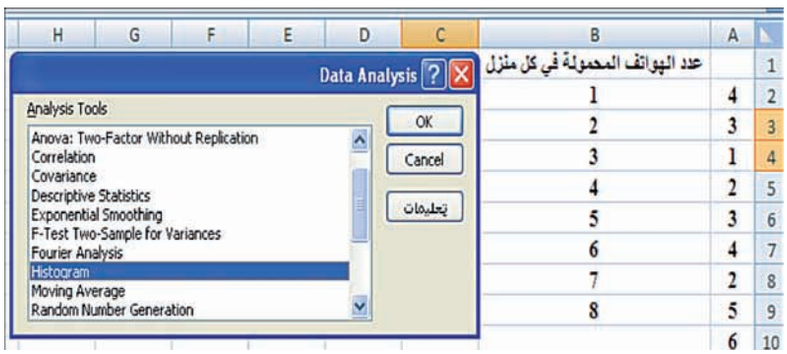
الحل:

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- قم بإدخال عدد الهواتف المحمولة في العمود A ابتداء من الخلية A2 حتى الخلية A25.
- عنون العمود B «عدد الهواتف المحمولة في كل منزل» في الخلية B1، ثم قم بإدخال الأعداد المناظرة لعدد الهواتف المحمولة فيه ابتداء من الخلية B2. فتحصل على الشكل (١٢).

	A	B
1		عدد الهواتف المحمولة في كل منزل
2	4	1
3	3	2
4	1	3
5	2	4
6	3	5
7	4	6
8	2	7
9	5	8
10	6	
11	3	
12	8	
13	5	
14	2	
15	3	
16	4	
17	3	
18	7	
19	5	
20	6	
21	4	
22	4	
23	3	
24	2	
25	4	

شكل (١٢)

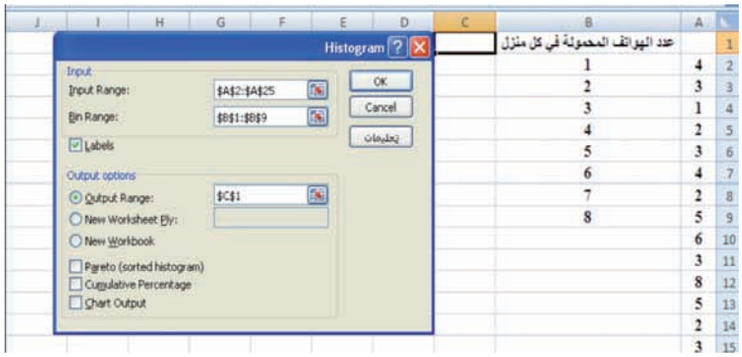
- قم الآن بحساب عدد التكرارات لكل قيمة من القائمة الرئيسية، اختر «بيانات»، ومن ثم اختر «Data Analysis» ومن النافذة المعنونة «Data Analysis» اختر «Histogram».



شكل (١٣)

ثم اضغط على OK فتظهر النافذة المعنونة «Histogram».

- حدد بالفأرة على العمود A من الخلية A1 إلى الخلية A25 فتظهر في خانة Input Range.
- اضغط على مفتاح Tab فننتقل إلى خانة Bin Range ونحدد بالفأرة على العمود B من الخلية B1 إلى الخلية B9 فتظهر في خانة Bin Range.
- اضغط بالفأرة على Labels، ثم على Output Range ونحدد بالفأرة على الخلية C1 فنحصل على الشكل (١٣).



شكل (١٤)

وأخيرًا اضغط على **OK** لتحصل على النتائج كما في الشكل (١٤):

E	D	C	B	A	
	Frequency	عدد الهواتف المحمولة في المنزل	عدد الهواتف المحمولة في المنزل		1
	1	1	1	4	2
	4	2	2	3	3
	6	3	3	1	4
	6	4	4	2	5
	3	5	5	3	6
	2	6	6	4	7
	1	7	7	2	8
	1	8	8	5	9
	0	More		6	10
				3	11

شكل (١٥)

- احذف الخلايا C10، D10 وذلك بالضغط بالفأرة عليها ثم اختيار: تحرير ← حذف ← الكل.
- استبدل كلمة «Frequency» بكلمة «التكرار» فيكون شكل المستند كما يلي:

عدد الهواتف المحمولة في المنزل	التكرار
١	١
٢	٤
٣	٦
٤	٦
٥	٣
٦	٢
٧	١
٨	١

حاول أن تحل

٢ جدول البيانات التالي يوضّح عدد السيارات في الأسرة الواحدة. اصنع جدولًا تكراريًّا لهذه البيانات مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب.

١	٣	٢	٤	١	٤	٥	٦	٣	٢
٦	٤	٣	٤	٣	٤	٦	٣	٤	١
٢	٥	٤	٥	٣	٢	٣	١	٢	٥

الجدول التكراري والقطاعات الدائرية لبيانات خام

Tabulation and Pie–Chart for Raw Data

مثال (٣)

تم رصد ألوان عيون ٢٤ طالبًا في إحدى الجامعات، فأتت النتائج على الشكل التالي:

أسود	أزرق	بني	أسود	عسلي	بني	أسود	بني	أخضر	أسود	عسلي	بني
أخضر	بني	أسود	عسلي	أسود	بني	أزرق	بني	أسود	عسلي	أسود	أزرق

أ) اصنع الجدول التكراري المفرد لهذه البيانات.

ب) مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب.

الحل:

أ) قم باستخدام برنامج إكسل Excel.

- عنون العمود A «لون العينين» في الخلية A1. ثم أدخل البيانات المتعلقة بلون العينين ابتداء من الخلية A2 حتى الخلية A25.
- حوّل المتغير الاسمي (لون العينين) إلى أرقام من أجل أن تسهل التعامل مع التطبيق، وذلك بإعطاء رقم لكل لون.

«أسود = ١» و«بني = ٢» و«عسلي = ٣»
و«أزرق = ٤» و«أخضر = ٥».

- أدخل الأعداد المناظرة للون العينين في العمود B ابتداء من الخلية B2.

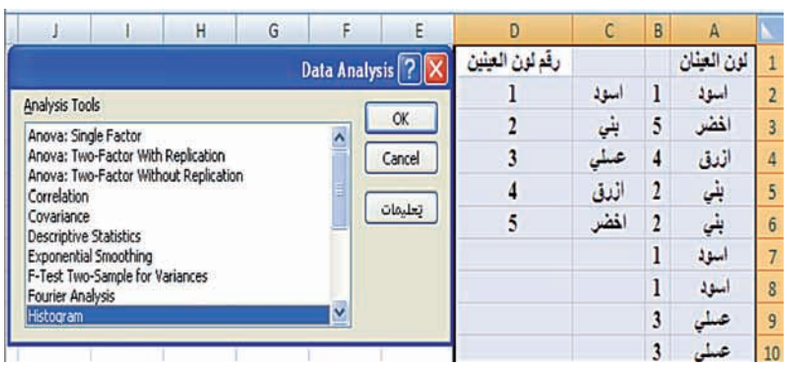
أدخل لون العينين في العمود C والأعداد المناظرة في العمود D ابتداء من الخلية C2 و D2 على الترتيب التالي:

	A	B	C	D
1	لون العينين			لون العينين
2	اسود	1	اسود	1
3	اخضر	5	بني	2
4	ازرق	4	عسلي	3
5	بني	2	ازرق	4
6	بني	2	اخضر	5
7	اسود	1		
8	اسود	1		

شكل (١٦)

أولًا: حساب عدد التكرارات لكل لون:

اختر البيانات من القائمة ومن النافذة المعنونة Data Analysis اختر Histogram ثم اضغط على OK:

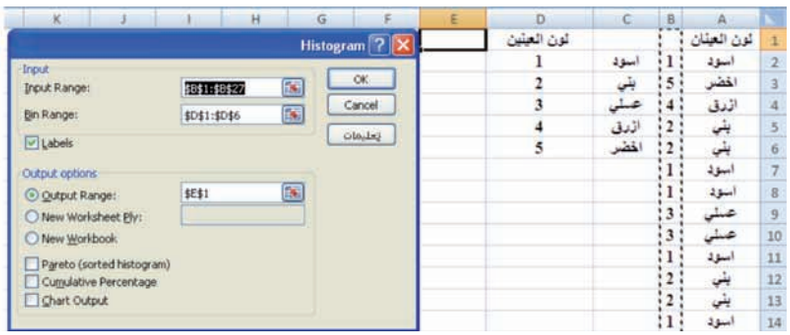


شكل (١٧)

فتظهر النافذة المعنونة Histogram:

تأكد من وجود المؤشر داخل مستطيل Input Range وبالتالي حدد بالفأرة العمود B من الخلية B1 إلى الخلية B25 فتظهر في خانة.

