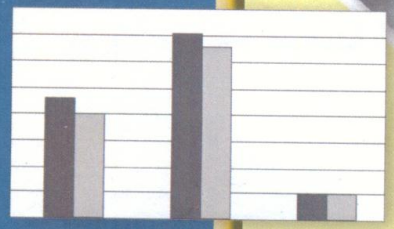
م ٠ ١٣ ١١/٣١

وزارة التربية

الرياضيات

كرّاسة التمارين



الصفّ العاشر ١٠

الفصل الدراسي الثاني

الطبعة الأولى

الصف العاشر
الفصل الدراسي الثاني

كرّاسة التمارين

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيسًا)

أ. حصة يونس محمد علي

أ. فتحية محمود أبو زور

الطبعة الأولى

١٤٣٣ - ١٤٣٤ هـ

٢٠١٢ - ٢٠١٣ م

فريق عمل دراسة ومواءمة كتب الرياضيات للصف العاشر

أ. رضيّة ناصر القطان (رئيسًا)

أ. السعيد فوزي إبراهيم

أ. نجوى محمد وسيم

أ. مجدي محمد الكواوي

أ. منيرة علي العدواني

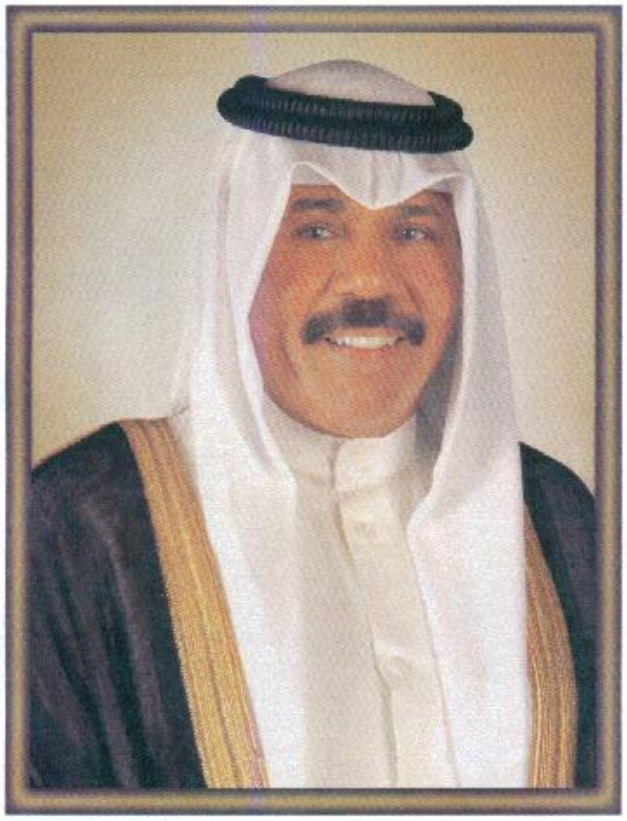
دار التّربَويّون House of Education ش.م.م. وبيرسون إديوكيشن ٢٠١٢

© جَميع الحقوق مَحفوظة : لا يَجوز نشْر أيّ جُزء من هذا الكِتاب أو تَصويره أو تَخزينه أو تَسجيله بأيّ وَسيلَة دُون مُوَافقَة خطّيَّة مِنَ النّاشِر.

الطبعة الأولى ٢٠١٢

صاحب السمو الشيخ صباح الأحمد الجابر الصباح

أمير دولة الكويت



سمو الشيخ نواف الأحمد الجابر الصباح

ولي عهد دولة الكويت

المحتويات

الوحدة السادسة: هندسة الدائرة

تَمَرَّنْ ٦-١ ..... ٩
تَمَرَّنْ ٦-٢ ..... ١٥
تَمَرَّنْ ٦-٣ ..... ٢٠
تَمَرَّنْ ٦-٤ ..... ٢٥
اختبار الوحدة السادسة ٣٠
تمارين إثرائية ٣٤

الوحدة السابعة: المصفوفات

تَمَرَّنْ ٧-١ ..... ٣٦
تَمَرَّنْ ٧-٢ ..... ٤١
تَمَرَّنْ ٧-٣ ..... ٤٧
تَمَرَّنْ ٧-٤ ..... ٥٤
تَمَرَّنْ ٧-٥ ..... ٦٠
اختبار الوحدة السابعة ٦٤
تمارين إثرائية ٦٧

الوحدة الثامنة : حساب المثلثات(٢)

تَمَرَّنْ ٨-١ ..... ٧٠
تَمَرَّنْ ٨-٢ ..... ٧٥
تَمَرَّنْ ٨-٣ ..... ٧٩
اختبار الوحدة الثامنة ٨٢
تمارين إثرائية ٨٤

الوحدة التاسعة: الهندسة التحليليّة

تَمرَّنْ ٩-١ ..... ٨٦

تَمرَّنْ ٩-٢ ..... ٩٠

تَمرَّنْ ٩-٣ (أ) ٩٢

تَمرَّنْ ٩-٣ (ب) ٩٩

تَمرَّنْ ٩-٤ ..... ١٠٢

تَمرَّنْ ٩-٥ ..... ١٠٤

اختبار الوحدة التاسعة ١٠٨

تمارين إثرائية ١١٠

الوحدةالعاشرة: الإحصاء والاحتمال

تَمرَّنْ ١٠-١ ..... ١١٢

تَمرَّنْ ١٠-٢ ..... ١١٨

تَمرَّنْ ١٠-٣ ..... ١٢٢

تَمرَّنْ ١٠-٤ ..... ١٢٨

تَمرَّنْ ١٠-٥ ..... ١٣١

اختبار الوحدة العاشرة ١٣٧

تمارين إثرائية ١٤١

الوحدة التاسعة: الهندسة التحليلية

تمرين ٩-١ ..... ٨٦
تمرين ٩-٢ ..... ٩٠
تمرين ٩ ٣ (أ) ٩٢
تمرين ٩ ٣ (ب) ٩٩
تمرين ٩ ٤ ..... ١٠٣
تمرين ٩ ٥ ..... ١٠٤
اختبار الوحدة التاسعة ١٠٨
تمارين إثرائية ١١٠

الوحدة العاشرة: الإحصاء والاحتمال

تمرين ١٠ ١ ..... ١١٢
تمرين ١٠ ٢ ..... ١١٨
تمرين ١٠ ٣ ..... ١٢٣
تمرين ١٠-٤ ..... ١٢٨
تمرين ١٠-٥ ..... ١٣١
اختبار الوحدة العاشرة ١٣٧
تمارين إثرائية ١٤١

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

مماس الدائرة
Tangent of The Circle

المجموعة أ تمارين أساسية

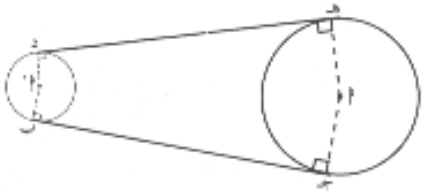
في التمرينين (١-٢)، القطع المستقيمة تمس الدوائر، أ مركز كل دائرة. أوجد قيمة س.

(١)

(٢)

(٣) يلتف حزام حول الدائرتين كما في الشكل.

أثبت أن ب جـ = دهـ.

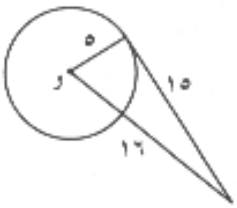


(٤) في التمرين (٣)، أوجد أ أ' إذا كان أجـ = ٧ سم، أ'ب = ٤ سم، ب جـ = ٢٠ سم.

في التمرينين (٥-٦)، حدد ما إذا كان المستقيم مماسًا للدائرة التي مركزها ر.

(٥)

(٦)



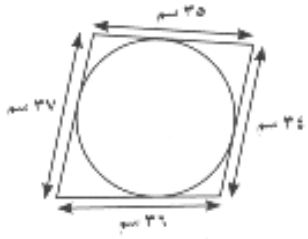
في التمرينين (٧–٨)، حدد ما إذا كانت الدائرة محاطة بمضلع (داخلة) أو محيطة بمضلع (خارجة).

(٧)

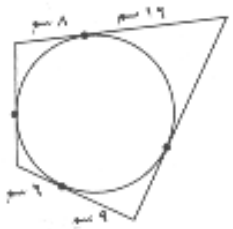
(٨)

في التمرينين (٩–١٠)، يحيط كل مضلع بدائرة. أوجد محيط المضلع.

(٩)



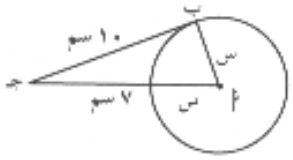
(١٠)



في التمرينين (١١–١٢)، $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس للدائرة. أوجد قيمة س (مقربًا إجابتك لأقرب جزء من عشرة).

(١١)

(١٢)



(١٣) يحيط شكل سداسي منتظم بدائرة طول قطرها ١٠ سم فإن محيط المضلع هو حوالى: _____

(أ) ٣٠ سم (ب) ٣٤,٦ سم (جـ) ٤٣,٣ سم (د) ٥١,٧ سم

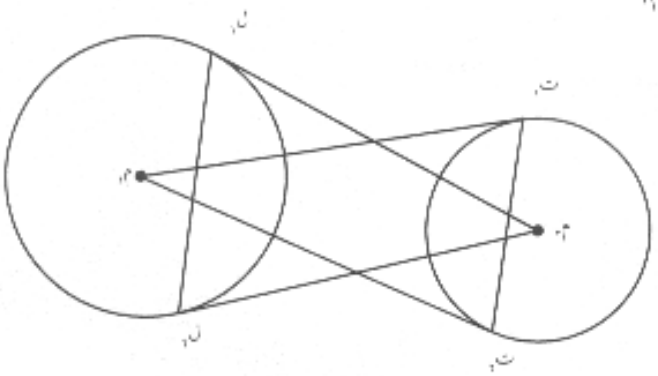
(١٤) **الإنشاءات**: ارسم دائرة مركزها أ، ضع نقطة م على الدائرة.

أنشئ مماسًا على الدائرة في م مستخدمًا الفرجار ومسطرة غير مدرجة.

(١٥) **التحدي:** يبيّن الشكل دائرتين مركزيهما م١، م٢. $\overline{م_١ت_١}$، $\overline{م_٢ت_٢}$ مماستان للدائرة التي مركزها م٢.

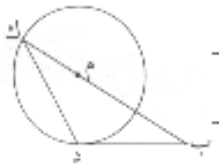
$\overline{م_١ل_١}$، $\overline{م_٢ل_٢}$ مماستان للدائرة التي مركزها م١.

أثبت أن $\overline{ت_١ت_٢}$ // $\overline{ل_١ل_٢}$.



(١٦) **التحدي:** $\overline{ب\ د}$ تمس الدائرة التي مركزها م.

ب د = ١٥ سم، ب م = ١٧ سم.

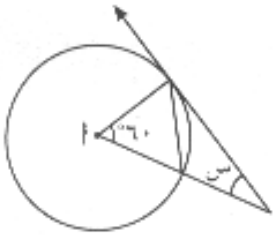


(أ) أوجد طول نصف قطر الدائرة. _____

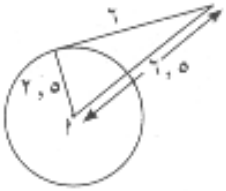
(ب) أوجد مساحة المثلث ب ك د. _____

المجموعة ب تمارين تعزيزية

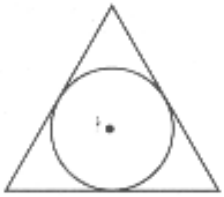
(١) المستقيم في الشكل المقابل مماس للدائرة، أوجد قيمة س.



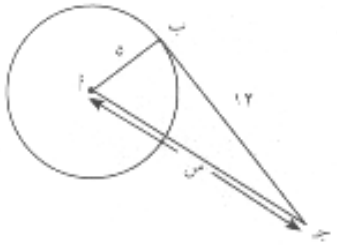
(٢) حدّد ما إذا كان المستقيم مماس للدائرة.



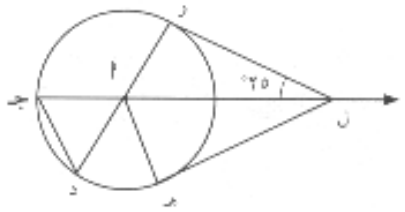
(٣) حدّد ما إذا كانت الدائرة محاطة بمثلث (داخلة) أو محيطة بمثلث (خارجة).



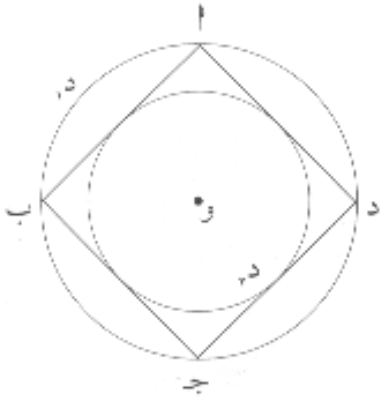
(٤) المستقيم $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس للدائرة، أوجد قيمة س.



(٥) في الشكل المقابل، أوجد ق(∠أ د جـ)، ق(∠هـ أ د)
إذا كانت $\overline{ل و}$، $\overline{ل هـ}$ تمسان الدائرة حيث $\overline{و د}$ قطر للدائرة.

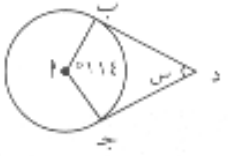


(٦) في الشكل المقابل دائرة د، تحيط خارجًا بالمربع أ ب جـ د ودائرة د، محاطة خارجًا بالمربع أ ب جـ د.
أثبت أن مساحة الدائرة د، تساوي مثلي مساحة الدائرة د،.



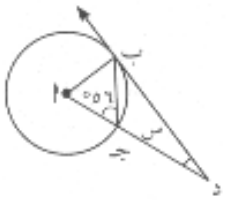
(٧) إذا كان $\overleftrightarrow{د ب}$ ، $\overleftrightarrow{د جـ}$ مماسان للدائرة. فإن س =

(أ) ٢٦° (ب) ٥٧° (جـ) ٦٦° (د) ١١٤°



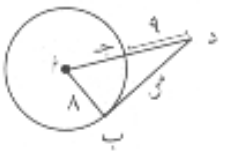
(٨) إذا كان $\overleftrightarrow{د ب}$ مماس للدائرة. فإن س =

(أ) ٢٢° (ب) ٢٨° (جـ) ٣٤° (د) ٤٠°



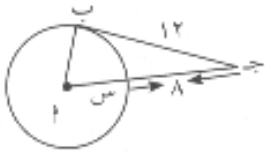
(٩) إذا كان $\overleftrightarrow{د ب}$ مماس للدائرة. فإن س =

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ١٧

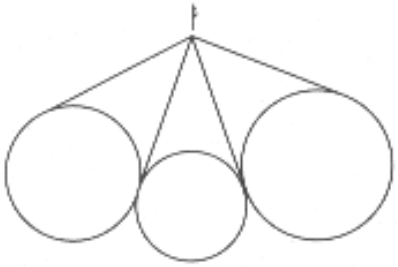


(١٠) إذا كان $\overleftrightarrow{جـ ب}$ مماس للدائرة. فإن س =

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥



(١١) يبيّن الشكل ٤ قطع مماسية من نقطة مشتركة أ إلى ٣ دوائر.
ما الذي يمكنك استنتاجه حول أطوال القطع الأربع؟ فسّر.

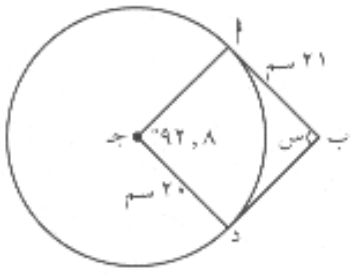


(١٢) $\overleftrightarrow{ب أ}$ ، $\overleftrightarrow{ب د}$ مماسان للدائرة.

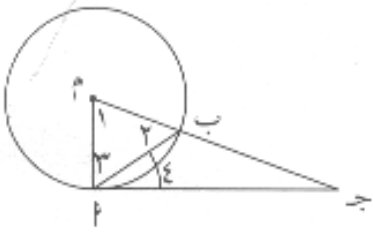
(أ) أوجد قيمة س.