- اضغط على مفتاح Tab فينتقل المؤشر إلى خانة Bin Range. حدد بالفأرة العمود D من الخلية D1 إلى الخلية D6 فتظهر في خانة Bin Range.
- اضغط بالفأرة على كلمة Labels، ثم على كلمة Output Range فننتقل إلى المربع Output Range. حدد بالفأرة على الخلية E1 فتحصل على الشكل (١٩):



شكل (١٨)

- اضغط على OK تظهر النتائج كما في الشكل (١٩):

A	B	C	D	E	F
لون العينين			لون العينين	لون العينين	Frequency
اسود	1	اسود	1	1	8
اخضر	5	بني	2	2	8
ازرق	4	عسلي	3	3	5
بني	2	ازرق	4	4	3
بني	2	اخضر	5	5	2
اسود	1			More	0

شكل (١٩)

- احذف الخلايا E7، F7 (التي تتضمن More و0)
- استبدل كلمة Frequency بكلمة التكرار.
- استبدل الخلايا E2:E6 بالخلايا C2:C6 حيث تصبح ألوان العيون مكان رموزها الرقمية، فيتحول شكل المستند كما في الشكل (٢٠):

A	B	C	D	E	F
لون العينين			لون العينين	لون العينين	التكرار
اسود	1	اسود	1	اسود	8
اخضر	5	بني	2	بني	8
ازرق	4	عسلي	3	عسلي	5
بني	2	ازرق	4	ازرق	3
بني	2	اخضر	5	اخضر	2

شكل (٢٠)

ب ثانيًا: تمثيل بيانات ألوان العيون بالقطاعات الدائرية:

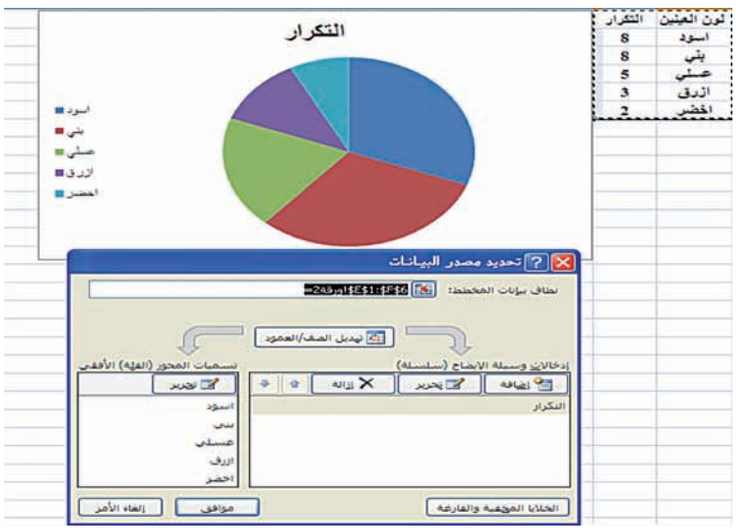
- حدد العمودين E وF من الخلية E1 إلى الخلية F6.
- اخترمن القائمة إدراج ← دائري، كما في الشكل (٢١).

شكل (٢١)

- ضع مؤشر الفأرة على التمثيل الدائري واضغط على الزر الأيمن للفأرة، فتظهر قائمة الاختيار، اختر تحديد البيانات، فتظهر النافذة الموضحة في الشكل (٢٢):

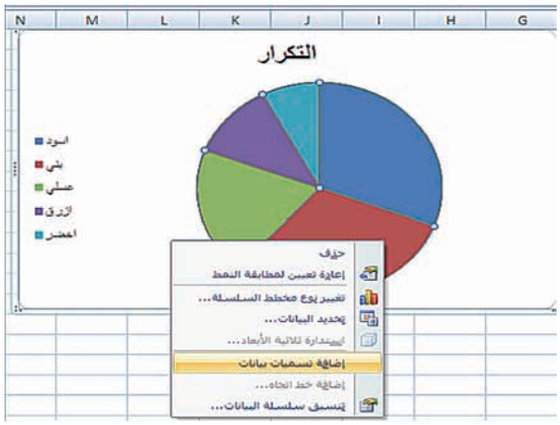
شكل (٢٢)

- اضغط على موافق لتحديد مصدر البيانات وتطابقها.



شكل (٢٣)

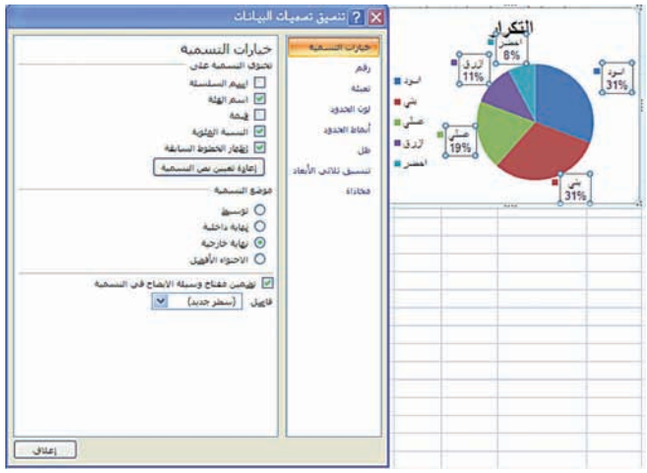
- اضغط بالفأرة على التمثيل الدائري لتحديده، ومن ثم اضغط على الزر الأيمن للفأرة، فتظهر القائمة كما في الشكل (٢٤). اختر إضافة تسميات بيانات.



شكل (٢٤)

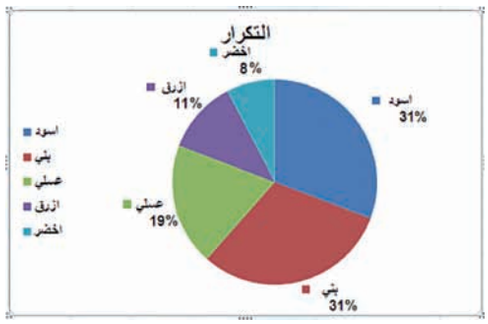
- اضغط على إضافة تسميات بيانات تظهر الأرقام على القطاعات الدائرية. تحددها بالضغط عليها بالفأرة ثم بالضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر القائمة التالية. اختر تنسيق تسميات البيانات فتحصل على الشكل (٢٦).

شكل (٢٥)



شكل (٢٦)

- في قائمة خيارات التسمية اضغط على اسم الفئة، النسبة المئوية، إظهار الخطوط السابقة.
- في موضوع التسمية اضغط على نهاية خارجية.
- اضغط على تضمين مفتاح وسيلة الإيضاح في التسمية ومن ثم على إغلاق فيظهر التمثيل البياني الدائري النهائي، شكل (٢٧).



شكل (٢٧)

حاول أن تحل

٣ تمّ تصنيف نتائج ٤٠ طالبًا في الصفوف F، D، C، B، A في إحدى الجامعات كما ورد في الجدول التالي:

C	A	F	D	B	C	B	A	B	A
F	D	B	C	A	B	F	B	C	D
B	A	B	F	D	A	D	B	A	B
B	C	A	B	B	C	B	D	C	F

أ اصنع جدولًا تكراريًّا مفردًا لهذه البيانات مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب.

ب مثّل هذه البيانات تمثيلًا بيانيًّا دائريًّا مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب.

مثال (٤)

يمثّل الجدول التالي معدل إنتاج النفط اليومي في الكويت من العام ٢٠٠١ إلى العام ٢٠١١ بملايين براميل النفط.

السنة	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
إنتاج النفط بملايين البراميل يوميًّا	١,٩٩٨	١,٨٩٤	٢,١٣٦	٢,٣٧٦	٢,٥٢٩	٢,٥٢٤	٢,٤٦٤	٢,٥٨٦	٢,٣٥	٢,٣	٢,٥٣

مثّل هذه البيانات الزمنية بالخط المنكسر مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب.

الحل:

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- أدخل في العمود A السنوات من الخلية A2 إلى الخلية A12، علمًا أنه لا يوجد عنوان لهذا العمود.
- عنون العمود B «الإنتاج اليومي» في الخلية B1.
  ثم أدخل بيانات الإنتاج اليومي من الخلية B2 إلى الخلية B12.
- حدد بالفأرة العمودين A وB من الخلية A1 إلى الخلية B12.
- اختر إدراج من القائمة ثم خطي كما في الشكل (٢٩).

	A	B
1		الانتاج اليومي
2	2001	1.998
3	2002	1.894
4	2003	2.136
5	2004	2.376
6	2005	2.529
7	2006	2.524
8	2007	2.464
9	2008	2.586
10	2009	2.35
11	2010	2.3
12	2011	2.53

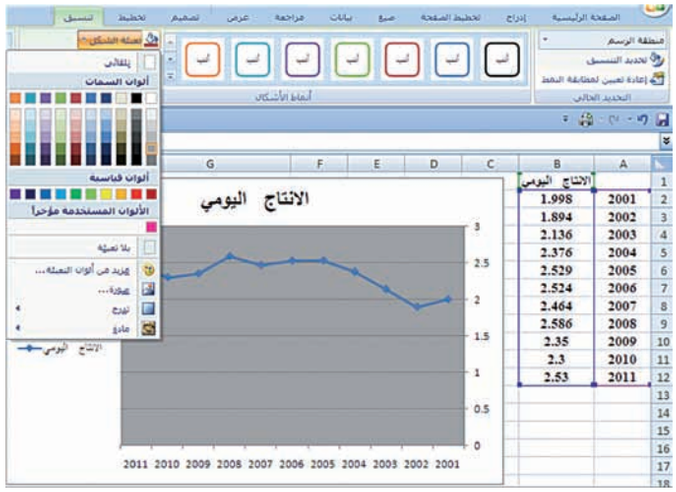
شكل (٢٨)

شكل (٢٩)

- بعد الضغط على خطي تظهر نافذة معنونة خطي ثنائي الأبعاد، اختر خطي بعلامات كما هو مبين في الشكل (٣٠):

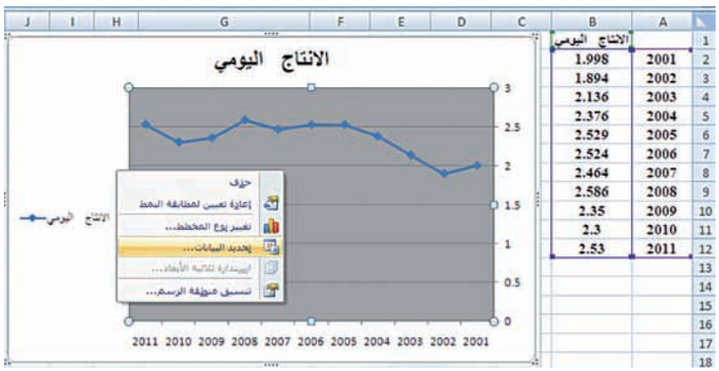
شكل (٣٠)

- بعد الضغط على خطي بعلامات يظهر التمثيل البياني بالخط المنكسر. حدده بالضغط على الفأرة واختر تنسيق من القائمة واضغط على تعبئة الشكل لتحديد لون خلفية التمثيل البياني كما هو مبين في الشكل (٣١). اختر اللون بواسطة الفأرة واضغط عليه لتغيير لون خلفية التمثيل البياني.



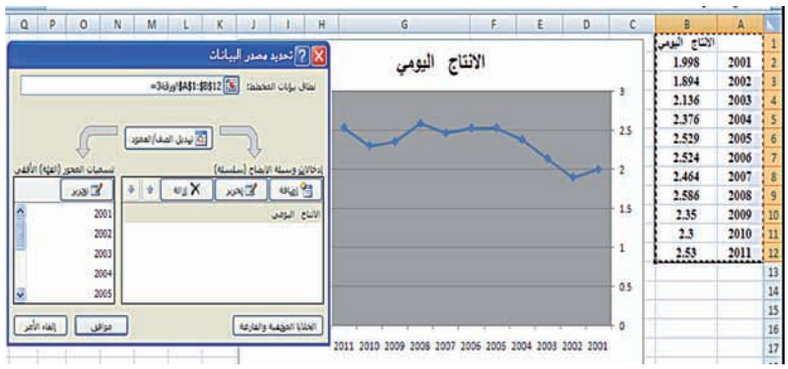
شكل (٣١)

- حدد التمثيل البياني واضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر قائمة الاختيار كما هو مبين في الشكل (٣٢). اختر تحديد البيانات.



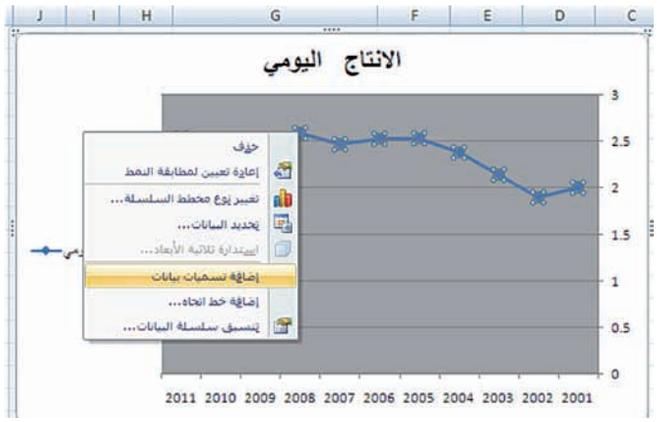
شكل (٣٢)

- وعند الضغط على تحديد البيانات تظهر نافذة تحديد مصدر البيانات كما في الشكل (٣٣) اضغط على موافق لتحديد مصدر كل تلك البيانات.



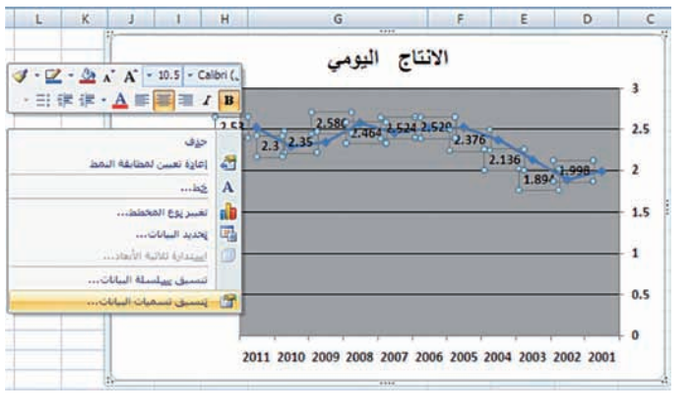
شكل (٣٣)

- حدد بواسطة الفأرة إحدى النقاط ومن ثم اضغط على الزر الأيمن للفأرة فتظهر قائمة كما في الشكل (٣٤) اختر إضافة تسميات بيانات.