(ب) أوجد محيط الشكل الرباعي ب أجـ د.

(جـ) أوجد ب جـ.



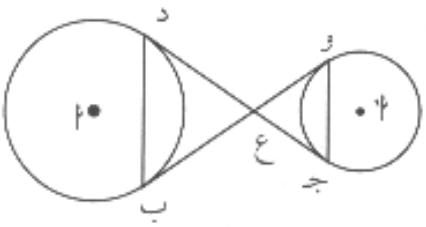
في التمرينين (١٣ – ١٤). $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماس للدائرة في أ. ق(أ) = ٧٠°.



(١٣) أوجد ق(٤).

(١٤) إذا كان ق(أ) = س، فأوجد ق(٤) بمعلومية س.

(١٥) في الشكل المقابل، أثبت تشابه المثلثين ع ب د، ع وجـ.

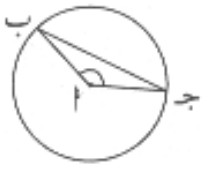


التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الأوتار والأقواس
Chords and Arcs

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) ماذا تستنتج من تطابق الدائرتين وتطابق الزاويتين و ، أ في الشكل المقابل؟



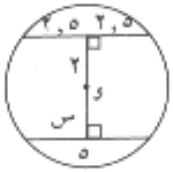
_____

(٢) أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

(أ)

_____

(ب)



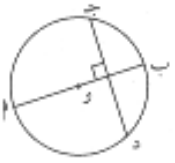
_____

(جـ)

_____

(٣) مستخدمًا الشكل المقابل أكمل ما يلي:

معطى: $\overline{أب}$ قطر الدائرة، $\overline{أب} \perp \overline{جـ د}$. ماذا تستنتج؟



_____

(٤) أوجد قيمة س في كل من الأشكال التالية:

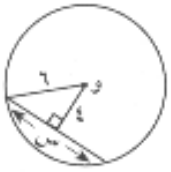
(أ)

_____

(ب)

_____

(جـ)



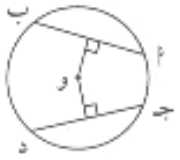
_____

(٥) في الشكل المقابل، أوجد قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{أب}$.

_____

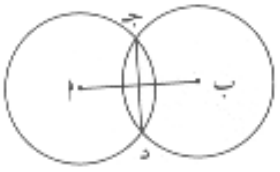
* (٦) **علم الآثار:** وجد عالم آثار قطعًا صغيرة من طبق دائري الشكل. اشرح كيف يستطيع هذا العالم استخدام قطعة واحدة لإيجاد مركز وطول نصف قطر هذا الطبق الدائري.

(٧) **تحليل الخطأ:** نظر سلطان إلى الشكل المقابل واستنتج أن $\overline{أب} = \overline{جـ د}$. ما الخطأ في استنتاجه؟



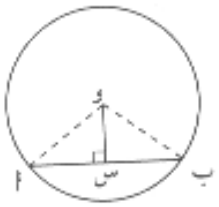
(٨) أ، ب مركزا دائرتين متطابقتين. $\overline{جـ د}$ وتر مشترك للدائرتين.

(أ) إذا كان $\overline{أب}$ = ٨ سم، جـ د = ٦ سم. فما طول نصف القطر؟



(ب) إذا كان $\overline{أب}$ = ٢٤ سم، نصف القطر = ١٣ سم. فما طول $\overline{جـ د}$؟

(٩) في الشكل المقابل، $\overline{أب}$ = ١٦ سم، وس = ٦ سم. أوجد:



(أ) طول نصف قطر الدائرة؟

(ب) قياس القوس الصغير $\overset{\frown}{أب}$.

(١٠) **تفكير ناقد:** طول قطر دائرة يساوي ٢٠ سم، وطولا وترين موازيين لهذا القطر ٦ سم و١٦ سم.

أوجد أقصر مسافة بين الوترين لأقرب جزء من عشرة من السنتمتر.

(أ) إذا كان الوتران في جهة واحدة من المركز.

(ب) إذا كان الوتران في جهتين مختلفين من المركز.

(١١) إذا كان طول قطر دائرة يساوي ٢٥ سم وطول أحد أوتارها ١٦ سم فإن البعد بين مركز الدائرة والوتر هو تقريبًا :

(أ) ٩ سم (ب) ٩,٦ سم (جـ) ١٨ سم (د) ١٩,٢ سم

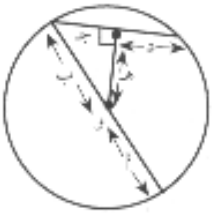
---

(١٢) البعد بين مركز الدائرة ووتر طوله ٩ سم يساوي ١١ سم تقريبًا.

أوجد طول نصف قطر الدائرة لأقرب عدد كلي.

---

(١٣) أي مما يلي لا تستطيع استنتاجه من الرسم المقابل؟



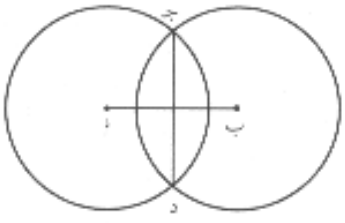
(أ) جـ = د (ب) أ = ب (جـ) جـ^{٢} + هـ^{٢} = ب^{٢} (د) هـ = د

---

(١٤) دائرتان مركزاهما على الترتيب أ، ب تتقاطعان بالنقطتين جـ، د.

وطول نصف قطر كل دائرة ٦ سم.

أوجد طول $\overline{\text{جـ د}}$ إذا كان طول $\overline{\text{أ ب}}$ يساوي ٨ سم.



المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) ماذا تستنتج من تطابق الدائرتين وتطابق الزاويتين كما في الشكل المقابل؟

(٢) أوجد قيمة س في الأشكال التالية:

(أ)

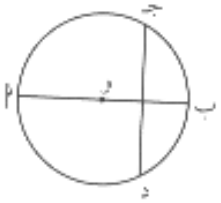
(ب)

(جـ)

(٣) مستخدمًا الشكل المقابل، املأ الفراغ بما هو مناسب.

معطى: $\overline{أب}$ منصف عمودي لـ $\overline{جـ د}$.

∴ يمر $\overline{أب}$ بـ .....



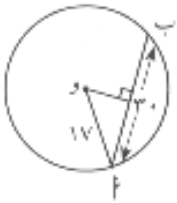
(٤) أوجد قيمة س في كل من الأشكال التالية:

(أ)

(ب)

(جـ)

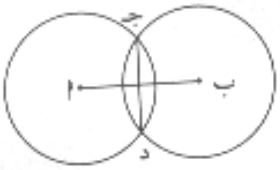
(٥) في الشكل المقابل، أوجد قياس القوس الأصغر $\overset{\frown}{أب}$.



(٦) استخدم شكلًا دائريًا لغطاء عبوة مشروب غازي لرسم دائرة، حدّد مركز هذه الدائرة.

(٧) أ، ب مركزي دائرتان متطابقتان. $\overline{جـ د}$ وتر مشترك لكلتا الدائرتين.

إذا كان طول نصف القطر يساوي ١٣سم، $\overline{جـ د}$ = ٢٤سم. فما طول $\overline{أ ب}$؟

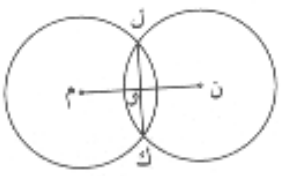


(٨) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

(٩) طول نصف قطر دائرة يساوي ٨,١٠ سم، وطول الوتر ١٢سم. ما البعد بين مركز الدائرة والوتر؟

(١٠) في الشكل أدناه م، ن مركزي دائرتان متطابقتان. طول نصف قطر كل دائرة يساوي ١٣سم، $\overline{ل ك}$ وتر مشترك للدائرتين، حيث ل ك = ١٨ سم. أوجد طول $\overline{م ن}$

علمًا بأن القطعة $\overline{ل ك} \cap \overline{م ن} = \{و\}$.

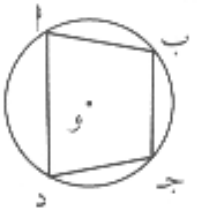


التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الزوايا المركزية والزوايا المحيطية
Central Angles and Inscribed Angles

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) في الشكل المقابل، سمِّ الزوايا المحيطية.



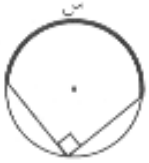
_____

(٢) أوجد قيمة المجهول في كل من الأشكال التالية:

(أ)

_____

(ب)

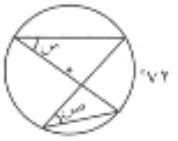


_____

(جـ)

_____

(د)



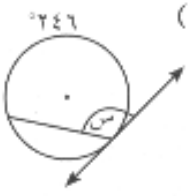
_____

(هـ)

_____

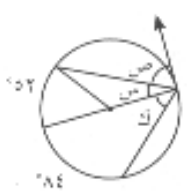
(٣) أوجد قيمة المجهول في كل من الأشكال التالية بمعلومية أن المستقيم في كل رسم يمثل مماسًا للدائرة.

(أ)



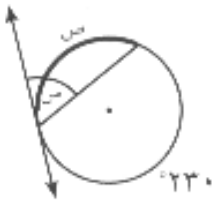
_____

(ب)



_____

(جـ)



_____

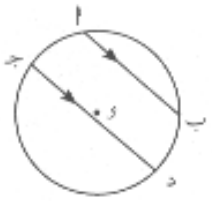
(٤) أوجد قياسات الزوايا والأقواس التالية مستخدمًا الرسم المقابل:

(أ) ق(∠أ) . _____ (ب) ق(جـ هـ). _____ (جـ) ق(∠جـ) . _____

(د) ق(∠د) . _____ (هـ) ق(أ ب هـ). _____

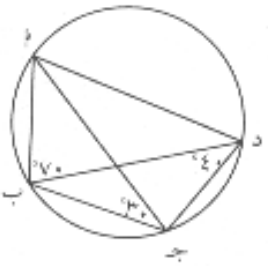
(٥) في الشكل المقابل، أوجد قياس: القوس الأصغر ب جـ ، ق(ب)، ق(ب جـ د).

(٦) ارسم الوتر ب جـ . اشرح لماذا أجـ ≅ ب د .



(٧) ما نوع شبه المنحرف المحاط بدائرة؟ اشرح.

(٨) أوجد ق(جـ ب د).

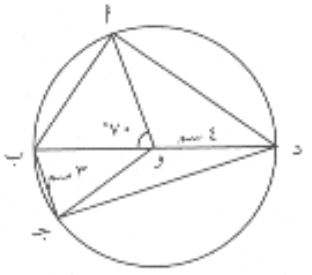


(٩) مستخدمًا معطيات الشكل المقابل حيث و مركز الدائرة. أوجد:

(أ) ق(أ و ب).

(ب) قياس كلّ من أب ، أد .

* (جـ) ق(ب و جـ).

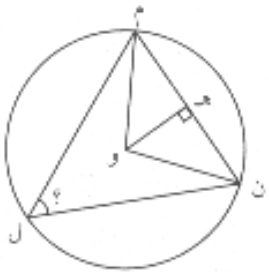


* (١٠) مستخدمًا معطيات الشكل، حيث و هي مركز الدائرة،

وهـ = ٢ سم، ن و = ٣ سم. أوجد:

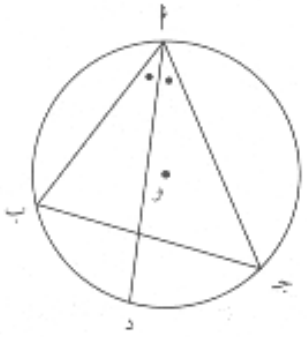
(أ) ق(هـ و ن).

(ب) ق(ن).



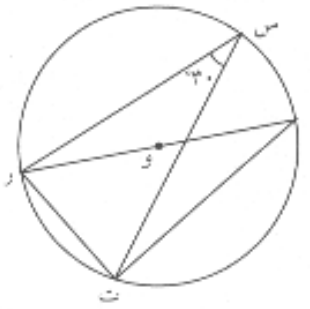
(١١) في الشكل المقابل، $\overleftarrow{أد}$ منصف الزاوية $أ$.

(أ) أثبت أن المثلث ب جـ د متطابق الضلعين.



(ب) ماذا يمكننا أن نقول عن Δ ب جـ د إذا كان Δ أب جـ قائم الزاوية في $؟$

(١٢) مستخدمًا معطيات الشكل المقابل حيث و مركز الدائرة:



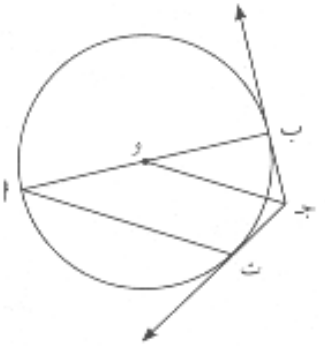
(أ) ما نوع المثلث ر ل ت؟

(ب) أوجد ق(∠ر ل ت).

(جـ) أوجد محيط Δ ر ل ت بدلالة ط.

(١٣) $\overline{أب}$ قطر في دائرة مركزها و. $\overleftarrow{جـ ب}$، $\overleftarrow{جـ ت}$ مماسان للدائرة يتقاطعان في جـ.

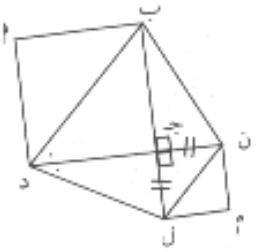
أثبت أن $\overline{أت}$ // $\overline{وجـ}$. (إرشاد : صل $\overline{وت}$ أو $\overline{ب ت}$)



(١٤) التفكير المنطقي: أب جـ د ، م ن جـ ل مربعان حيث جـ ∈ $\overline{ن د}$.

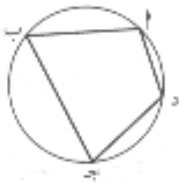
هل ب د ل ن هو رباعي دائري؟

فسّر إجابتك.



المجموعة ب تمارين تعزيزية

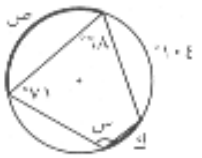
(١) في الشكل المقابل، سمِّ زوجًا من الزوايا المتكاملة.



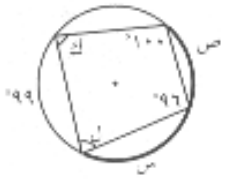
(٢) أوجد قياسات الزوايا والأقواس المجهولة في كلّ من الأشكال الهندسية التالية:

(أ)

(ب)



(جـ)



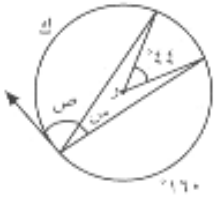
(د)

(هـ)

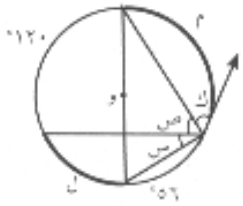
(٣) أوجد قيمة المجهول في كلّ من الأشكال التالية بمعلومية أن الشعاع في كل شكل يمثل مماسًا للدائرة.

(أ)

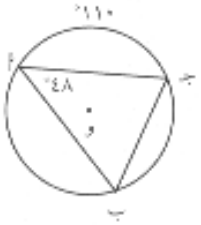
(ب)



(جـ)



(٤) أوجد قياسات الزوايا والأقواس التالية مستخدمًا الشكل المقابل.



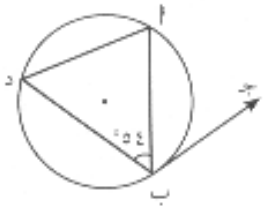
(أ) ق(∠ب جـ)　　(ب) ق(∠ب)

(جـ) ق(∠جـ)　　(د) ق(أب)

(٥) في الشكل المقابل، ن ($\overset{\frown}{أب}$) = ٧٢°، ن (ب$\hat{جـ}$ هـ) = ٥١° أوجد قياس القوس هـ$\overset{\frown}{أ}$.

(٦) هل كل متوازي أضلاع يكون رباعي دائري؟ فسّر إجابتك..

(٧) في الرسم المقابل، ن ($\overset{\frown}{ب د}$) = ١٤٠° أوجد ن(ا$\hat{ب}$ جـ) .