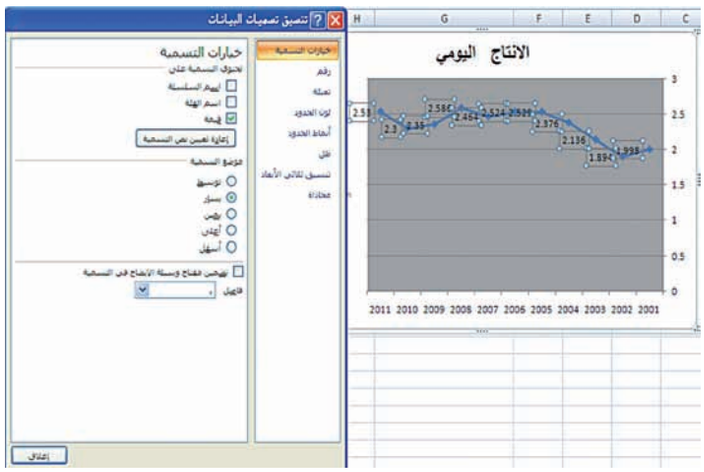
شكل (٣٤)

- اضغط على إضافة تسميات بيانات تظهر التسميات، من ثم حدد القيم من خلال الضغط على إحداها بواسطة الفأرة واضغط على الزر الأيمن للفأرة، فتظهر القائمة كما في الشكل (٣٥). اختر تنسيق تسميات البيانات.



شكل (٣٥)

- تظهر النافذة الموضحة في الشكل (٣٦)، اضغط على قيمة ثم اضغط في موضع التسمية على يسار ثم إغلاق.

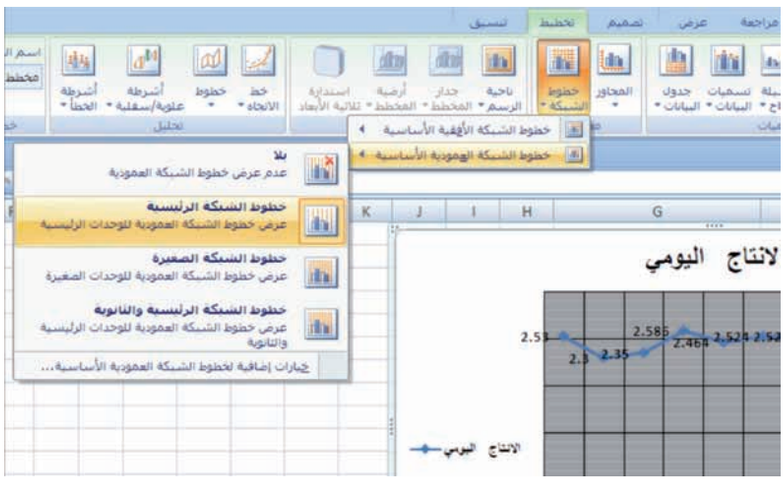


شكل (٣٦)

- لتحديد التخطيط العمودي والأفقي في التمثيل البياني، اختر من القائمة تخطيط ومن ثم خطوط الشبكة. اضغط بواسطة الفأرة على خطوط الشبكة الأفقية الأساسية. اختر خطوط الشبكة الرئيسية، فتحصل على الشكل (٣٧).

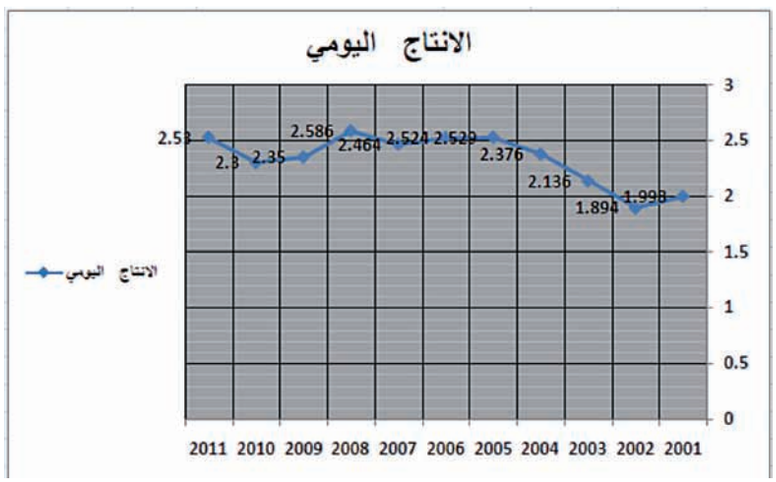
شكل (٣٧)

- اختر بواسطة الفأرة خطوط الشبكة العمودية الأساسية، اضغط على خطوط الشبكة الرئيسية فتحصل على الشكل (٣٨).



شكل (٣٨)

- الشكل (٣٩) يوضح الشكل النهائي الذي ستحصل عليه:



شكل (٣٩)

حاول أن تحل

٤ يبين الجدول التالي معدلات إنتاج القمح في العالم خلال آخر عشر سنوات بملايين الأطنان وهي على الشكل التالي:

السنة	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
إنتاج عالمي للقمح بملايين الأطنان	٥٩٠	٥٧٥	٥٦٠	٦٣٣	٦٢٩	٦٠٦	٦٠٧	٦٨٣	٦٨٦	٦٥١

مثّل هذه البيانات بالخط المنكسر مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب.

مثيل البيانات الكمية باستخدام المدرج التكراري Frequency Histogram

مثال (٥)

الجدول التالي يمثل أطوال مجموعة من ٢٤ طالبًا في إحدى المدارس. كون جدولًا تكراريًّا ذا فئات وارسم المدرج التكراري التابع له مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب.

١٦١	١٥٩	١٥٦	١٦٦	١٦٧	١٩٢	١٧٤	١٦٦
١٦٤	١٦٥	١٨٢	١٦٢	١٧٥	١٧١	١٧٩	١٧٨
١٧٩	١٧٦	١٧٣	١٨٥	١٧٢	١٧٨	١٨٢	١٨٠

الحل:

- قم باستخدام برنامج إكسل Excel.
- عنون العمود A «أطوال الطلاب» في الخلية A1.

ثم أدخل أطوال الطلاب من الخلية A2 إلى الخلية A11.

- عنون العمود B «فئات الطول» في الخلية B1.

وأدخل فئات توزيع أطوال الطلاب (١٥٥ – ١٥٩)، (١٦٠ – ١٦٤)،...

(١٩٠ – ١٩٤) ابتداء من الخلية B2.

- عنون العمود C «الأطوال» في الخلية C1.

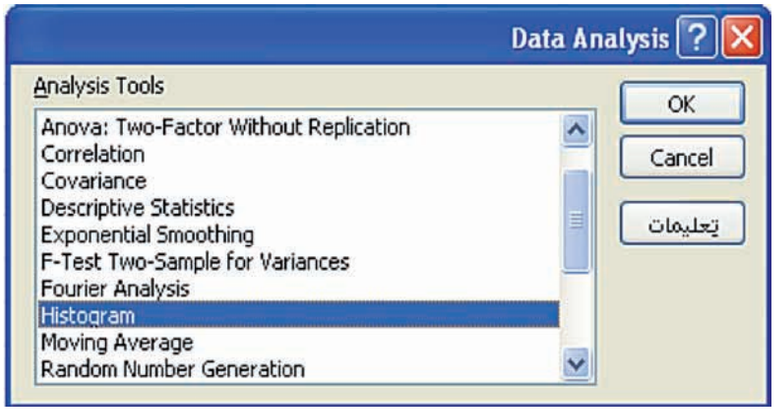
وأدخل الحدود العليا للفئات ١٥٩ – ١٦٤ – ١٦٩ – ١٧٤ – ١٧٩ – ١٨٤ –

١٨٩ – ١٩٤ ابتداء من الخلية C1. شكل (٤٠)

	A	B	C
1	أطوال الطلاب	فئات الطول	الأطوال
2	161	155-159	159
3	164	160-164	164
4	179	165-169	169
5	159	170-174	174
6	165	175-179	179
7	176	180-184	184
8	156	185-189	189
9	182	190-194	194
10	173		
11	166		

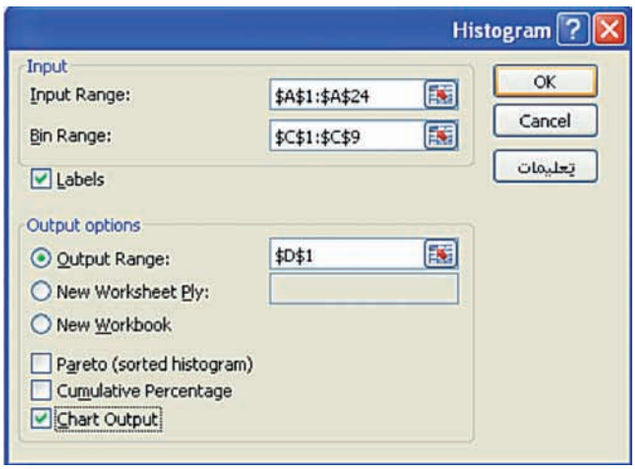
شكل (٤٠)

اختر البيانات من القائمة ومن النافذة المعنونة **Data Analysis**، اختر **Histogram** ثم اضغط على **OK**، شكل (٤١).