(٨) أوجد قيمة كل من الزاويا المجهولة في الشكل المقابل.

(٩) ا ب جـ د رباعي دائري (محوط بدائرة) . ن(أ$\hat{}$) = ٧٠° ، ن(ب$\hat{}$) = ١٣٠°.
أوجد ن(جـ$\hat{}$) ، ن(د$\hat{}$).

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الدائرة: الأوتار المتقاطعة، المماس

Circle: Intersecting Chords and Tangent

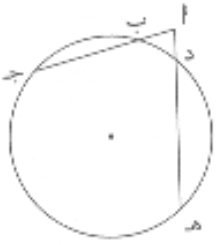
المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) في الشكل المقابل:

أ جـ = ٢٠، ب جـ = ١٥

أ هـ = ٢٥.

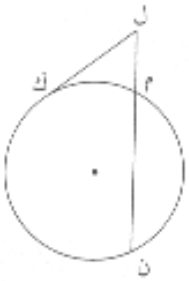
أوجد: د هـ.



(٢) في الشكل المقابل ل ك مماس الدائرة

ل ك = ٨ ؛ ل م = ٤.

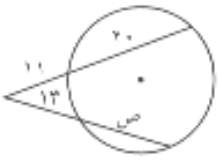
أوجد: م ن.



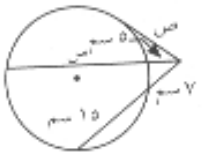
في التمارين (٣–٥)، أوجد قيمة كل متغير.

(٣)

(٤)

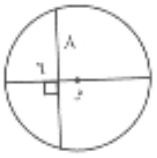


(٥)

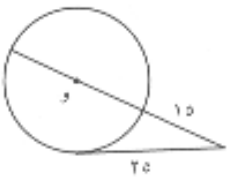


في التمرينين (٦–٧)، أوجد طول قطر كل دائرة.

(٦)

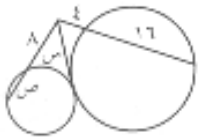


(٧)

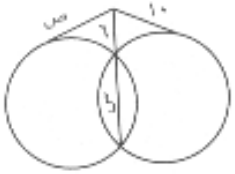


في التمرينين (٨–٩)، استخدم معطيات الشكل لإيجاد قيمة كل من س، ص.

(٨)

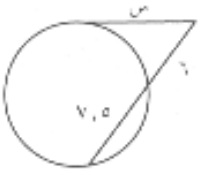


(٩)



(١٠) **تحليل الخطأ**: لإيجاد قيمة س كتب أحد الطلاب المعادلة التالية:

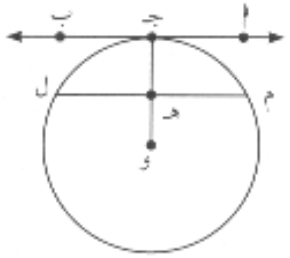
٥ , ٧ × ٦ = س^{٢}. فما الخطأ الذي وقع به؟



(١١) $\overleftrightarrow{ق ب}$ مماس للدائرة عند جـ

هـ منتصف الوتر $\overline{م ل}$.

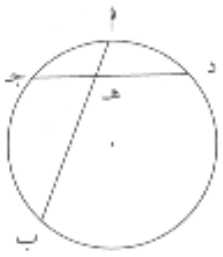
أثبت أن: $\overline{م ل} // \overleftrightarrow{أ ب}$.



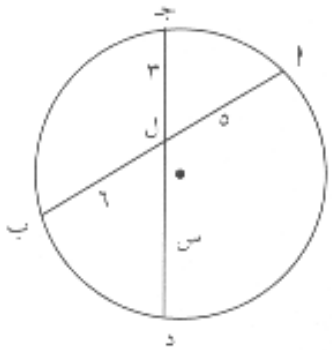
(١٢) في الشكل أدناه:

أهـ = ١٩، هـ د = ٤٠، هـ جـ = ٣٨

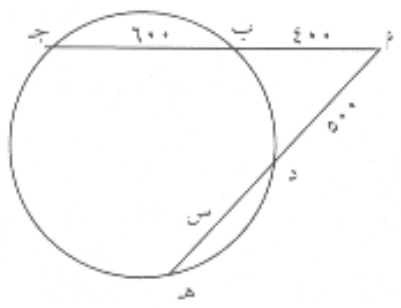
أوجد هـ ب.



(١٣) أوجد قيمة س.



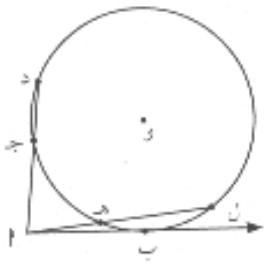
(١٤) أوجد قيمة س.



(١٥) في الشكل المقابل: $\overleftarrow{أب}$ مماس للدائرة

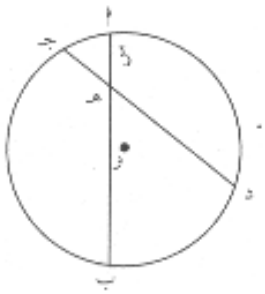
أجـ = ١٠، أهـ = ٨، هـ ل = ١٢.

(أ) أوجد جـ د.



(ب) أوجد أب.

(١٦) في الشكل المقابل أوجد قيمة س إذا كان: جـ هـ = ١٢، هـ د = ٤٠، هـ ب = ٤٨.



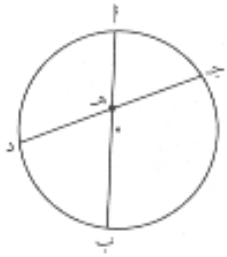
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) في الشكل أدناه:

هـ جـ = ٥ ، هـ أ = ٣ ،

هـ د = ٦.

أوجد هـ ب.



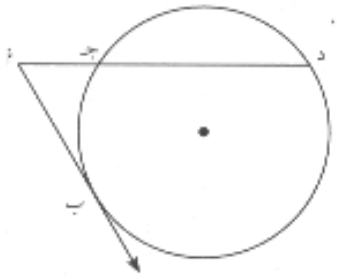
(٢) في الشكل أدناه:

$\overleftarrow{أب}$ مماس للدائرة

أب = ٦

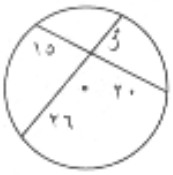
أجـ = ٣

أوجد أد، جـ د.

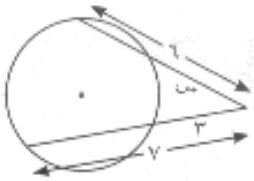


في التمارين (٣–٥)، أوجد قيمة كل من س، ص.

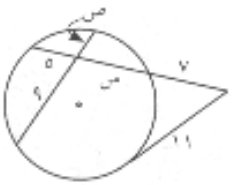
(٣)



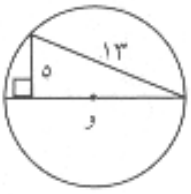
(٤)



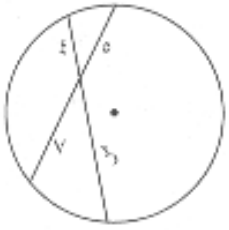
(٥)



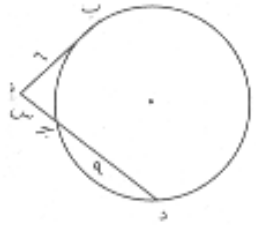
* (٦) أوجد طول قطر الدائرة، استخدم الشكل المقابل للإجابة.



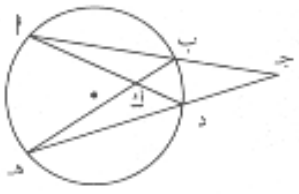
(٧) أوجد قيمة س.



(٨) أوجد قيمة س.

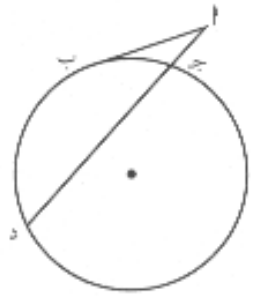


(٩) في الشكل المقابل، إذا كان أك = ١٤، هـ ك = ١٧، ب ك = ٧.
فأوجد د ك .



(١٠) في الشكل المقابل،

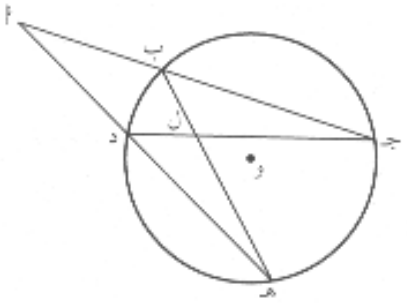
$\overline{أب}$ مماس للدائرة. أب = ١٢ ، جـ د = ٣٢. أوجد أجـ



(١١) في الشكل المقابل، $\overline{ب هـ}$، $\overline{دجـ}$ يتقاطعان في ل.

جـ ب ، هـ د يتقاطعان في أ.

أثبت أن:



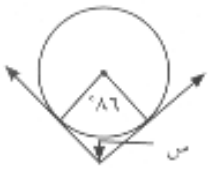
(أ) ل جـ = ل هـ، علمًا إن: ل د = ل ب.

(ب) ب جـ = د هـ علمًا إن: أب = أد

اختبار الوحدة السادسة

في التمرينين (١ – ٢)، لنفرض أن الخطوط التي تبدو مماسة هي مماس للدائرة، أوجد قيمة س.

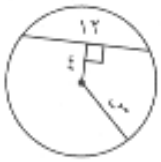
(١)



(٢)

في التمرينين (٣ – ٤)، أوجد قيمة س.

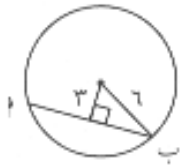
(٣)



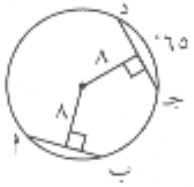
(٤)

في التمرينين (٥ – ٦)، أوجد قياس القوس $\overset{\frown}{أب}$.

(٥)



(٦)



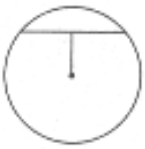
(٧) في الشكل المقابل، أوجد قيمة ز. _____

(٨) الكتابة: المعيّن المحاط بدائرة خارجة هو مربع. ____

(أ) صح

(ب) خطأ

(٩) وتر في دائرة طوله ٢ , ٤ سم ويبعد ٨ سم عن مركز الدائرة. فما طول نصف قطر الدائرة؟



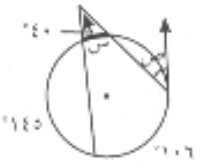
_____

في التمارين (١٠ – ١٥)، الخطوط التي تبدو مماسة هي مماس للدائرة. أوجد قيمتي س، ص في كل مما يلي:

(١٠)

_____

(١١)



_____

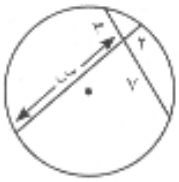
(١٢)

_____

(١٣)

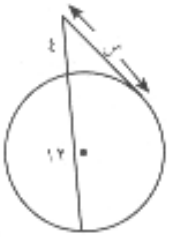
_____

(١٤)



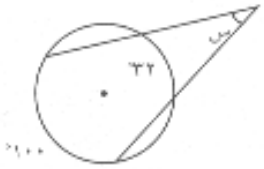
_____

(١٥)

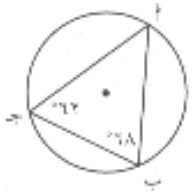


_____

(١٦) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.

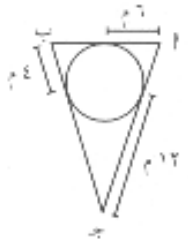


(١٧) في الشكل المقابل، أوجد قيمة $\overset{\frown}{ب جـ}$.

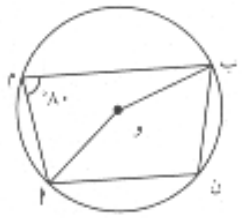


(١٨) في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.

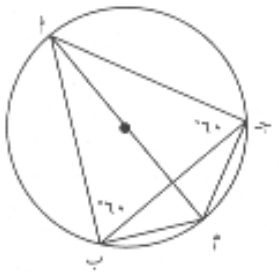
(١٩) أوجد محيط المثلث أ ب جـ.



(٢٠) أوجد ق(ن̂).



(٢١) في الشكل المقابل، Δ أ ب جـ متطابق الأضلاع. أوجد :



ق(أ م̂ ب).

ق(ب م̂ جـ).

ق(م جـ̂ ب).

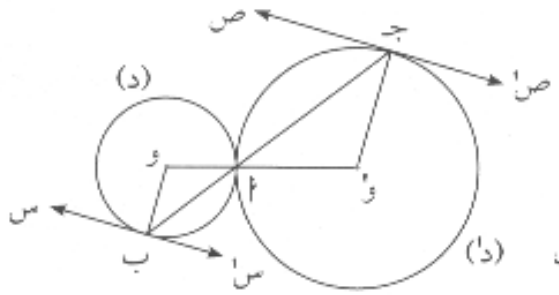
ق(أ م̂ جـ).

تمارين إثرائية

(١) (د) ، (د') دائرتان لهما أ نقطة مماس خارجية.

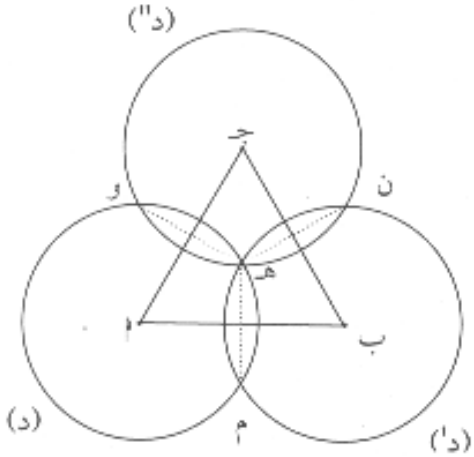
$\overleftrightarrow{ب جـ}$ قاطع يمر بالنقطة أ ويقطع الدائرة (د) بالنقطة ب ويقطع الدائرة (د') بالنقطة جـ.

أثبت أن المماس من النقطة ب للدائرة (د) موازٍ للمماس من النقطة جـ للدائرة (د').

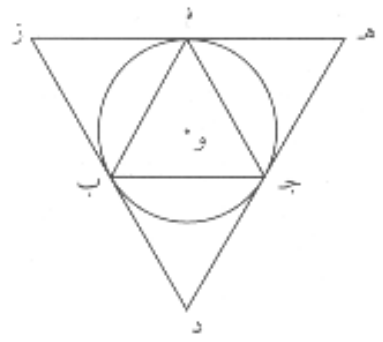


(٢)(د) ، (د') ، (د") ثلاث دوائر متطابقة ومراكزها على الترتيب أ ، ب، جـ. تتقاطع الدوائر الثلاث في النقطة المشتركة هـ .

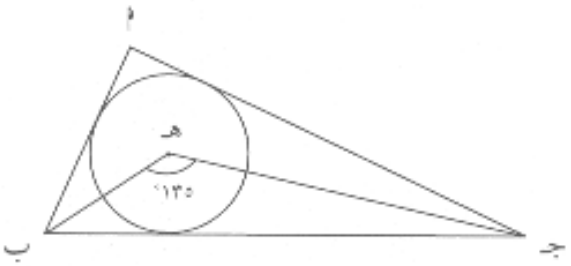
ماذا تمثل النقطة هـ بالنسبة إلى المثلث أ ب جـ؟ اشرح.



(٣) Δ أ ب جـ متطابق الأضلاع تحيط به دائرة. أثبت أن المماسات على الدائرة في النقاط أ ، ب، جـ تشكل مثلثًا متطابق الأضلاع.



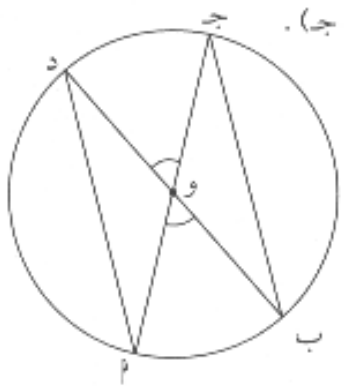
(٤) أ ب جـ مثلث. هـ مركز الدائرة المحاطة بالمثلث أ ب جـ (نقطة تقاطع منصفات الزوايا الداخلية في المثلث أ ب جـ).



ق(ب هـ̂ جـ) = ١٣٥°.

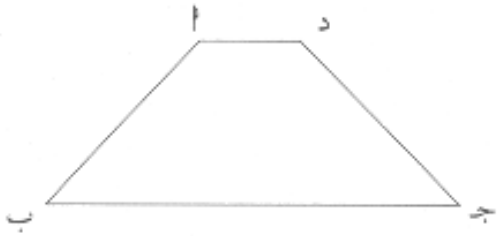
أثبت أن المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في أ .

(٥) أ، ب ، جـ ، د نقاط على الدائرة مركزها و، حيث ق(أ و̂ ب) = ق(د و̂ جـ) .



أثبت أن: $\overline{د أ} // \overline{جـ ب}$.

(٦) في الشكل المقابل أ ب جـ د شبه منحرف متطابق الضلعين.



أثبت أنه رباعي دائري:

تنظيم البيانات في مصفوفات
Organising Data in Matrices

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١–٢)، اذكر رتبة كل مصفوفة.

(١) $[٢ \quad \sqrt{٧} \quad \sqrt{٥}]$ _____

(٢) $\begin{bmatrix} ٤ & -٢ & ٢ \\ ١ & ٤ & ١ \\ ٠ & ٥ & -٧ \end{bmatrix}$ _____

حدّد ما إذا كان زوج المصفوفات متساويًا أم لا. علّل إجابتك.

(٣) $\begin{bmatrix} ٤ \\ -٦ \\ ٨ \end{bmatrix}$ ، $[\sqrt{٦٤} \quad -٦ \quad \sqrt{١٦}]$ _____

اذكر رتبة (أبعاد) المصفوفة، مع ذكر العنصر $أ_{٣٢}$.

(٤) $أ = \begin{bmatrix} ٤ & ٦ & ٥ \\ ٢ & -٣ & -٧ \\ ١ & ٠ & ٩ \end{bmatrix}$ _____

(٥) أي زوج من المقادير التالية يحقّق ما يلي: $[٢س \quad س - ص] = [أ \quad ب]$؟ _____

(أ) $س = أ_{٢٢}$، $ص = \frac{١}{٢}أ - ب$

(ب) $س = \frac{١}{٢}أ$، $ص = \frac{١}{٢}أ + ب$

(جـ) $س = \frac{١}{٢}أ$، $ص = \frac{١}{٢}أ - ب$

(د) $س = أ_{٢٢}$، $ص = \frac{١}{٢}أ + ب$

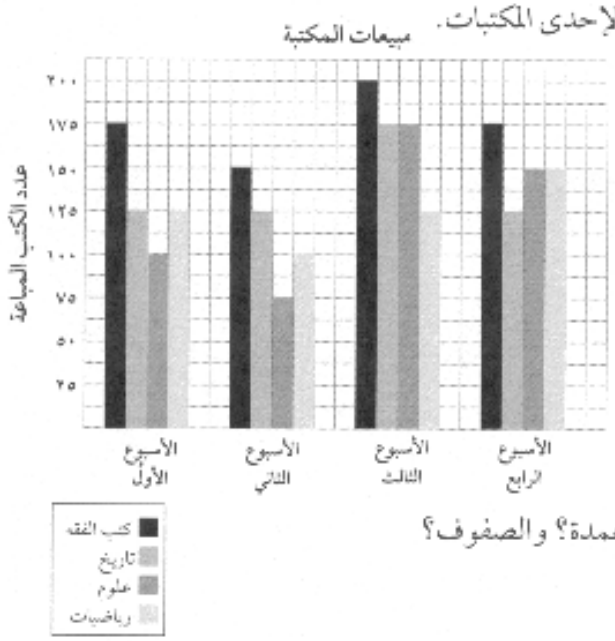
في التمرينين (٦–٧)، أوجد قيم كل من س، ص.

(٦) $\begin{bmatrix} س^{٢} & ٤ \\ -٢ & ص^{٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩ & ٤ \\ -٢ & ٥ص \end{bmatrix}$ _____

(٧) $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ٨ & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤س - ٦ & -١٠ص + ٥س \\ ٤س & -١٥ص + ٧,٥س \end{bmatrix}$ _____

(٨) يوضّح التمثيل البياني المبيعات في شهر أغسطس لإحدى المكتبات.

(أ) سجّل البيانات في جدول.



(ب) اعرض البيانات في مصفوفة. ماذا تمثّل الأعمدة؟ والصفوف؟

---

(٩) **تحليل الخطأ:** حدّد أحد الطلاب أن العنصر $أ_{٣،٢}$ ، في المصفوفة: $أ = \begin{bmatrix} ٣ & ٢,٥ & ٤,٥ \\ ١,٥ & ٥ & -٣ \\ ٤ & ٤,٥ & ١,٥ \end{bmatrix}$ هو -٣.
ما خطأ الطالب؟

---

(١٠) **السؤال المفتوح:** أوجد بعض البيانات التي يمكن أن تعرضها في صورة مصفوفة. ثم اكتب مصفوفة لها، وميّز الصفوف والأعمدة.

في التمارين (١١–١٤)، أوجد قيم المتغيرات بحيث تكون المصفوفتان متساويتان.

(١١) $\begin{bmatrix} ٢س - ٥ & ٣ \\ ٥ & ٢ص + ١٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ١٢ \\ ٤ص + ١٩ & ٥ \end{bmatrix}$

(١٢) $\begin{bmatrix} ٢س + ٤ & ص - ٥ \\ ل + ٦ & ٢ك - ٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ص - ٢ \\ ٤ & ٤ك + ١٥ \end{bmatrix}$

(١٣) $\begin{bmatrix} ٤ص+٢ & -٣ & ٤ل \\ -٤س & ٢ & ٣ \\ ٢ن-١ & -١٤ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١١ & ٢ك-١ & ٠ \\ -٨ & ٢ & ٣ \\ ٠ & ٣م-٢ & ١ \end{bmatrix}$

(١٤) $\begin{bmatrix} ٤س & ٢-ص & ٥ \\ -٣ & -١ & ٢ \\ ٠ & -١٠ & ١٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢س+٥ & ٤ص & ل \\ -٣ & م & ك-ل \\ ٠ & -٤س & ١٥ \end{bmatrix}$

(١٥) صنعت شركة لإنتاج الحاسوب جهازًا يحمل مخططًا لأربع دول تقع في قارة أفريقيا وهي:
جمهورية مصر العربية ومساحتها مليون كيلومتر مربّع، ليبيا: ١ ٨٠٠ ٠٠٠ كيلومتر مربّع،
الجزائر: ٢ ٤٠٠ ٠٠٠ كيلومتر مربّع، السودان: ٢ ٥٠٠ ٠٠٠ كيلومتر مربّع.
مثّل هذه البيانات في مصفوفة مميّزًا الصفوف والأعمدة واكتب رتبة المصفوفة.

(١٦) الكتابة: حدّد معلومات تحب أن تضيفها لعمل مصفوفة تحتوي على بيانات عددية ذات معنى.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١–٢)، اذكر رتبة كل مصفوفة مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٢ & ٠ & -٣ \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ١ \\ -٩ \\ ٥ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٣–٤)، حدّد ما إذا كان كل زوج من المصفوفات التالية متساويًا أم لا. علّل إجابتك.

(٣) $\begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix} \stackrel{?}{=} \begin{bmatrix} ٢(-١) & ٢(١-) \\ ٢(٢,٥) & ٢(٠) \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٤ & ٣ & ٢ \\ ٤- & ٣- & ٢- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢- & ٤ \\ ٤- & ٣- \end{bmatrix}$

في التمرينين (٥—٦)، اذكر رتبة (أبعاد) كلّ مصفوفة، مع ذكر قيمة العنصر الموضّح.

(٥) $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٠ & ٠ & ١ \\ ٠ & ٠ & ١ \\ ١ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$، $أ_{٢٣}$

(٦) $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٣- & ١ & ٤- \\ ٠ & ١- & ٢ \end{bmatrix}$، $ب_{٢١}$

في التمارين (٧—٩)، استخدم الجدول أدناه.

عدد التليفزيونات المستخدمة في إحدى الدول بالمليون

النوع/ السنة	١٩٨٠	١٩٨٢	١٩٨٤	١٩٨٧	١٩٩٠	١٩٩٣
ملون	٨٢	٨٥	٨٨	٩٣	٩٦	٩٨
أبيض وأسود	٥١	٤٧	٤٣	٣٦	٣١	٢٠

(٧) وضّح البيانات في صورة مصفوفة حيث الصفوف تمثل نوع التليفزيون، والأعمدة تمثّل السنوات. وأوجد $أ_{٢٣}$. ماذا يمثّل؟

(٨) اعرض البيانات في مصفوفة بصفوف تمثّل السنوات، وأعمدة تمثّل نوع التليفزيون. أوجد $أ_{١٢}$، ووضّح ماذا يمثّل.

(٩) اذكر أبعاد المصفوفات في التمرينين رقمي ٧ ، ٨.

(١٠) **الجغرافيا**: الجدول يوضّح المسافات بين بعض المدن بالكيلومتر.

(أ) أكمل الجدول. كيف يكون ذلك ممكنًا بالنسبة إليك؟

المدينة	الكويت	الرياض	أبوظبي	مسقط
الكويت	–	٥٣٧	١٤٨٤	٢٥٦٨
الرياض		–	٧٦٨	١٧٢٢
أبوظبي			–	٢٢٥٩
مسقط				–

(ب) اكتب مصفوفة مناظرة لهذه البيانات.

جمع المصفوفات وطرحها
Adding And Subtracting Matrices

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١–٢)، أوجد ناتج كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ & ٢ \\ ٣ & ٢ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٢ \\ ١ & ٢ & ١ \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ٣ & ٦- \\ ٢- & ٧ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣- & ٦ \\ ٢ & ٧- \end{bmatrix}$

في التمارين (٣–٦)، استخدم الحساب الذهني أو الورقة والقلم أو الآلة الحاسبة لإيجاد الناتج:

(٣) $\begin{bmatrix} ٥ & ١- \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ١ & ٣- \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٥- & ٣ & ٢ \\ ١- & ٢ & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٤ & ٦ & ٣ \\ ٠ & ١ & ١- \end{bmatrix}$

(٥) $\begin{bmatrix} ١ & ٤- & ٢- \\ ١٠ & ١١ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠ & ٩- & ٦ \\ ٧ & ٥ & ٨- \end{bmatrix}$

(٦) $\begin{bmatrix} ٥ & ٧ \\ ٢- & ٣ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٦ & ٣- \\ ٧ & ٥- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ٢ \\ ٧ & ٦ \end{bmatrix}$

في التمارين (٧–١٢)، اذكر ما إذا كان الجمع أو الطرح ممكنًا أو غير ممكن مع تفسير إجابتك:

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} & ٤ & ٥ \\ ٢ & \frac{٣}{٥} & ٨ & ٩ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٠,٣٣ & ٤ \\ ٧- & ٠,١٥ \end{bmatrix}$

$\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤٤ \\ ١ & ٠ \\ ١٤ & ٢٣,٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{د} = \begin{bmatrix} ٢- & ٤- & \frac{٧}{٨} & \frac{١١}{٢} \\ ٣ & ٢ & ١- & \frac{١٠}{١١}- \end{bmatrix}$

(٧) $\underline{أ} + \underline{د}$ _____

(٨) $\underline{د} - \underline{أ}$ _____

(٩) $\underline{جـ} + \underline{ب}$ _____

(١٠) $\underline{أ} + \underline{ب}$ _____

(١١) $\underline{جـ} - \underline{د}$ _____

(١٢) $\underline{ب} + \underline{جـ}$ _____

في التمارين (١٣–١٦)، أوجد $\underline{س}$ في كل مما يلي :

(١٣) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ١ \\ ٣ & ١ & ٢ \end{bmatrix} + \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ & ٨ \\ ٦- & ٠ & ٥ \end{bmatrix}$ _____

(١٤) $\underline{س} - \begin{bmatrix} ٤ & ١٢ \\ ٧٥ & ١- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٥٠ \\ ٥٠ & ١٠- \end{bmatrix}$ _____

(١٥) $-\underline{س} + \begin{bmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٠ & ٥ & ٩ \\ ١٢ & ٨ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥- & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٠ & ٢ \\ ٠ & ٥ & ٣- \end{bmatrix}$ _____

(١٦) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٤ & ٢٤- \end{bmatrix} - \underline{س} = \begin{bmatrix} ١٣ & ٢٤ & ٥ \\ ٦- & ١٧- & ١ \end{bmatrix}$ _____

(١٧) **تحليل البيانات**: استخدم المعلومات في الجدول أدناه:

(أ) ضع البيانات في مصفوفتين. وميّز كل مصفوفة.

الشباب المختار لممارسة الأنشطة في مركزين مختلفين

	عدد الذكور في المركز	عدد الإناث في المركز
الحاسوب	٥٣	٥٧
الأعمال اليدوية	٥٤	٥٨
رياضة بدنية	٣٩	٢٩
سباحة	٤١	٦٠

(ب) استخدم الفقرة (أ) لإيجاد عدد الشباب (الذكور والإناث) المشترك في كل نشاط بجمع المصفوفتين.

(جـ) أوجد عدد الذكور – عدد الإناث المشتركين في كل نشاط.

(١٨) **الكتابة**: بفرض أن $أ$، $ب$ مصفوفتان لهما الأبعاد نفسها. وضّح:

(أ) كيف يمكنك إيجاد: $أ + ب$، $أ - ب$.

(ب) كيف يمكنك إيجاد مصفوفة $؟$ بحيث $أ + ؟$ يعطي مصفوفة كل عناصرها تساوي صفرًا.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

الحساب الذهني: في التمارين (١–٤)، أوجد ناتج كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} ٢ & -٣ & ٤ \\ ٥ & ٦ & -٧ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ٥ & ٤ & ٣ \\ ١ & -٢ & ٦ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ١ & ١ \end{bmatrix}$

(٣) $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ٥ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & -٥ \\ ١ & -٢ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٠,٥ & ٩,٥ \\ -٣,٥ & ٥,٥ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠,٥ & ٩,٥ \\ -٣,٥ & ٥,٥ \end{bmatrix}$

(٥) **التصنيع:** يوضّح الجدول عدد كرات الشاطئ المنتجة في مصنعين ومستويات الإنتاج لفترة عمل واحدة. المصنع الأول يعمل فترتين كل يوم، والمصنع الثاني يعمل ثلاث فترات.

	المصنع الأول		المصنع الثاني	
	بلاستيك	مطاط	بلاستيك	مطاط
لون واحد	٥٠٠	٧٠٠	٤٠٠	١٢٠٠
ثلاثة ألوان	١٣٠٠	١٩٠٠	٦٠٠	١٦٠٠

(أ) اكتب مصفوفات لتمثل الإنتاج اليومي لكلّ مصنع.

(ب) استخدم النتائج من الفقرة أ. أوجد ناتج طرح المنتج الكلي في المصنع الثاني من المنتجع الكلي في المصنع الأول.

في التمارين (٦–٨)، استخدم الحساب الذهني أو الورقة والقلم لإيجاد ناتج كلّ مما يلي:

(٦) $\begin{bmatrix} -٤ & ٢ \\ ٩ & -٥ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢ & ٨ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix}$

(٧) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ & -٥ \\ ٦ & ١ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & -٢ & ٦ \\ -٥ & ٥ & -٦ \end{bmatrix}$

(٨)
$$\begin{bmatrix} ٢ & ٥- & ١٠ \\ ٩- & ١ & ٤ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٨ & ٧- & ٩ \\ ٤- & ٣- & ٦ \end{bmatrix}$$

(٩) يوضح الجدول التالي، ما يبيعه كل محل من العبوات المختلفة لنوعين من الشاي الأخضر و الشاي العادي: حيث يشير العدد (١) إلى أن المحل يبيع هذا المنتج، والعدد (٠) إلى أن المحل لا يبيع هذا المنتج.