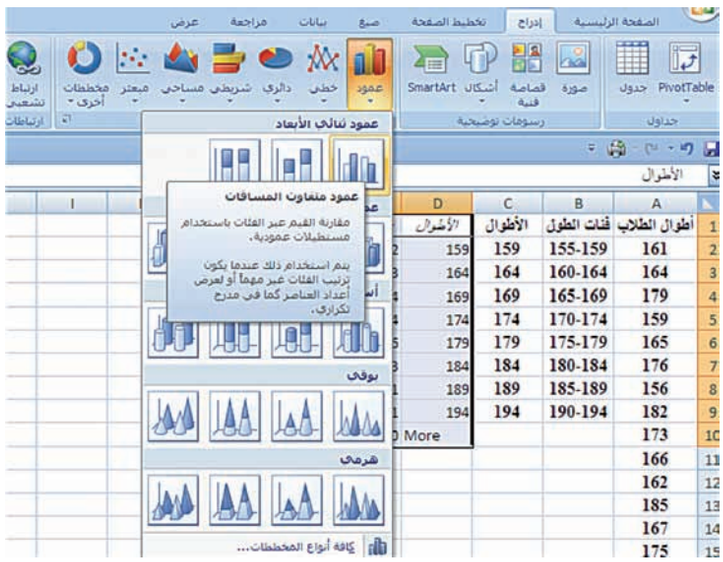


شكل (٤١)

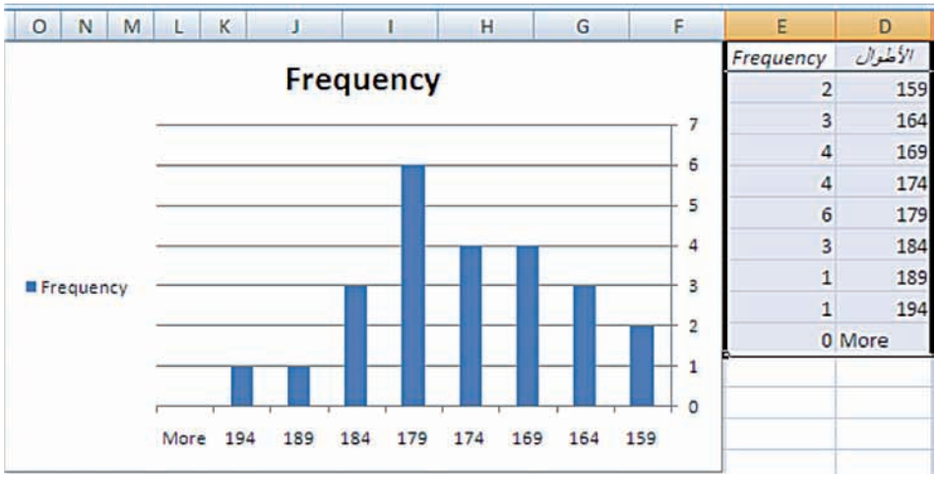
- فتظهر النافذة المعنونة **Histogram**: تأكد من وجود المؤشر داخل مستطيل **Input Range** وبالتالي حدد بالفأرة العمود **A** من الخلية **A7** إلى الخلية **A25**.
- اضغط على مفتاح **Tab** فينتقل المؤشر إلى خانة **Bin Range**. حدد بالفأرة العمود **C** من الخلية **C1** إلى الخلية **C9** فتظهر في خانة **Bin Range**.
- اضغط بالفأرة على كلمة **Labels**، ثم على كلمة **Output Range** فننتقل إلى المربع **Output Range**. حدد بالفأرة على الخلية **D1** .
- اضغط بالفأرة على كلمة **Chart Output**. شكل (٤٢)
- اضغط على **OK** ومن ثم اختر من القائمة **إدراج** ومن ثم **عمود**.
- اضغط على **عمود ثنائي الأبعاد** فنحصل على الشكل (٤٣) ثم (٤٤).



شكل (٤٢)

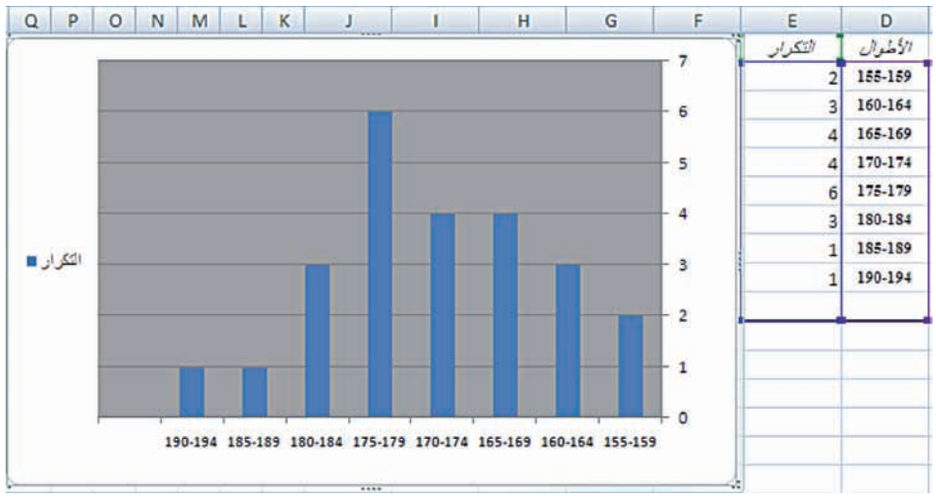


شكل (٤٣)



شكل (٤٤)

- استبدل كلمة **Frequency** بكلمة **التكرار**.
- استبدل الخلايا **D2:D9** بالخلايا **B2:B9**.
- احذف الخليتين **D9** و **E10** واحذف كلمة **Frequency** الموجودة في أعلى الرسم وكلمة **Frequency** الموجودة إلى يسار الرسم فتحصل على النتائج كما في الشكل (٤٥):

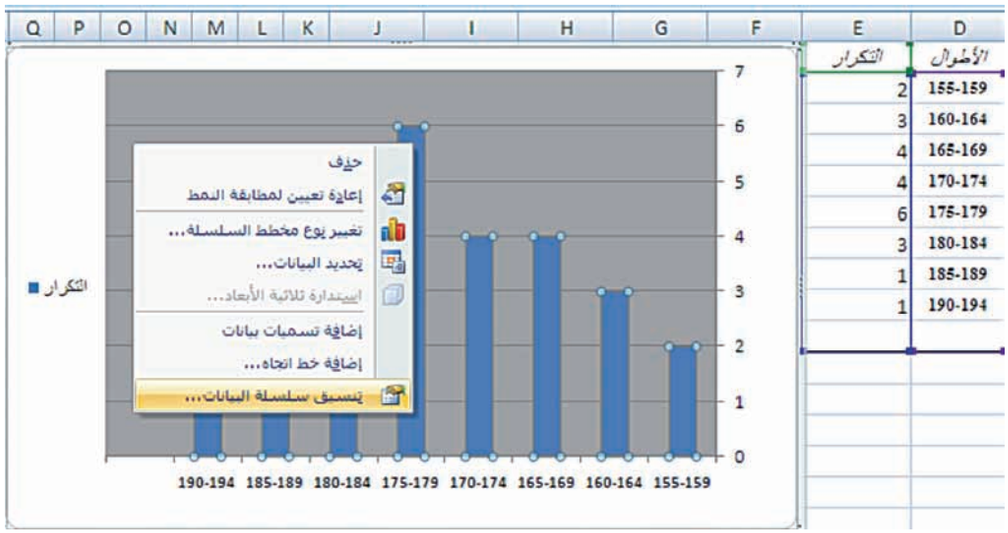


شكل (٤٥)

- اضغط بواسطة الفأرة على أحد الأعمدة لتحديدها ومن ثم بواسطة الزر الأيمن للفأرة واختر تنسيق سلسلة البيانات من القائمة. كما هو مبين في الشكل (٤٦):

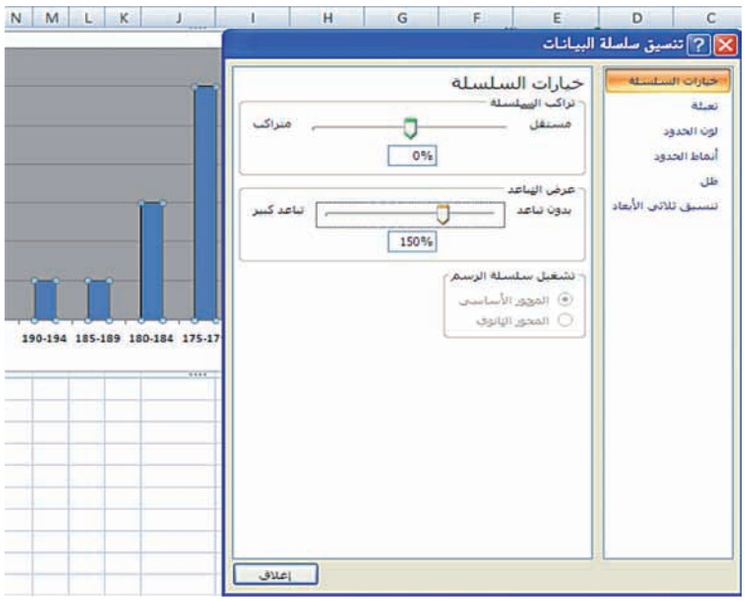
شكل (٤٦)

حدد الأعمدة واختر تنسيق سلسلة البيانات.



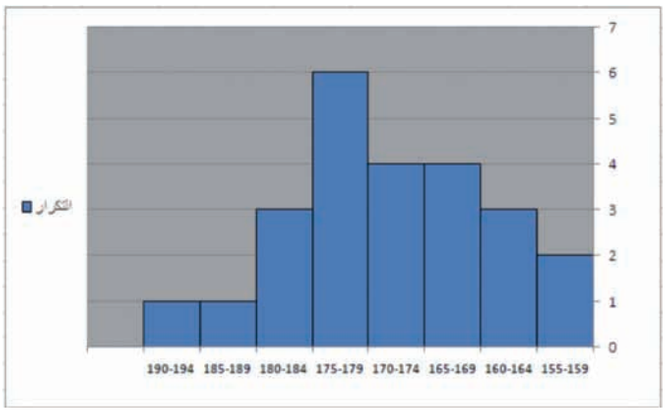
شكل (٤٧)

اضغط على تنسيق سلسلة البيانات بواسطة الفأرة، الشكل (٤٧) فتحصل على النافذة التالية: تنسيق سلسلة البيانات.
اضغط على خيارات السلسلة، من ثم قم بإزاحة مؤشر عرض التباعد ليصبح ٠٪ واضغط على إغلاق، الشكل (٤٨).



شكل (٤٨)

فتحصل في النهاية على الصورة النهائية للمدرج التكراري كما في الشكل (٤٩).



شكل (٤٩)

حاول أن تحل

٥ يمثل الجدول التالي بيانات أوزان ٣٦ طالبًا في الصف الحادي عشر أدبي في إحدى المدارس الخاصة المختلطة:

٨٥	٧٤	٨٣	٥٣	٧٢	٦٥	٦٠	٤٧	٥٠
٧٦	٦٨	٦٥	٩٢	٦٣	٥٨	٤٩	٦٦	٨٥
٥٨	٦٢	٧٨	٨٧	٥٥	٨٩	٧١	٨٦	٥٤
٨٠	٧٥	٦٧	٧٠	٦٧	٦٨	٨٢	٦٤	٧٣

كون جدولًا تكراريًّا ذا فئات ومن ثم ارسم المدرج التكراري التابع له مستخدمًا برنامجًا إحصائيًّا على الحاسوب.

المرشد لحل المسائل

يبين الجدول التالي المدة الزمنية بالساعات لعمر ٥٠٠ مصباح كهربائي.

العمر (بالساعات)	٣٠٠-	٥٠٠-	٧٠٠-	٩٠٠-
التكرار	٤٥	١٥٥	٢٧٠	٣٠

أ أكمل هذا الجدول بإضافة التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل والتكرار النسبي والنسبة المئوية للتكرار.

ب مثّل هذه البيانات بالمدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري.

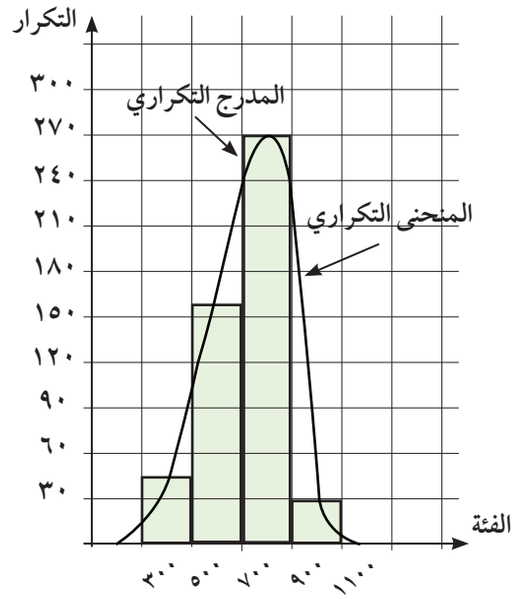
جـ مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

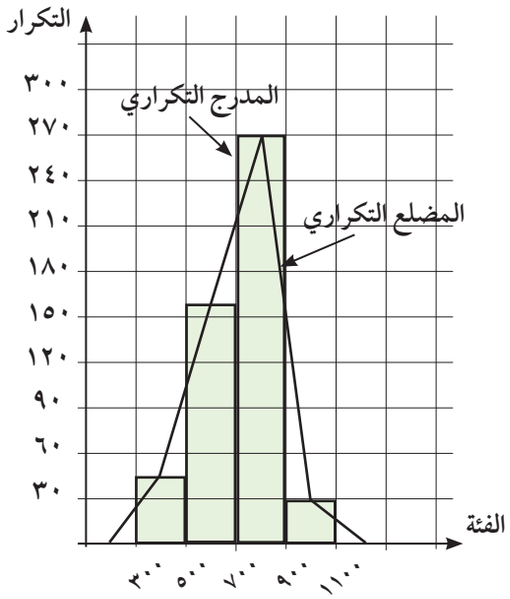
الحل:

أ

العمر (بالساعات)	٣٠٠-	٥٠٠-	٧٠٠-	٩٠٠-
التكرار	٤٥	١٥٥	٢٧٠	٣٠
التكرار المتجمع الصاعد	٤٥	٢٠٠	٤٧٠	٥٠٠
التكرار المتجمع النازل	٥٠٠	٤٥٥	٣٠٠	٣٠
التكرار النسبي	$\frac{٤٥}{٥٠٠} = \frac{٩}{١٠٠}$	$\frac{١٥٥}{٥٠٠} = \frac{٣١}{١٠٠}$	$\frac{٢٧٠}{٥٠٠} = \frac{٢٧}{٥٠}$	$\frac{٣٠}{٥٠٠} = \frac{٣}{٥٠}$
النسبة المئوية للتكرار	٪٩	٪٣١	٪٥٤	٪٦

ب التمثيل بالمدرج التكراري – المنحنى التكراري – المضلع التكراري.