	محل أ		محل ب		محل ج	
العبوة	شاي أخضر	شاي عادي	شاي أخضر	شاي عادي	شاي أخضر	شاي عادي
٥ جرامات	٠	٠	٠	٠	١	١
١٠ جرامات	١	١	٠	٠	١	١
٢٥ جرامًا	١	١	٠	٠	٠	٠
٥٠ جرامًا	١	٠	١	١	٠	٠

(أ) اكتب ثلاث مصفوفات من الرتبة ٤ × ٢ لتمثّل الأنواع المتوفّرة لكل منتج في كل محل.

(ب) اكتب مصفوفة من الرتبة ٤ × ٢ لتمثّل مجموع عدد المحلات التي تبيع كل منتج.

(١٠) **السؤال المفتوح:** صف موقفًا يتطلّب جمع أو طرح معلومات مخزّنة على صورة مصفوفات.

في التمارين (١١–١٣)، اختر الحساب الذهني أو الورقة والقلم أو الآلة الحاسبة لإيجاد ناتج كلّ مما يلي:

(١١)
$$\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٠ \\ ٣ & ٤- & ٥ \\ ٧ & ٠ & ٢- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٢- & ٠ & ٠ \\ ١ & ٤- & ٥ \\ ٧ & ٠ & ١٠- \end{bmatrix}$$

(١٢)
$$\begin{bmatrix} ٨ & ٠ & ٤ \\ ٥ & ٦- & ٧ \\ ٢- & ٢ & ١- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٩- & ١ & ٦ \\ ٥- & ٠ & ٩- \\ ٢ & ٢- & ٣ \end{bmatrix}$$

(١٣) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ٠ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٠ & ٠ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

في التمارين (١٤–١٧)، اذكر ما إذا كان الجمع أو الطرح ممكنًا أو غير ممكن:

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} & ٤ & ٥ \\ ٢ & \frac{٣}{٥} & ٨ & ٩ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٠,٣٣ & ٤ \\ ٧- & ٠,١٥ \end{bmatrix}$

$\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤٤ \\ ١ & ٠ \\ ١٤ & ٢٣,٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{د} = \begin{bmatrix} ٢- & ٤- & \frac{٧}{٨} & \frac{١١}{٢} \\ ٣ & ٢ & ١- & \frac{١٠}{١١} \end{bmatrix}$

(١٤) $\underline{ب} - \underline{جـ}$

(١٥) $\underline{د} + \underline{أ}$

(١٦) $\underline{أ} + \underline{ب} + \underline{جـ}$

(١٧) $\underline{أ} + (\underline{جـ} - \underline{د})$

في التمارين (١٨–٢١)، أوجد $\underline{س}$ في كل مما يلي:

(١٨) $\begin{bmatrix} ٦- & ٥ \\ ٠ & ١ \\ ٥ & ٨ \end{bmatrix} = \underline{س} + \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ١ & ٢ \\ ٤ & ٣- \end{bmatrix}$

(١٩) $\begin{bmatrix} ١٣- & ٣ & ١١ \\ ٨ & ٩- & ١٥ \end{bmatrix} = \underline{س} - \begin{bmatrix} ١- & ١ & ٢ \\ ١ & ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

(٢٠) $\underline{س} - \begin{bmatrix} ٧ & ١ \\ ٢- & ٣ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧ & ١ \\ ٢- & ٣ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

(٢١) $\underline{س} + \begin{bmatrix} ٥ & ١٢ \\ ٢٨ & ١٧ \\ ٢ & ٣- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٠ & ١٤ \\ ٠ & ٥- \\ ١٩- & ٣ \end{bmatrix}$

ضرب المصفوفات
Matrices Multiplication

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١ – ٤)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$

(٣) $\begin{bmatrix} -٣ & ٥ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -٣ \\ ٥ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ -١ & ٥- \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ -١ & ٠ \end{bmatrix}$

(٥) **الأعمال:** أعدّ منسق أزهار ثلاث باقات. وضع في الأولى ثلاث زهرات ياسمين وفي الثانية ثلاث زهرات ياسمين وأربع زهرات قرنفل؛ وفي الثالثة أربع زهرات فل وثلاث زهرات قرنفل.
يبلغ ثمن زهرة الياسمين الواحدة ٠,٢١٥ دينار وثمن زهرة القرنفل الواحدة ٠,٠٩٠ دينار وثمن زهرة الفل الواحدة ٠,١٣٠ دينار.

(أ) اكتب مصفوفة تمثل عدد كل نوع من الأزهار في كل باقة.

(ب) اكتب مصفوفة تمثل ثمن كل نوع من الأزهار.

(جـ) اكتب مصفوفة تمثل ثمن كل باقة.

في التمارين (٦–١٠)، حدّد ما إذا كان الضرب معرّفًا أم لا.

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٦ & ٩ \end{bmatrix}$ $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٣- & ٦ \\ ٢ & ٤- \end{bmatrix}$ $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٥- \\ ٦ \end{bmatrix}$ $\underline{د} = [٧ \quad ٠]$

(٦) $\underline{أ} \times \underline{ب}$ _____ (٧) $\underline{أ} \times \underline{جـ}$ _____ (٨) $\underline{جـ} \times \underline{ب}$ _____

(٩) $\underline{د} \times \underline{أ}$ _____ (١٠) $\underline{د} \times \underline{جـ}$ _____

في التمارين (١١–١٣)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١١) $٢ \begin{bmatrix} ٤ & ١- \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$ _____

(١٢) $٠,٥ \begin{bmatrix} ١٤ & ٣ \\ ٤- & ٧ \end{bmatrix}$ _____

(١٣) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ١- \\ ١- & ٠ \end{bmatrix}$ _____

(١٤) **الاختيار من متعدد:** تبيّن الأعمدة في المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٨ \\ ٠ & ١٢ \end{bmatrix}$ بالترتيب، عدد المماحي وعدد الأقلام المباعة. وتبيّن الصفوف بالترتيب الأعداد المباعة يومي الاثنين والثلاثاء. تبيّن المصفوفة $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٠,٥٠ \\ ٠,٢٥ \end{bmatrix}$، كلفة كل من الممحاة والقلم. ما الذي يبيّنه ناتج الضرب $\underline{أ}\underline{ب}$؟

(أ) ثمن كل المماحي المباعة يومي الاثنين والثلاثاء، وثمن الأقلام في هذين اليومين.

(ب) مجموع ثمن المماحي والأقلام يوم الاثنين ومجموع ثمنهما يوم الثلاثاء.

(جـ) مجموع ثمن الأقلام والمماحي.

(د) ثمن قلم واحد وممحاة واحدة.

(١٥) أوجد رتبة مصفوفة الضرب، ثم أوجد الناتج.

$$\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ١ & ١ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٥ & ٧ & ٢- \\ \frac{٤-}{٥} & ٣ & ٦ \\ ٠ & \frac{٢-}{٣} & ٤ \end{bmatrix}$$

في التمارين (١٦–١٩)، استخدم المصفوفات د، و، ف. نفذ العمليات المطلوبة إذا كانت معرّفة. وإذا كانت إحدى العمليات غير معرّفة فاكتب «غير معرّفة».

$$د = \begin{bmatrix} ١ & ٢ & ١- \\ ٠ & ٣ & ١ \\ ٢ & ١- & ٢- \end{bmatrix} \quad ، \quad و = \begin{bmatrix} ٢ & ٥- & ٠ \\ ١ & ٠ & ٢- \\ ٣ & ١ & ١ \end{bmatrix} \quad ، \quad ف = \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ١ & ٥- \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$$

(١٦) $د \times و$

(١٧) $(د \times و) \times ف$

(١٨) $د - ٢ \times و$

(١٩) $(٢ \times د)(٣ \times ف)$

(٢٠) تعرض شركة تبيع الخردوات في محلاتها الأسعار في مصفوفة من الرتبة ١ × ٣ ومبيعات المحال الثلاثة اليومية في مصفوفة من الرتبة ٣ × ٣.

	مطرقة	منبه ضوئي	قنديل
	٠,٣٠٠ دينار	٠,٥٠٠ دينار	٠,٧٠٠ دينار

	المحل أ	المحل ب	المحل ج
مطرقة	١٠	٩	٨
منبه ضوئي	٣	١٤	٦
قنديل	٢	٥	٧

(أ) أوجد ناتج ضرب المصفوفتين. اشرح ما الذي يمثله.

(ب) كيف يمكن إيجاد المبيع العام في المحال الثلاثة؟

(جـ) أوجد مبيع المنبهات الضوئية في المحال الثلاثة.

(٢١) **السؤال المفتوح**: اكتب مصفوفتين س، ص من الرتبة ٢ × ٢ ليست كل العناصر متساوية بحيث يكون س × ص = ص × س.

(٢٢) أوجد قيمة كل من س ، ص: $\begin{bmatrix} ٢س & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & -ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٤ & -٩ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٢٣–٢٤) استخدم المصفوفات أ، ب ، جـ د. حدّد ما إذا كان التعبيران في كل زوج مما يلي متساويين.

$أ = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ $ب = \begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$ $جـ = \begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$ $د = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

(٢٣) (أ + ب) × جـ ، أ × جـ + ب × جـ .

(٢٤) (أ + ب) × (جـ + د) ، (أ + ب) × جـ + (أ + ب) × د .

(٢٥) إذا كانت $م = \begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ١ & -٢ \end{bmatrix}$ ، $ن = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ -٢ & ٥ \end{bmatrix}$ ، فهل م × ن = ن × م؟ فسّر.

(٢٦) أي ضرب مما يلي غير معرّف؟

(أ) $\begin{bmatrix} -١ \\ ٢ \end{bmatrix}$ [-١ ٢]

(ب) $\begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ [-١ ٢]

(جـ) $\begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$

(د) [-١ ٢] $\begin{bmatrix} -١ \\ ٢ \end{bmatrix}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١ – ٤)، أوجد ناتج ضرب كلّ مما يلي:

(١) $\begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٤- & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٤- \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} ٣- & ٥ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٣- & ٠ \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix}$

(٣) $\begin{bmatrix} ٣- & ٥ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ٣- \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٠ & ٣- \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ٣- \\ ٥ & ٠ \end{bmatrix}$

في التمارين (٥ – ٩)، حدّد ما إذا كان الضرب معرّفًا أم لا مع تفسير إجابتك.

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٦ & ٩ \end{bmatrix}$ $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٣- & ٦ \\ ٢ & ٤- \end{bmatrix}$ $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٥- \\ ٦ \end{bmatrix}$ $\underline{د} = \begin{bmatrix} ٠ & ٧ \end{bmatrix}$

(٥) $\underline{ب} \times \underline{أ}$

(٦) $\underline{جـ} \times \underline{أ}$

(٧) $\underline{ب} \times \underline{جـ}$

(٨) $\underline{أ} \times \underline{د}$

(٩) $\underline{جـ} \times \underline{د}$

في التمرينين (١٠ – ١١)، أوجد ناتج الضرب.

(١٠) $-١ \begin{bmatrix} ٩ & ٧- & ٤- \\ ٨- & ٢- & ٣ \end{bmatrix}$

(١١) $\begin{bmatrix} ١- & ٠ \\ ٠ & ١- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١- & ٠ & ١ \\ ٠ & ١- & ١ \end{bmatrix}$

(١٢) أوجد رتبة مصفوفة ناتج الضرب، ثم أوجد ناتج الضرب.

$$\begin{bmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٢- \\ ٠ & ٠ & ٢ \\ ١- & ٠ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} أ & ٠ & ب & ٠ \\ ٠ & جـ & ٠ & د \\ و & ٠ & ٠ & ف \end{bmatrix}$$

في التمارين (١٣–١٦)، استخدم المصفوفات د، و، ن ثم نفذ العمليات المطلوبة إذا كانت معرّفة. وإذا كانت إحدى العمليات غير معرّفة فاكتب: غير معرّفة.

$$د = \begin{bmatrix} ١ & ٢ & ١- \\ ٠ & ٣ & ١ \\ ٢- & ١- & ٢ \end{bmatrix} \quad و = \begin{bmatrix} ٢ & ٥- & ٠ \\ ١ & ٠ & ٢- \\ ٣ & ١ & ١ \end{bmatrix} \quad ن = \begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ١ & ٥- \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$$

(١٣) $-٣ \times ن$

(١٤) $د \times (و \times ن)$

(١٥) $(و - د) \times ن$

(١٦) $(د \times د) \times و$

(١٧) **الكتابة في الرياضيات:** لنفرض أن المصفوفة أ هي من الرتبة ٢ × ٣ والمصفوفة ب من الرتبة ٣ × ٢. هل أ × ب، ب × أ متساويتان؟ اشرح تفكيرك.

(١٨) اكتب مصفوفة تمثل العائد اليومي للبطاقات المباعة مستخدمًا الجدولين التاليين:

	درجة ١	درجة ٢	درجة ٣
أسعار البطاقات بالدينار	٧	٦	٥

	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
عدد البطاقات المباعة درجة ١	١٥٠	١٣٠	١٦٠
عدد البطاقات المباعة درجة ٢	١٢٥	١٣٠	١٧٥
عدد البطاقات المباعة درجة ٣	٦٠	٥٢	٨٠

(١٩) حل المعادلة المصفوفية، ثم أوجد قيمة كل من س، ص. $\begin{bmatrix} ٢س & ١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٢س & -ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -٤ & -٩ \\ ٠ & ٦ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٢٠–٢١)، استخدم المصفوفات $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$، $\underline{جـ}$ $\underline{د}$، $\underline{هـ}$ لتبين صحة العبارة في كل منهما.

$\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ $\quad \underline{ب} = \begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٣ & -٢ \end{bmatrix}$ $\quad \underline{جـ} = \begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$

$\underline{د} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ $\quad \underline{هـ} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

(٢٠) $(\underline{أ} + \underline{ب}) \times \underline{هـ} = \underline{أ} \times \underline{هـ} + \underline{ب} \times \underline{هـ}$.

(٢١) $(\underline{أ} + \underline{ب})(\underline{جـ} + \underline{د}) = \underline{أ} \times \underline{جـ} + \underline{أ} \times \underline{د} + \underline{ب} \times \underline{جـ} + \underline{ب} \times \underline{د}$.

مصفوفات الوحدة والنظير الضربي (المعكوس)
Identity Matrices and Inverse Matrix

المجموعة ١: تمارين أساسية

في التمرينين (١-٢)، بين أن كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى.

(١) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} ٣ & ٢- \\ ٤- & ٣ \end{bmatrix}$

(٢) $\begin{bmatrix} \frac{١}{٥} & \frac{١}{١٠} \\ ٠ & \frac{١}{٤} \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix}$

في التمارين (٣-٧)، أوجد محدّد كل مصفوفة.

(٣) $\begin{bmatrix} ٧ & ٢ \\ ٠ & ٣- \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٦- & ٢- \end{bmatrix}$

(٥) $\begin{bmatrix} \frac{١}{٢} & \frac{٢}{٣} \\ \frac{٣}{٥} & \frac{١}{٤} \end{bmatrix}$

(٦) $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$

(٧) $\begin{bmatrix} ٤- & ٣ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

في التمارين (٨—١١)، أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة إن وجد، وإذا لم يوجد فاكتب «لا يوجد نظير ضربي» مع ذكر السبب.

(٨) $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

(٩) $\begin{bmatrix} ٤ & ٨ \\ ٣- & ٢- \end{bmatrix}$

(١٠) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$

(١١) $\begin{bmatrix} ٦ & ٨- \\ ٣- & ٤ \end{bmatrix}$

في التمرينين (١٢—١٣)، حلّ كل معادلة في س. وإذا كان من غير الممكن حلها، فاكتب السبب.

(١٢) $\begin{bmatrix} ١٢ & ٧ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$

(١٣) $\begin{bmatrix} ٠ & ٤- \\ ٠ & ١- \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٤ \end{bmatrix}$

* (١٤) **تحليل البيانات:** يجدد ٥ , ٩٩٪ من مشتركي اللّاقط التليفزيوني اشتراكهم للعام التالي بينما ٥ , ٠٪ منهم لا يجددون اشتراكهم. ٩٨٪ من غير المشتركين يبقون دون اشتراك بينما ٢٪ منهم يشتركون في اللاقط العام التالي.

(أ) اكتب مصفوفة تبيّن التغير في اشتراك اللاقط.

(ب) في عينة من ٣٠ ٠٠٠ شخص اشترك ٢٠ ٠٠٠ منهم باللاقط. توقّع عدد مشتركي اللاقط من هذه العينة العام القادم.

(جـ) استخدم النظير الضربي للمصفوفة في (أ) لإيجاد عدد مشتركي اللاقط في العام السابق.

_____

في التمارين (١٥–١٧)، أوجد قيمة كل محدد.

(١٥) $\begin{vmatrix} ٤ & ٥ \\ -٤ & ٤ \end{vmatrix}$ _____

(١٦) $\begin{vmatrix} -\frac{١}{٢} & ٢ \\ -٢ & ٨ \end{vmatrix}$ _____

(١٧) $\begin{vmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{vmatrix}$ _____

في التمرينين (١٨–١٩)، هل كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى؟ اشرح إجابتك.

(١٨) $\begin{bmatrix} ٢ & ٠,٥ \\ ٥ & ١ \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} -٢ & ١ \\ ١٠ & -٤ \end{bmatrix}$ _____

(١٩) $\begin{bmatrix} -٣ & ٤ \\ ٦ & -٨ \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} -١ & ٠ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$ _____

في التمارين (٢٠–٢٣)، حدّد ما إذا كان للمصفوفة نظير ضربي. في حال وجوده أوجد النظير الضربي للمصفوفة وفي حال عدم وجوده. اشرح السبب.

(٢٠) $\begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ _____

(٢١) $\begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ _____

(٢٢) $\begin{bmatrix} -٣ & ١١ \\ ٢ & -٧ \end{bmatrix}$ _____

(٢٣) $\begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٦ & ٠ \end{bmatrix}$ _____

(٢٤) أوجد المصفوفة س: $\begin{bmatrix} ٤ & ٧ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ س $+ \begin{bmatrix} ٢ & ٧ \\ -٣ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$

---

(٢٥) حل المعادلة: $-٢ \begin{bmatrix} -٢ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & -٣ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix} \times$ س $+ \begin{bmatrix} ٠ & -٣ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٩ & -٢٧ \\ ١٠ & -٢٤ \end{bmatrix}$

---

(٢٦) إذا كانت س $\in$ ح: أ $= \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ -٣ & -١ \end{bmatrix}$ ونظيرها الضربي: س $\begin{bmatrix} -١ & -٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$، فما قيمة س؟

المجموعة ب تمارين تعزيزية

بيّن أن كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى.

(١) $\begin{bmatrix} -٣ & ٧ \\ -٢ & ٥ \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} -٥ & ٧ \\ -٢ & ٣ \end{bmatrix}$

في التمارين (٢—٦)، أوجد محدّد كل مصفوفة.

(٢) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠,٥ \\ ١,٥ & ٢ \end{bmatrix}$

(٣) $\begin{bmatrix} -١ & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} -٢ & ٠ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix}$

(٥) $\begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$

(٦) $\begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٥ & ٤- \end{bmatrix}$

في التمارين (٧–١٠)، أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة إذا وجد، وإذا لم يوجد فاكتب «لا يوجد نظير ضربي».

(٧) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$

(٨) $\begin{bmatrix} ١,٥- & ٣ \\ ٢,٥ & ٠,٥- \end{bmatrix}$

(٩) $\begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

(١٠) $\begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}$

(١١) أوجد $\underline{س}$: $\begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ٤ & ٢- \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

في التمرينين (١٢–١٣)، أوجد قيمة كل محدد.

(١٢) $\begin{vmatrix} ٣- & ١٠ \\ ٦ & ٢٠ \end{vmatrix}$

(١٣) $\begin{vmatrix} ٦ & ٩ \\ ٣ & ٦ \end{vmatrix}$

(١٤) هل كل مصفوفة هي نظير ضربي للمصفوفة الأخرى؟ اشرح.

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٢,٥- \\ ١- & ١ \end{bmatrix}، \begin{bmatrix} ٢- & ٥- \\ ٢- & ٤- \end{bmatrix}$$

في التمارين (١٥–١٨)، حدّد ما إذا كان للمصفوفة نظير ضربي. في حال وجوده أوجد المصفوفة وفي حال عدم وجوده اشرح السبب.

(١٥) $\begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٠ & ٣ \end{bmatrix}$

(١٦) $\begin{bmatrix} ٧ & ٤ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix}$

(١٧) $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$

(١٨) $\begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

(١٩) أوجد $\underline{س}$: $\begin{bmatrix} ١ & ٩ \\ ٦- & ٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٧- & ٩- \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix} \times \underline{س} + \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٤ & ٣- \end{bmatrix}$

(٢٠) حل المعادلة: $\begin{bmatrix} ٠ & ٦- \\ ١ & ٢ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} \times \underline{س} - \begin{bmatrix} ٢ & ٢٦- \\ ٣ & ١٨- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢٥ \\ ٢ & ٢٤ \end{bmatrix}$

حل نظام من معادلتين خطيتين

Solving System of Two Linear Equations

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١-٢)، اكتب نظام المعادلات التالية على شكل معادلة مصفوفية محددًا مصفوفة المعاملات ومصفوفة المتغيرات ومصفوفة الثوابت.

(١) $\begin{cases} س + ص = ٥ \\ س - ٢ص = -٤ \end{cases}$

(٢) $\begin{cases} ٢س + ٥ص = ٠ \\ س + ص = ٢ \end{cases}$

في التمرينين (٣-٤)، اكتب المعادلات المصفوفية التالية على شكل نظام معادلات.

(٣) $\begin{bmatrix} ٣ & -١ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -١ \\ ٣ \end{bmatrix}$

(٤) $\begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ -١ & -٢ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ \\ -٢ \end{bmatrix}$

في التمارين (٥-٧)، استخدم النظير الضربي للمصفوفة لحل نظام معادلات.

(٥) $\begin{cases} س + ٣ص = ٥ \\ س + ٤ص = ٦ \end{cases}$

(٦) $\begin{cases} س - ٣ص = -١ \\ -٥س + ١٦ص = ٥ \end{cases}$

(٧) $\begin{cases} س + ٥ص = -٤ \\ س + ٦ص = -٥ \end{cases}$

في التمارين (٨–١١)، بيّن ما إذا كان لنظام معادلات حلًّا وحيدًا أم لا.

(٨) $\left.\begin{array}{l} ٢٠س + ٥ص = ٢٤٠ \\ ص + ٢٠س = ٠ \end{array}\right\}$

(٩) $\left.\begin{array}{l} ٣س + ٢ص = ١٠ \\ ٦س + ٤ص = ١٦ \end{array}\right\}$

(١٠) $\left.\begin{array}{l} ص = \frac{٢}{٣}س - ٣ \\ ص = -س + ٧ \end{array}\right\}$

(١١) $\left.\begin{array}{l} ٢٠س + ٥ص = ١٤٥ \\ ٣٠س - ٥ص = ١٢٥ \end{array}\right\}$

في التمارين (١٢–١٤)، استخدم قاعدة كرامر لحل نظام معادلات.

(١٢) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ص = ٤ \\ ٣س - ص = ٦ \end{array}\right\}$

(١٣) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ص = ٧ \\ -٢س + ٥ص = -١ \end{array}\right\}$

(١٤) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ٤ص = ١٠ \\ ٣س + ٥ص = ١٤ \end{array}\right\}$

(١٥) ينتج أحد المصانع أقلام رصاص ومماحي. يبلغ ثمن علبة تحتوي على ٥ مماحي وقلمي رصاص ١٥٠٠ فلس. ويبلغ ثمن علبة أخرى تحتوي على ٧ مماحي و٥ أقلام ٢٦٥٠ فلسًا.
أوجد ثمن الممحاة وثمن القلم مستخدمًا النظير الضربي للمصفوفة.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١–٢)، اكتب نظام المعادلات التالية على شكل معادلة مصفوفية، محددًا مصفوفة المعاملات ومصفوفة المتغيرات ومصفوفة الثوابت.

(١) $\left.\begin{array}{l} ص = ٣س - ٧ \\ ص = ٢ \end{array}\right\}$

(٢) $\left.\begin{array}{l} س + ٢ص = ١١ \\ ٢س + ٣ص = ١٨ \end{array}\right\}$

في التمارين (٣–٥)، استخدم النظير الضربي للمصفوفة لحل نظام المعادلات.

(٣) $\left.\begin{array}{l} ٣٠٠س - ص = ١٣٠ \\ ٢٠٠س + ص = ١٢٠ \end{array}\right\}$

(٤) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ٣ص = ١٢ \\ س + ٢ص = ٧ \end{array}\right\}$

(٥) $\left.\begin{array}{l} ٢س + ٣ص = ٥ \\ س + ٢ص = ٦ \end{array}\right\}$

في التمارين (٦–٨)، حلّ المعادلة المصفوفية إن أمكن:

(٦) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ \\ ١٠ \end{bmatrix}$

(٧) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣- \\ ٤- & ٦ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٢- \end{bmatrix}$

(٨) $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠ \\ ٢ \end{bmatrix}$

في التمارين (٩–١٢)، استخدم قاعدة كرامر لحل نظام معادلات.

(٩) $\left.\begin{array}{l} ٠,٥س + ١,٥ص = ٧ \\ ٢,٥س - ٣,٥ص = ٩- \end{array}\right\}$

(١٠) $\left.\begin{array}{l} ١,٢-س - ٠,٣ص = ١,٢ \\ ٠,٢-س + ٠,٨ص = ٤,٦ \end{array}\right\}$

(١١) $\left.\begin{array}{l} \frac{س}{٥} - \frac{٢ص}{٥} = ٤ \\ \frac{٢س}{٥} - \frac{٣ص}{٥} = ٥ \end{array}\right\}$

(١٢) $\left.\begin{array}{l} \frac{س}{٢} + \frac{ص}{٤} = ٤ \\ \frac{س}{٤} - \frac{٣ص}{٨} = ٢- \end{array}\right\}$

(١٣) يقوم أحد مصانع الدهانات بمزج الألوان مع بعضها بعضًا لإنتاج ألوان مميزة. إذا مزج جزئين من اللون الأحمر إلى ستة أجزاء من اللون الأصفر فيحصل على صفيحة كاملة من اللون البرتقالي شبيه بلون فاكهة اليقطين. وإذا مزج خمسة أجزاء من اللون الأصفر مع ٣ أجزاء من اللون الأحمر فيحصل على صفيحة كاملة من اللون الأحمر الداكن شبيه بلون الفلفل الأحمر. تباع صفيحة اللون البرتقالي بـ ٢٥ دينارًا وصفيحة اللون الأحمر الداكن بـ ٢٨ دينارًا، علمًا أن كل صفيحة تحتوي على ٨ أجزاء.

(أ) اكتب نظام معادلات يمثّل المسألة أعلاه.

(ب) حل النظام مستخدمًا قاعدة كرامر، استنتج سعر كلّ جزء من الدهان الأحمر وسعر كل جزء من الدهان الأصفر.

اختبار الوحدة السابعة

(١) يبيّن الجدول درجات الحرارة العظمى والصغرى المسجلة في ست مناطق.

المنطقة	الدرجة العظمى	الدرجة الصغرى
١	°٣٠	°٣٧−
٢	°٤٠	°٣٣−
٣	°٤٢	°١٤−
٤	°٣٧	°١−
٥	°٣٩	°٢٨−
٦	°٤٤	°٢−

(أ) اعرض البيانات في مصفوفة (في كل صف الدرجة العظمى والدرجة الصغرى لمنطقة). ما أبعاد هذه المصفوفة؟

(ب) حدّد $a_{٢٤}$.

في التمرينين (٢–٣)، أوجد الناتج.

(٢) $\begin{bmatrix} ٩ & ٢ \\ ٨ & ١- \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٧ & ٥- \\ ٦ & ٣ \end{bmatrix}$

(٣) $\begin{bmatrix} ١ & ١٣ & ١٦ \\ ٢٤ & ٣- & ١٩ \\ ٩ & ١٠ & ٢٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٢٢ & ٧ & ١٨- \\ ٥ & ١٥ & ١١ \\ ١٢ & ١٤ & ١٧- \end{bmatrix}$

في التمارين (٤—٧)، أوجد ناتج ضرب كل مما يأتي إن أمكن مع ذكر السبب وفي حالة عدم إمكانية الضرب اكتب "غير محدد".

(٤) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٠ & ٣ \\ ٤ & ٧ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٦ & ١ \end{bmatrix}$

(٥) $-٣ \begin{bmatrix} ١٠ & ٣ \\ ٤- & ٢١ \end{bmatrix}$

(٦) $\begin{bmatrix} ٩ & ١٥ & ٦ \\ ٨- & ٢ & ٧ \\ ٦٣ & ٨- & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ٤ & ٠ \\ ٥- & ٠ & ٨ \end{bmatrix}$

(٧) $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix}$

في التمرينين (٨—٩)، أوجد محدد كل مصفوفة.

(٨) $\begin{bmatrix} ٦- & ٧- \\ ٥ & ٨ \end{bmatrix}$

(٩) $\begin{bmatrix} ١ & ٥- \\ ٢- & ٩ \end{bmatrix}$

في التمرينين (١٠—١١)، أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة وإلّا فاكتب «لا يوجد».

(١٠) $\begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$

(١١) $\begin{bmatrix} ٧ & ٨ \\ ١٤- & ١٦- \end{bmatrix}$

في التمارين (١٢–١٧)، حل في س.

(١٢) $\begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ -١ & -١ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٣ \\ ٢ \end{bmatrix}$

(١٣) $\begin{bmatrix} ٢ & ٦ \\ ٤ & -١ \end{bmatrix} - \underline{س} = \begin{bmatrix} ١ & ٨ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$

(١٤) $\underline{س} + \begin{bmatrix} ٦ & ٣ & ١ \\ ١ & ٢ & -١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٨ \\ -١ & ٣ & ١٤ \end{bmatrix}$

(١٥) $\begin{bmatrix} -٢ & -٣ \\ ١ & ١ \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} -١ & ٨ \\ ٠ & ٦ \end{bmatrix}$

(١٦) $٤\underline{س} + ٣ \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ -٢ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٨ & ١٠ \\ -٢ & ٥ \end{bmatrix}$

(١٧) $٢\underline{س} = \frac{١}{٤} \begin{bmatrix} ٢ & -٦ \\ -٨ & ٨ \end{bmatrix}$

(١٨) حل النظام: $\begin{cases} ٢س - ص = ٢ \\ ٢س - ٢ص = ٤ \end{cases}$ مستخدمًا النظير الضربي.

(١٩) حل النظام: $\begin{cases} -٣س + ٥ص = -٤ \\ س - ٣ص = ٤ \end{cases}$ مستخدمًا طريقة كرامر.

(٢٠) اكتب مصفوفتين أ، ب كل منهما من الرتبة ٢ × ٢. أثبت أن ضرب المصفوفات هو غير إبدالي.

(٢١) هل كل مصفوفة مما يلي هي النظير الضربي للأخرى؟

$\begin{bmatrix} -١ & ٢ \\ ١ & -٣ \end{bmatrix}$، $\begin{bmatrix} -١ & -١ \\ -٢ & -٣ \end{bmatrix}$

(٢٢) اشتريت ١٠ قرنفلات و٥ أقحوانات بمبلغ ١٢,٥٠٠ دينارًا. وبعد ظهر اليوم نفسه اشتريت ٥ قرنفلات و٨ أقحوانات بمبلغ ١١,٧٥٠ دينارًا. فما سعر القرنفلة الواحدة والأقحوانة الواحدة باستخدام المصفوفات؟

تمارين إثرائية

(١) لنعتبر $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١- & ٠ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١- & ٣- \\ ٢ & ٥ \end{bmatrix}$

(أ) هل للمصفوفات: $\underline{أ}$، $\underline{ب}$، $\underline{أ} + \underline{ب}$ نظير ضربي؟

(ب) أوجد $\underline{أ}^{-١}$، $\underline{ب}^{-١}$، $(\underline{أ} + \underline{ب})^{-١}$.

(جـ) وضّح ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة:

إذا كانت $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$ مصفوفتان ذات نظير ضربي، $\underline{أ} + \underline{ب}$ هي مصفوفة ذات نظير ضربي فإن

$(\underline{أ} + \underline{ب})^{-١} = \underline{أ}^{-١} + \underline{ب}^{-١}$.