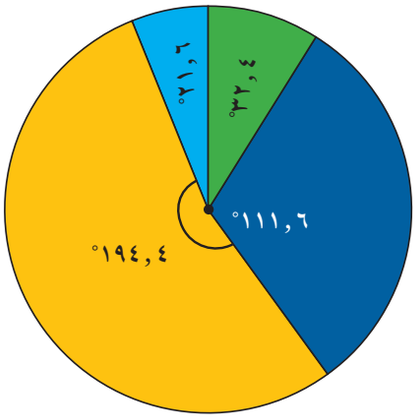
ج التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية.

$$\frac{٩}{١٠٠} \times ٣٦٠^\circ = \frac{١٢٦^\circ}{٥} = ٣٢,٤^\circ$$

$$\frac{٣١}{١٠٠} \times ٣٦٠^\circ = \frac{٥٥٨^\circ}{٥} = ١١١,٦^\circ$$

$$\frac{٢٧}{٥٠} \times ٣٦٠^\circ = \frac{٩٧٢^\circ}{٥} = ١٩٤,٤^\circ$$

$$\frac{٣}{٥٠} \times ٣٦٠^\circ = \frac{١٠٨^\circ}{٥} = ٢١,٦^\circ$$



مسألة إضافية

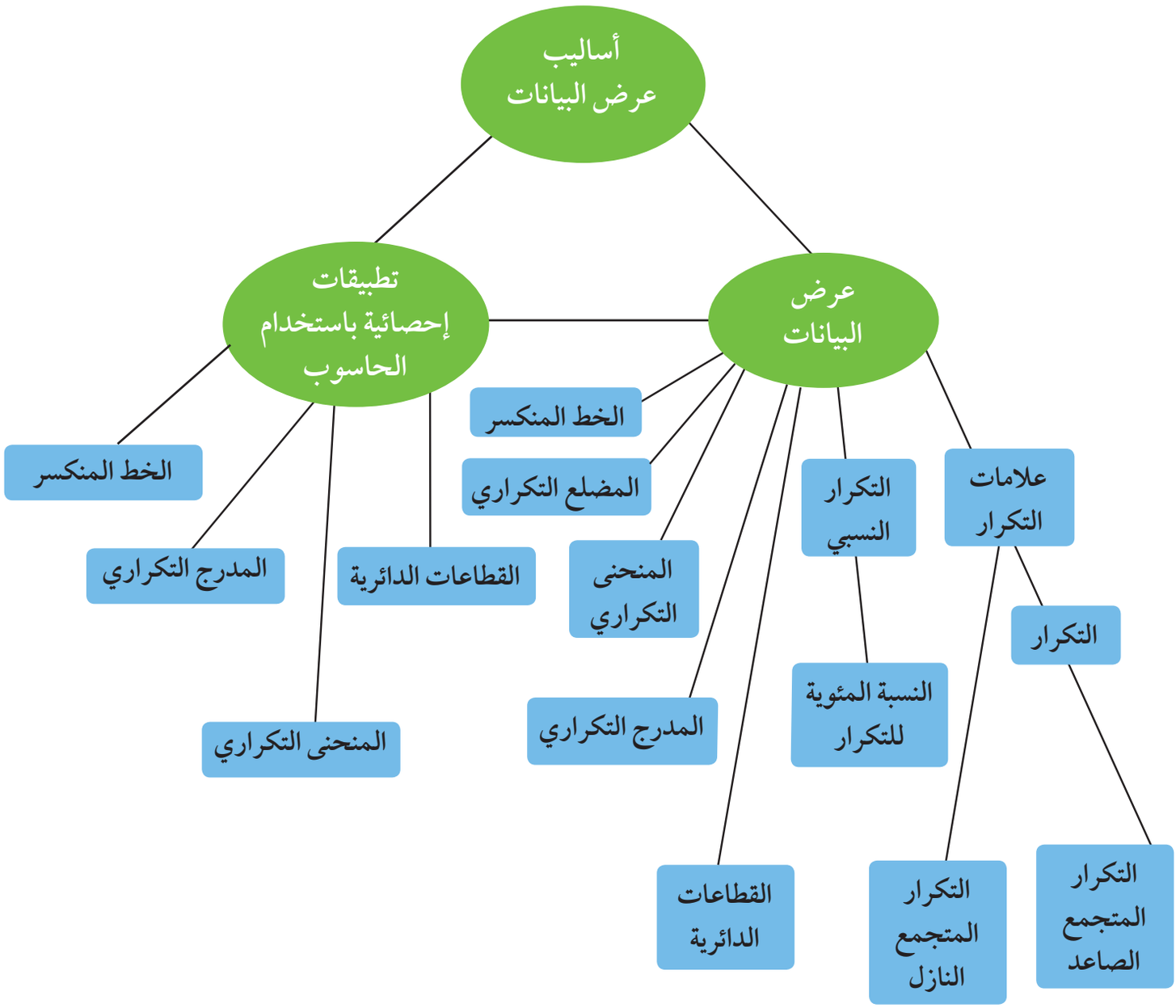
في إحصاء لألوان شعر الرأس عند ٢٥ طالبًا، تبين ما يلي:

أسود، بني، أسود، كستنائي، أسود، أسود، بني، أشقر، أسود، أشقر، كستنائي، بني، أسود، بني، كستنائي، أسود، أسود، بني، أسود، أسود، بني، أشقر، أسود، كستنائي، بني.

أ كون جدولًا تبين عليه علامات التكرار، التكرار النسبي، النسبة المئوية للتكرار.

ب مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية .

مخطط تنظيمي للوحدة الثالثة



ملخص

- تستخدم علامات التكرار لتبيان كل قيمة في البيانات.
- التكرار النسبي هو كسر يمثل ناتج قسمة تكرار كل قيمة على مجموع تكرارات القيم.
- النسبة المئوية لكل تكرار تساوي ناتج ضرب التكرار النسبي في ١٠٠.
- كل قطاع دائري له زاوية مركزية قياسها يساوي النسبة المئوية للتكرار × ٣٦٠°.
- يستخدم المدرج التكراري في تمثيل الفئات من بيانات.
- لرسم المنحنى التكراري نأخذ مركز الفئة في كل مستطيل ومنه نأخذ منتصف القطعة المستقيمة المقابلة في كل مستطيل، ثم نصل هذه المنتصفات لنحصل على المنحنى التكراري ونغلقه من طرفيه بإضافة فئة قبل الأولى وفئة ثانية بعد الأخيرة على أن يكون تكرار كل فئة مضافة يساوي صفرًا.
- الخط المنكسر يربط نقاطًا بعضها مع بعض بواسطة قطع مستقيمة، وإحداثيات هذه النقاط تمثل متغيرين في البيانات.

جدول الأعداد العشوائية

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	28138	28596	04819	50138	12598	96878	55684	01488	58963	25896	36987	47856	20150	18965
2	01055	53625	47739	51063	08445	33254	22542	50954	73949	11945	29947	86107	35420	77076
3	79603	31075	71532	38497	08236	78411	18237	48743	81472	31761	49582	70411	64708	59416
4	79261	96010	82558	15977	15827	55768	29668	73188	65198	24483	16219	63827	05092	47495
5	00005	37153	07206	78041	09457	97003	49739	75180	74018	90951	96161	31749	23314	55471
6	59282	86004	13259	59537	75702	66287	77941	27095	46176	67215	93007	84125	89302	92843
7	20119	41234	01600	61772	57765	43965	60952	86606	47653	71502	85121	56804	03494	98302
8	67205	41113	34514	03273	95516	68365	79855	50202	66262	31348	37260	56557	15116	38645
9	06244	02595	08941	24615	92256	43007	05022	48195	91554	42525	30499	92203	70717	92685
10	46210	35683	67486	77091	58196	08010	54826	97006	76740	76343	93982	66126	91164	53560
11	80851	80252	02993	92649	12421	00480	53258	45140	57226	10428	36478	24600	01401	29179
12	74684	98726	87312	70956	49731	45504	70689	57849	77383	53581	05100	07629	04450	54826
13	82136	32120	31733	10371	01132	25110	67123	59517	89996	58905	75260	21509	87839	68376
14	73419	88893	89748	44745	46390	54781	31307	62656	69777	24494	91659	29133	46122	75769
15	66082	76594	77480	38397	64521	18712	50625	39027	39168	07835	13446	17758	19166	86050
16	72300	93912	87548	69024	17509	52647	64335	84663	79524	34618	72718	51651	10486	81509
17	46805	82648	27550	65291	27181	92637	13539	87601	15442	70131	62278	99491	41647	11029
18	59068	93270	15829	34926	46252	90487	92734	04850	90175	84906	46435	91518	86972	25705
19	63089	93954	30250	80347	81506	53768	75611	62054	89867	16083	45585	39555	96236	37875
20	54384	64888	28929	46575	08301	86288	52656	19225	65019	74795	25915	71637	49063	17695
21	41219	63211	39429	15290	78067	66741	08485	64653	87698	04983	47255	72768	90770	82930
22	20939	02271	71831	53134	73002	86087	98213	24484	08574	34915	03881	26259	83583	55337
23	66587	02998	73357	00128	97188	71660	47602	52022	28157	21602	30212	53762	94149	66526
24	71255	04641	38419	79552	62599	76281	10226	60287	16627	85028	41218	20667	63917	49254
25	08584	91510	57892	75011	49221	69960	90413	62400	23239	76854	66983	15964	70808	41341
26	31552	70340	48274	81006	74831	19177	49160	50762	89666	93535	12381	29770	33895	90381
27	02779	92197	83606	60964	65448	64964	19444	31357	16774	68021	46076	43831	09372	71527
28	22739	38348	29275	50087	91312	68984	37018	03447	05352	00798	61243	86397	98949	07622
29	21255	64526	97920	04791	77315	49905	74232	67222	89562	14683	81533	60057	31164	21824
30	95796	88317	77167	07879	03499	00804	27377	18693	75652	32509	38279	28588	16753	86119
31	75902	33821	35579	75020	78575	43912	99570	79216	04682	53316	95976	11938	56490	43868
32	36028	73731	05339	82203	22856	72459	00237	17627	50326	98629	71967	48402	61549	83717
33	06836	03795	80497	34107	29215	17117	69538	63274	96690	78884	38149	84592	67096	84551
34	35984	71052	01657	19690	99783	13513	37517	96508	49098	86592	10874	18125	00876	14549
35	87635	49443	55077	18157	20552	27316	12591	68157	34316	20447	53989	40096	69123	74210
36	41484	58832	43633	92072	54522	60783	05639	78371	20340	90174	90549	60250	80858	97632
37	65736	34031	37846	47294	50168	96397	50329	17390	04554	96190	02594	44229	24198	03064
38	16118	88260	28975	20036	77353	96179	08143	29222	57871	01292	52420	07130	11896	94088
39	62064	36947	31193	72328	10262	75428	50450	31620	17855	27018	75910	60965	39988	73389
40	23472	61332	48829	99113	90538	74066	38628	09270	72856	71411	78860	50745	42966	27424
41	05654	41781	99888	60787	56313	83221	82631	91989	32577	68175	24897	23456	16419	41727
42	83428	17512	78322	01942	42061	60659	32746	95367	20551	99885	79334	03732	97058	80356
43	65126	87369	56266	48697	33094	07522	92724	05676	91022	64262	24239	60242	01049	42945
44	28042	84729	34846	05880	34188	27048	30623	23204	05034	93136	19192	91674	47022	48523
45	53148	70847	48117	16103	83773	13224	76143	39148	06742	08298	52014	61711	79466	78334

تابع جدول الأعداد العشوائية

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
46	13560	38973	76536	54464	57626	10247	67051	83850	93002	30930	83842	09990	39203	85693
47	74560	04842	75720	98173	35124	18019	70681	73624	86300	76894	55504	20022	27144	03239
48	27449	10887	55047	76702	62587	20131	63452	96127	15802	65271	74663	37237	95812	19427
49	44413	47571	63342	67062	19900	42511	71024	44364	02775	41081	33177	09580	71047	33820
50	64512	50481	41107	21553	86471	16380	45959	16065	75195	31120	33822	43200	82566	43078
51	00095	29635	33618	55201	12075	97285	80296	92250	92579	69296	68423	91353	35553	77036
52	09638	68500	84152	55279	29481	48723	87785	06304	53198	79425	41344	87395	54720	72911
53	08589	28972	20500	26761	61852	87387	17967	50345	20479	37841	16337	88163	38585	02798
54	54883	36854	75468	31821	08464	13393	24322	56872	39507	16845	92039	13209	47035	57686
55	15444	18858	69256	81949	85766	20284	15914	76382	25665	84484	36409	87271	14949	12069
56	71565	25235	48604	04697	60513	89675	34337	06619	67509	03365	67431	43725	60359	33823
57	92871	06972	97272	98081	58945	98039	47815	55173	93203	03385	58309	47970	27985	73782
58	68849	33525	22034	44200	90628	39212	75363	00247	96303	51838	99956	34321	85809	87275
59	98827	81751	86350	27162	56861	00566	32360	52560	05152	97370	29229	98503	44100	59854
60	66803	20412	23097	36884	14158	51578	82839	04323	01877	91180	22403	31175	67942	14508
61	41516	62122	37492	78385	08100	01107	49028	80607	92813	75169	25796	12643	75026	04170
62	12162	72695	70213	28844	94220	04677	63128	96254	60006	42148	63974	24739	46064	93416
63	13274	51517	40925	25926	47062	06867	80018	43394	68316	19197	74832	95805	26126	29623
64	52918	26336	17452	70092	22425	68294	14624	12683	60030	18091	76824	45533	29768	59678
65	30361	58894	77995	22650	20266	21791	25773	37748	38058	73835	57440	33610	24749	56691
66	46377	07121	20251	41301	07635	66029	80470	25523	16429	40640	40041	79302	98712	95368
67	27423	28968	39623	90457	26780	14540	15082	90327	56459	77107	60727	26328	59556	93557
68	73886	44934	65197	86001	51613	92940	24998	35378	35732	05469	05791	07309	23107	37543
69	70336	30279	09961	58625	11044	73699	32481	85490	58333	12277	98355	86413	87883	23945
70	97903	34498	31282	11249	13179	41489	87962	89071	61922	02704	83626	67269	26568	09110
71	86205	97851	61543	40666	78098	05621	86072	21202	84985	65253	09306	56791	86227	73343
72	70718	31353	96295	21718	03495	83149	48733	21496	68430	91459	18409	86552	53261	30280
73	79073	05288	57087	27201	29661	08888	42984	96272	93656	50805	32057	36231	03532	64408
74	37479	85240	68508	36333	90080	46063	78129	96854	65844	71369	15432	66145	29223	87139
75	56009	81470	06181	98341	92406	61704	57770	28984	92858	88178	80042	83674	23736	64497
76	97012	75201	16764	31720	59414	81005	63959	15445	12347	71939	23651	29846	20962	77463
77	89839	94534	78223	94989	54376	61163	21914	19430	86856	38116	83201	10117	77879	04504
78	81048	37891	24924	18757	54550	54788	72430	24611	18643	55647	11806	78567	76679	58222
79	96743	96838	50696	57648	15325	72557	77193	50894	33206	44420	37986	84257	02031	65384
80	87649	00751	47483	48564	13103	20941	49793	68972	27994	75845	84616	37040	97110	95953
81	18173	87553	45854	18750	16506	57202	60428	61710	35887	19879	49893	04512	62556	63742
82	27613	72032	94334	38239	00395	05486	96365	01758	99314	41866	25760	74573	72169	25744
83	67517	04195	89100	21434	52923	90818	09206	19493	00233	62413	39127	76457	39419	35023
84	23574	88907	08133	85126	84643	94128	89259	18791	71035	84179	82500	92193	31383	34150
85	98721	90145	05695	14882	11827	56881	14143	68069	88481	08328	58607	81737	11660	96892
86	85556	83652	92934	55451	94792	45056	50732	83305	46303	37510	15539	52534	47250	75231
87	63282	48334	46961	05993	16605	63422	23375	44298	16226	10617	96722	42776	53376	94366
88	34033	36344	41107	77495	73985	79352	14844	44334	30781	16339	38031	28104	60054	05725
89	75567	31423	72507	48162	30150	44912	76250	12017	12136	47687	90279	67127	83889	87957
90	45101	69475	96924	76548	57756	14741	26052	42807	52824	61981	87866	35512	23771	43130