(د) أعطِ مثلًا عن مصفوفتين ذات نظير ضربي شرط ألا يكون لمصفوفة مجموعهما نظيرًا ضربيًّا.

(٢) لنعتبر $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٣ & ٤- \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ ٠ & ٢- \end{bmatrix}$

(أ) أوجد $\underline{أ} + \underline{ب}$، ثمّ $(\underline{أ} + \underline{ب})^{٢}$.

(ب) أوجد $\underline{أ}^{٢}$ ، $\underline{أ} \times \underline{ب}$ ، $\underline{ب}^{٢}$ ثمّ $\underline{أ}^{٢} + ٢\underline{أ} \times \underline{ب} + \underline{ب}^{٢}$. قارن بين إجابتيك في (ب)، (أ).

(جـ) طبّق الخطوتين (أ)، (ب) باستخدام ب = $\begin{bmatrix} ١ & -٥ \\ ١ & -٣ \end{bmatrix}$.

(٣) إذا طرحنا ثلاثة أمثال عمر ربيع من مثلي عمر جاد نحصل على ٥. أمّا إذا طرحنا ثلاثة أمثال عمر جاد من خمسة أمثال عمر ربيع نحصل على −٢.

(أ) مثّل المسألة أعلاه على شكل نظام معادلتين من متغيرين.

(ب) اكتب نظام معادلات على شكل معادلة مصفوفية: أ × س = ب،

حيث أ هي مصفوفة مربّعة من الرتبة ٢ × ٢، س = $\begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$، ب من الرتبة ٢ × ١.

(جـ) أوجد محدد المصفوفة أ. هل للمصفوفة أ نظير ضربي؟ إذا كان لها نظيرًا ضربيًّا فأوجد أ$^{-١}$.

(د) أوجد قيم س، ص باستخدام أ$^{-١}$.

(هـ) حل نظام معادلات مستخدمًا قاعدة كرامر.

(٤) لنأخذ المصفوفات التالية:

$$\underline{و} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix}، \quad \underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \\ ١ & ٠ & ٠ \end{bmatrix}$$

(أ) احسب $\underline{أ}^{٢}$، $\underline{أ}^{٣}$.

(ب) لكل عدد حقيقي س، نعتبر المصفوفة $\underline{م}(س)$، حيث إنّ:

$\underline{م}(س) = \underline{و} + س\underline{أ} + \frac{س}{٢} \times (\underline{أ}^{٢})$.

١. احسب: $\underline{م}(٠)$، $\underline{م}(٤)$.

٢. س ، ص عددان حقيقيان، احسب $\underline{م}(س) \times \underline{م}(ص)$.

٣. برهن أنّ: $\underline{م}(س) \times \underline{م}(ص) = \underline{م}(س + ص)$.

(جـ) تحقق من أنّ: $\underline{م}(س) = \begin{bmatrix} ١ & س & \frac{س^{٢}}{٢} \\ ٠ & ١ & س \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$

(٥) **التفكير الناقد:** لتكن $\underline{أ} = \begin{bmatrix} أ & جـ \\ ب & د \end{bmatrix}$. ما هي قيم العناصر أ، ب، جـ، د عندما يكون النظير الضربي للمصفوفة $\underline{أ}$ هو $\underline{أ}$ ؟ (**مساعدة:** هناك أكثر من إجابة صحيحة واحدة).

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

دائرة الوحدة في المستوى الإحداثي
The Unit Circle in the Coordinate Plane

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) أكمل الجدول أدناه.

القياس بالدرجات	القياس بالراديان
٤٥°	
	$\frac{\pi ٣}{٤}$
	$\pi -$
١٥٠° -	
٢٢٥° -	
	$\frac{\pi ٥}{٦}$

(٢) اذكر النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها ٣٠°، ثمّ أوجد كلًّا من: _____

(أ) جا٣٠° _____

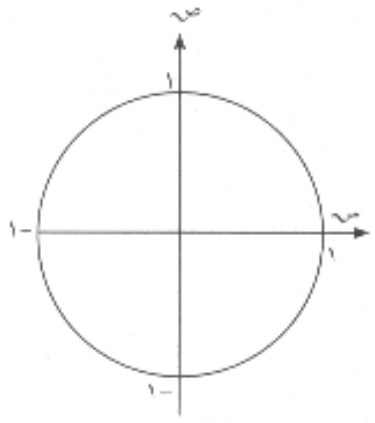
(ب) جتا٣٠° _____

(جـ) ظا٣٠° _____

(د) ظتا٣٠° _____

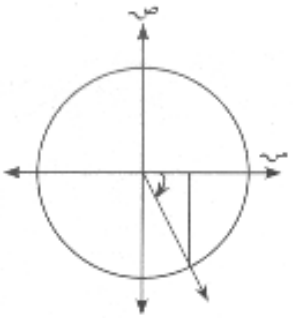
(هـ) قا٣٠° _____

(و) قتا٣٠° _____

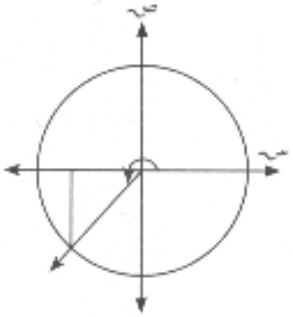


في التمرينين (٣-٤)، باستخدام دائرة الوحدة أوجد جيب تمام الزاوية وجيب الزاوية لكل من:

(٣) -٦٠°



(٤) ٢٢٥°



في التمارين (٥-٨)، استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد جيب تمام، جيب، ظل الزاوية على الترتيب لكلّ من الزوايا التالية. ثمّ قرّب الإجابات إلى أقرب جزء من مئة.

(٥) ٣٢°

(٦) -٤٥°

(٧) -٩٧°

(٨) ١٥٤°

في التمارين (٩-١١)، بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد جيب تمام، جيب، ظل الزاوية على الترتيب لكلّ من الزوايا التالية:

(٩) $\frac{\pi}{٤}$

(١٠) ٦٠°

(١١) ٠°

في التمارين (١٢-١٥)، في أيّ ربع أو على أيّ محور يقع الضلع النهائي لكلّ من الزوايا التالية:

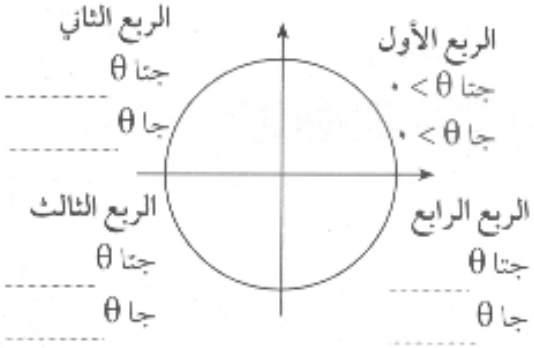
(١٢) ١٥٠°

(١٣) $-\pi$

(١٤) -٦٠°

(١٥) $\frac{٧\pi}{٦}$

(١٦) (أ) أكمل الفراغ في الرسم أدناه.



(ب) افترض أن جتاθ سالبة وجاθ موجبة. يقع الضلع النهائي للزاوية θ في : _____

(أ) الربع الأول (ب) الربع الثاني (جـ) الربع الثالث (د) الربع الرابع

(١٧) **الكتابة في الرياضيات:** فسِّر كيفية إيجاد جيب، جيب تمام الزوايا التالية: ٠°، ٩٠°، ١٨٠°، ٢٧٠°، ٣٦٠° بدون استخدام الآلة الحاسبة.

_____

_____

_____

_____

في التمارين (١٨ – ٢٥)، استخدم المنقلة وارسم كلًّا من الزوايا التالية على دائرة الوحدة، ثم عيّن زاوية الإسناد وأوجد قياسها.

(١٨) ٢١٠° _____ (١٩) $\frac{\pi ٢}{٣}$ _____

(٢٠) ١٧٠° _____ (٢١) $\frac{\pi ٧}{٣}$ _____

(٢٢) −١٣٥° _____ (٢٣) $-\frac{\pi ٧}{٦}$ _____

(٢٤) −٢٤٠° _____ (٢٥) $-\frac{\pi ١١}{٦}$ _____

(٢٦) الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها تختلف عن الزوايا الأخرى هي: _____

(أ) ١٩٠° (ب) ١٧٠°

(جـ) ٣٥٠° (د) ١١٠°

(٢٧) الزاوية التي في الوضع القياسي وضلعها النهائي يمر بالنقطة م$(\frac{\sqrt{٢٧}}{٢}، -\frac{\sqrt{٢٧}}{٢})$ التي تقع على دائرة الوحدة هي: _____

(أ) ٤٥° (ب) ٢٢٥°

(جـ) ٣١٥° (د) ٣٣٠°

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

في التمارين (١-٤)، إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

(١) جتا $(-٣٠٠^\circ) = \frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

(٢) جا $(١٢٠^\circ) = \frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

(٣) ظا $(-١٥٠^\circ) = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ (أ) (ب)

(٤) قا $(٣١٥^\circ) = \sqrt{٢}$ (أ) (ب)

(٥) الزاوية التي يقع ضلعها النهائي في الربع الرابع في ما يلي هي:

(أ) -٣٢٠° (ب) -٢٧٠°

(جـ) $\frac{\pi ٥}{٣}$ (د) $\frac{\pi ١٣}{٩}$

(٦) الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها يختلف عن الزوايا الأخرى هي:

(أ) $\frac{\pi ٧}{٤}$ (ب) ١٣٥°

(جـ) $\frac{\pi ٣}{٤}$ (د) ٢١٥°

(٧) الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها $\frac{\pi}{٣}$ هي:

(أ) $\frac{\pi ١١}{٦}$ (ب) ٢٥٥°

(جـ) $\frac{\pi ٧}{٨}$ (د) $\frac{\pi ٥}{٣}$

(٨) زاوية في الوضع القياسي قياسها يساوي −٢٢٥°.فإن النقطة التي يمكن أن تقع على الضلع النهائي لهذه الزاويةهي:

(أ) $\left(\frac{\sqrt{٢}}{٢}، \frac{-\sqrt{٢}}{٢}\right)$ (ب) $\left(\frac{-\sqrt{٢}}{٢}، \frac{\sqrt{٢}}{٢}\right)$

(جـ) $\left(\frac{-\sqrt{٢}}{٢}، \frac{-\sqrt{٢}}{٢}\right)$ (د) (−١، ١)

(٩) [جا(−١٣٥°)]^{٢} + [جتا(−١٣٥°)]^{٢} =

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) صفر

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

Relations Between Trigonometric Functions (1)

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) اكتب النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية θ.

(أ) جا(θ + π) _____

(ب) جتا(θ − π) _____

(جـ) جا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ _____

(د) جتا$\left(\theta - \frac{\pi}{٢}\right)$ _____

(٢) اكتب النسب المثلثية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية س.

(أ) ظا(١٨٠° − س) _____

(ب) جتا(١٨٠° + س) _____

(جـ) جا(− س) _____

(٣) استخدم ما تعلمته لكتابة النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية θ.

(أ) ظتا(θ + π) _____

(ب) قتا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ _____

(جـ) ظتا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ _____

(د) قا(− θ) _____

(٤) أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) جا١٥٠°

(ب) ظا(−٢٢٥°)

(جـ) جتا(−١٣٥°)

(٥) أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) جتا $\frac{\pi ٧}{٦}$

(ب) جا$\left(-\frac{\pi ٢}{٣}\right)$

(جـ) ظا $\frac{\pi ١١}{٦}$

(٦) أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) ظتا٣٩٠°

(ب) جا٣٩٠°

(جـ) قتا٤٥٠°

(د) قا $\frac{\pi ١٧}{٤}$

في التمارين (٧−١٠)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة **صحيحة** أو (ب) إذا كانت خاطئة.

(٧) إذا كانت جاθ = ٠,٢ فإن جا(π + θ) = ٠,٢ (أ) (ب)

(٨) إذا كانت جتاθ = $\frac{٢}{٣}$ فإن قاθ = $\frac{٣}{٢}$ (أ) (ب)

(٩) إذا كانت ظاθ = ٣ فإن ظتا(π + θ) = ٣ (أ) (ب)

(١٠) إذا كانت جاθ = $\frac{١}{٥}$ فإن قتا(π + θ) = −٥ (أ) (ب)

(١١) بسّط التعبيرات التالية لأبسط صورة:

(أ) جتا(π − θ) − جتا(−θ) + جا(π + θ) + جتا$\left(\theta - \frac{\pi}{٢}\right)$.

(ب) جا(π + θ) − جتا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ + جتا(θ − π) + جا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$.

(١٢) حلّ المعادلات التالية:

(أ) جتا س = $+\frac{١}{٢}$

(ب) ظتا س = $\sqrt{٣}$

(جـ) ٢ جا س = $+\sqrt{٢}$

(د) جا(٤س) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(هـ) جتا$\left(٢س + \frac{\pi}{٤}\right)$ = جتا$\left(س - \frac{\pi٣}{٤}\right)$

(و) جا$\left(\frac{\pi}{٦} - س\right)$ = جا$\left(٢س - \frac{\pi٢}{٣}\right)$

(ز) جتا$\left(\frac{\pi}{٨} + س\right)$ = ١

(حـ) ظا(٣π + ٢س) = ظتا(٢س)

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) النسبة المثلثية في ما يلي التي قيمتها $\frac{١}{٢}$ هي:

(أ) جا(−٣٣٠°) (ب) جتا(−٢٤٠°)

(جـ) ظتا(−١٥٠٠°) (د) ظا٧٦٥°

(٢) النسبة المثلثية في ما يلي التي قيمتها $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$:

(أ) جتا $\frac{\pi٣١}{٦}$ (ب) جا$\left(-\frac{\pi٣٥}{٣}\right)$

(جـ) ظا $\frac{\pi١٧}{٦}$ (د) قا $\frac{\pi١٣}{٣}$

(٣) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة

ظا٢٢٥° − ٣جا٣٠°١٢٣ + ٢جتا(−٩٦٠°) = $-\frac{٣}{٢}$ (أ) (ب)

قتا $\frac{\pi١٩}{٦}$ − ٢قا $\frac{\pi١٣}{٦}$ + جا$\left(-\frac{\pi٨}{٣}\right)$ − جتا$\left(\frac{\pi١٧}{٦}\right)$ = ٢ (أ) (ب)

ظتا $\frac{\pi١٩}{٤}$ − ٣ظا$\left(-\frac{\pi١١}{٤}\right)$ + جتا$\left(\frac{\pi٢٤}{٣}\right)$ − ٢جا$\left(\frac{\pi٤٥}{٦}\right)$ = ١ (أ) (ب)

قا(−٣١٥°) + ٢قتا٥٨٥° − ٢جتا٨٥٥° = $\sqrt{٢}$ (أ) (ب)

(٤) إن قيمة المقدار قا$(\theta - \pi ٢)$ − قتا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ + جتا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ + جاθ هي:

(أ) −١ (ب) صفر

(جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

(٥) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة.

إذا كان جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ فإن مجموعة الحل = $\varnothing$ (أ) (ب)

إذا كان جتا س = $\frac{١}{٢}$ فإن س = $\frac{\pi}{٣}$ (أ) (ب)

ذا كانت س = $\frac{\pi}{٦}$ فإن جا س = $\frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

مجموعة حل قا س = ٠,٣ هي $\varnothing$ (أ) (ب)

ظا $(\pi ١٥)$ = صفر (أ) (ب)

العلاقات بين الدوال المثلثية (٢)

Relations Between Trigonometric Functions (2)

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) إذا كانت جاθ = $\frac{١}{٥}$ ، ٠ < θ < $\frac{\pi}{٢}$. فأوجد قيمة النسب المثلثية الأخرى للزاوية θ.

(٢) إذا كانت ظاθ = $\sqrt{٧}$ ، جتاθ < ٠ . أوجد جاθ، جتاθ.

(٣) إذا كانت جتاθ = $\frac{١}{٣}$ ، جاθ < ٠ . أوجد جاθ، ظتاθ..

في التمارين (٤ - ٧)، أوجد قيمة كلًّا مما يلي:

(٤) (جاθ + جتاθ)^{٢} - ٢جاθ جتا θ.

(٥) (ظا^{٢} θ + ١)جتا^{٢} θ.

(٦) ١ + ظا^{٢} (-θ) - قا^{٢} θ.

(٧) ٩قا^{٢} θ - ٥ظا^{٢} θ - $\frac{٤}{\text{جتا}^{٢}\theta}$.

في التمارين (٨ - ١١)، أثبت صحة المتطابقات التالية:

(٨) ١ + ظتا^{٢} (-θ) = قتا^{٢} θ.

(٩) قا^{٤} θ - قا^{٢} θ = ظا^{٤} θ + ظا^{٢} θ.

(١٠) (١ - جتا^{٢} θ) (١ + ظتا^{٢} θ) = ١.

(١١) $٣جا^{٢}\theta + ٤جتا^{٢}\theta = ٣ + جتا^{٢}\theta$.

في التمارين (١٢ – ١٦)، حل المعادلات التالية حيث $\theta \in (٠، ٢\pi)$ حيث المقام $\neq ٠$:

* (١٢) $\frac{جا^{٢}\theta}{جتا\theta} = ظا\theta$

* (١٣) $\frac{جا^{٢}\theta}{جتا\theta} \times قا\theta = ظا\theta$

* (١٤) $\frac{قا\theta}{ظتا\theta} = - قتا\theta$

(١٥) $٢جتا^{٢}\theta + جتا\theta - ١ = ٠$ حيث $جتا\theta > ٠$

(١٦) $ظتا^{٢}\theta = ١$

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) إذا كانت $جتا\theta = -\frac{٥}{٧}$، θ تقع في الربع الثالث. فإن $جا\theta =$

(أ) $\frac{-٧}{٦\sqrt{٢}}$ (ب) $\frac{٦\sqrt{٢}}{٧}$

(جـ) $\frac{-٦\sqrt{٢}}{٧}$ (د) $\frac{٧}{٦\sqrt{٢}}$

(٢) إذا كانت $قا\theta = \frac{٣}{٢}$، θ تقع في الربع الرابع. فإن $ظا\theta =$

(أ) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

(جـ) $\frac{-٢}{\sqrt{٥}}$ (د) $\frac{-\sqrt{٥}}{٢}$

في التمارين (٣ - ٨)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة.

(٣) $\text{قتا}\theta \times \text{جتا}\theta - \text{ظتا}\theta = ٠$ (أ) (ب)

(٤) $\text{ظتا}^{٢}(-\theta) - \text{قتا}^{٢}\theta = -١$ (أ) (ب)

(٥) $(\text{قا}\theta + \text{ظا}\theta)(\text{قا}\theta - \text{ظا}\theta) = ١$ (أ) (ب)

(٦) $\text{جا}\theta\ \text{قتا}\theta - \text{جتا}^{٢}\theta - \text{جا}^{٢}\theta = ٠$ (أ) (ب)

(٧) $\dfrac{\text{جا}^{٢}\theta}{١ - \text{جتا}\theta} - \text{جتا}\theta = -١$ (أ) (ب)

(٨) $\text{ظا}\theta + \text{ظتا}\theta - \text{قا}\theta\ \text{قتا}\theta = ٠$ (أ) (ب)

في التمرينين (٩ - ١٠)، أثبت صحة المتطابقات التالية:

(٩) $\text{جا}\theta\ (\text{ظتا}\theta + \text{ظا}\theta) = \text{قا}\theta$

(١٠) $\dfrac{\text{جا}\theta}{\text{جا}\theta - \text{جتا}\theta} = \dfrac{١}{١ - \text{ظتا}\theta}$

اختبار الوحدة الثامنة

(١) في أيّ ربع أو على أيّ محور يقع الضلع النهائي لـ θ في الحالات التالية:

(أ) $\text{جا}\theta = \frac{١}{٣}$.

(ب) $\text{قا}\theta = -١$.

(جـ) $\text{ظا}\theta = -٣$.

(د) $\text{جتا}\theta = -\frac{٧}{٨}$.

(٢) إذا كان $\text{ظا}\theta = ٤$ فأوجد:

(أ) $\text{قا}^{٢}\theta$.

(ب) $\text{ظتا}\theta$.

(جـ) $\text{ظتا}\left(\theta - \frac{\pi}{٢}\right)$.

(د) $\text{قتا}^{٢}\theta$.

(٣) إذا كان $\text{جا}٣٨^{\circ} \simeq ٠,٦٢$، بدون استخدام الآلة الحاسبة بطريقة مباشرة أوجد قيمة كل من:

(أ) $\text{جتا}٣٨^{\circ}$.

(ب) $\text{جا}(-٥٢^{\circ})$.

(جـ) $\text{ظا}(١٤٢^{\circ}) - \text{جتا}(٢١٨^{\circ}) + \text{ظتا}(-٣٨^{\circ})$.

(٤) أوجد قيمة كل مما يلي:

(أ) $\text{قا}(-٦٠^{\circ}) + \text{ظا}(٦٠^{\circ}) - \text{ظتا}(٢١٠^{\circ}) + \text{قتا}(٣٠^{\circ})$.

(ب) $\text{جتا}\left(\frac{\pi ٣}{٢}\right) + ٢\,\text{جا}(-\pi) + \text{جتا}(-٨\pi) + \text{جا}\left(-\frac{\pi ٧}{٢}\right)$.

(٥) أثبت صحّة ما يلي:

(أ) $قا^{٢}\theta - ٢ظا^{٢}\theta + \frac{١}{جتا^{٢}(-\theta)} = .$

(ب) $جتا\theta + \frac{جا^{٢}\theta}{١ + جتا\theta} = .$

(٦) أثبت صحّة المتطابقات التالية:

(أ) $جتا^{٤}\theta - جا^{٤}\theta = جتا^{٢}\theta - جا^{٢}\theta$

(ب) $جتا\theta\,(ظا\theta + ظتا\theta) = قتا\theta$

(٧) أوجد مجموعة حل المعادلات المثلثية التالية:

(أ) $جتاس = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

(ب) $٢جاس - \sqrt{٣} = ٠$

(جـ) $ظاس = ١$

تمارين إثرائية

(١) **تفكير ناقد:** افترض أن θ زاوية في الوضع القياسي، حيث جتا$\theta = -\frac{١}{٢}$ ، جا$\theta = -\frac{\sqrt{٣}}{٢}$.
هل من الممكن أن تكون $\theta = ٦٠^\circ$ أو $\theta = -١٢٠^\circ$؟

(٢) أوجد قيمة كل مما يلي:

(أ) جا١٣٥° + جتا٢٢٥° − ٢ظا(-٢٢٥°) + ٣جا٣٣٠°.

(ب) ظتا٣٠° + ٢ظا١٢٠° − ٣ظا٢١٠° + ٣ظتا(-٣٣٠°).

(جـ) جتا$\frac{\pi ١٧}{٣}$ + جا$\left(-\frac{\pi ١٥}{٦}\right)$ + ٣جتا$\left(-\frac{\pi ٢٥}{٣}\right)$.

(د) ظا$\frac{\pi ٩}{٤}$ + ظتا$\frac{\pi ١٧}{٤}$ + قا$\left(-\frac{\pi ٥}{٤}\right)$ + قتا$\frac{\pi ١٩}{٤}$.

(٣) أوجد قيمة:

(أ) جا١° + جا٢° + جا٣° + ... + جا٣٥٨° + جا٣٥٩°.

(ب) جتا١° + جتا٢° + جتا٣° + ... + جتا٣٥٨° + جتا٣٥٩°.

(٤) أثبت صحة المتطابقة التالية:

$$\frac{\text{جا}\theta - ١}{\text{جتا}\theta} + \frac{\text{جتا}\theta}{\text{جا}\theta - ١} = ٢\text{قا}\theta$$

(٥) أوجد مجموعة حل المعادلة المثلثية التالية، ثمّ مثّلها على دائرة الوحدة، حيث $\theta \in [0, 2\pi)$.

$٢ جا^{٢} \theta = ٤ - ٧ جا \theta$.

في التمرينين (٦-٧)، أثبت صحة المتطابقات التالية:

(٦) $\frac{جا\theta + جتا\theta}{جتا\theta} - \frac{جا\theta - جتا\theta}{جا\theta} = قا\theta \, قتا\theta$

---

(٧) $\frac{جتا^{٢} \theta - جا^{٢} \theta}{١ - ظا^{٢} \theta} = جتا^{٢} \theta$

في التمرينين (٨-٩)، حل المعادلات المثلثية التالية:

(٨) $ظتا^{٢} س + ظتا س = ٠$

---

(٩) $قا^{٢} س = ٣ قا س - ٢$

المستوى الإحداثي
Coordinate Plane

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١ - ٤)، أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط التالية. قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

(١) (٧، -٣) (-٢، ٩) _____

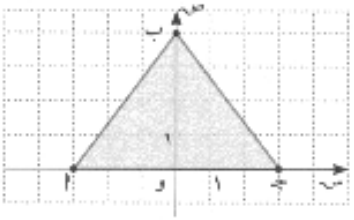
(٢) (-٢، ٧) (-٢، -٧) _____

(٣) (٠، ٠)(٦، -٨) _____

(٤) (-٤، -٤) (٤، ٤) _____

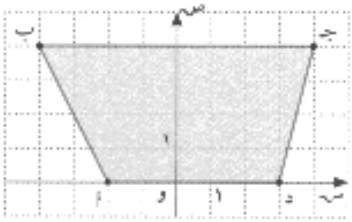
في التمرينين (٥ - ٦)، أوجد محيط كل شكل من الأشكال التالية. قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

(٥)



_____

(٦)



_____

في التمارين (٧- ١٠)، أوجد إحداثيي نقطة المنتصف لكل من القطع المستقيمة التالية، بمعلومية إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة.

(٧) أ(٢، ٥)، ب(٠، ٧) _____

(٨) س(-٣، ١٤)، ص(١، ١٠) _____

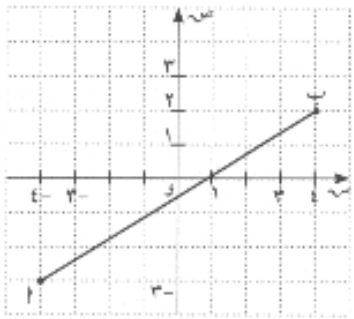
(٩) م(٤، ١)، ن(-٤، -١) _____

(١٠) ك(٥، ٣)، ل(-٩، ٣) _____

(١١) $\overline{أب}$ يمثل قطر دائرة، إحداثيا أ(-١، ٨) وإحداثيا ب(-٧، ٠)، أوجد إحداثيي مركز الدائرة.

_____

(١٢) أوجد طول $\overline{أب}$ مقرّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.



_____

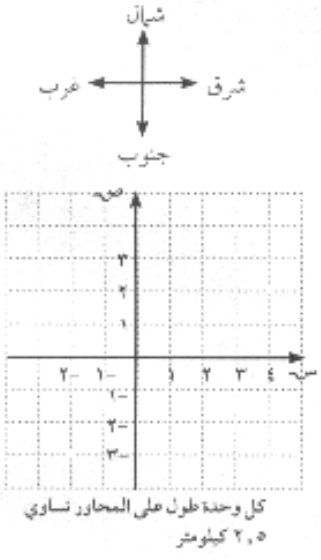
_____

في التمرينين (١٣- ١٤)، أوجد أطوال أضلاع كل من المثلثات التالية بمعلومية إحداثيات رؤوسها. قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

(١٣) أ(٢، ٢)، ب(٦، ٣)، جـ(٥، ٦)

(١٤) م(-١، -٥)، ن(٤، -٤)، ك(٢، -١)

(١٥) يقع منزل فيصل ٤ شرق ٢ شمال، ويقع نادي الرماية الذي ينتسب إليه فيصل ٢ غرب ٣ جنوب.



(أ) عيّن على المستوى الإحداثي موقع منزل فيصل وموقع نادي الرماية.

(ب) أوجد إحداثيي نقطة المنتصف بين النادي ومنزل فيصل.

(جـ) أوجد المسافة بين منزل فيصل والنادي.

(١٦) تفكير ناقد. إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف قطعة مستقيمة، فما هي الصفة التي سوف تتمتع بها إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة؟

(١٧) (أ) ما المسافة بين نقطة الأصل والنقطة (٣، ٤)؟

(ب) أوجد ثلاث نقاط أخرى تكون على المسافة نفسها من نقطة الأصل.

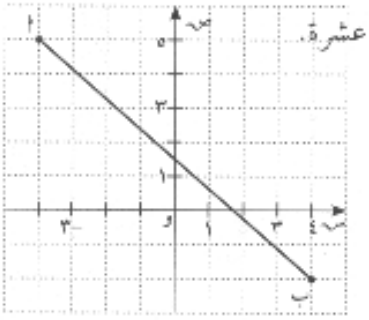
المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

في التمارين (١ - ٥)، اختر من القائمة الأولى ما يناسب في القائمة الثانية لتحصل على عبارة صحيحة.

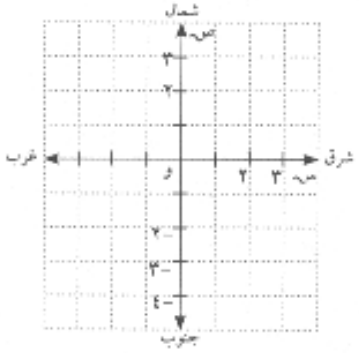
القائمة الأولى	القائمة الثانية
المسافة بين النقطتين بالوحدات الطولية	(أ) ٢
(١) (٣، ٠)، (٠، ٤) هي:	(ب) ٣
(٢) (-٢، ٠)، (-٢، ٤) هي:	(جـ) ٤
(٣) (٣، -٦)، (٥، -٦) هي:	(د) ٥

القائمة الأولى	القائمة الثانية
في نقطة المنتصف لـ $\overline{أب}$ حيث	(أ) $(٥، ٥\frac{١}{٢})$
(٤) أ(١٢، -٢)، ب(-٢، -٩) هي:	(ب) $(٥، -٥\frac{١}{٢})$
(٥) أ(١٢، ٠)، ب(٢، ١١) هي:	(جـ) $(٧، ٥\frac{١}{٢})$
	(د) $(٧، -٥\frac{١}{٢})$

(٦) في الشكل المقابل أوجد طول $\overline{أب}$ مقرّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.



(٧) (أ) حدد بيانيًا مواقع كل من فيصل وجاسم على شبكة إحداثيات باعتبار أن المحطة الفرعيّة هي نقطة الأصل و.



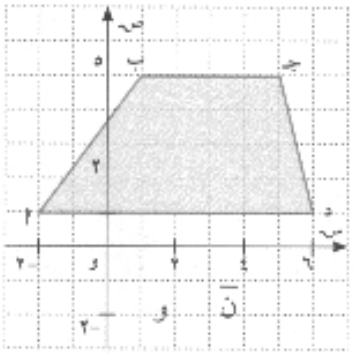
(ب) أوجد إحداثيي النقطة حيث سيلتقيان.

* (جـ) حدد مكان الالتقاء بالكيلومترات شمالًا أو جنوبًا، شرقًا أو غربًا بالنسبة إلى المحطة الفرعيّة.

* (٨) لتغطية أحد التجمعات الرياضيّة من الجو، حلقت طوافتان تابعتان لمحطتي تلفزة على الارتفاع نفسه. بحيث موقع الطوافة أ على بعد ٢٠ كم غرب التجمع وموقع الطوافة ب على بعد ١٥ كم جنوب التجمع و١٥ كم شرق التجمع. أوجد المسافة بين الطوافتين حيث نقطة التجمع تمثل نقطة الأصل.

(٩) **هندسة:** في الشكل المقابل، أ ب جـ د شبه منحرف.

(أ) أوجد إحداثيات نقاط المنتصف لكل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ د}$ بحيث تكون على الترتيب م، ن.



(ب) أوجد طول $\overline{م ن}$ وطول $\overline{ب جـ}$ وطول $\overline{أ د}$ ثم قارن بين طول $\overline{م ن}$ المتوسط الحسابي لطولي $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ د}$.

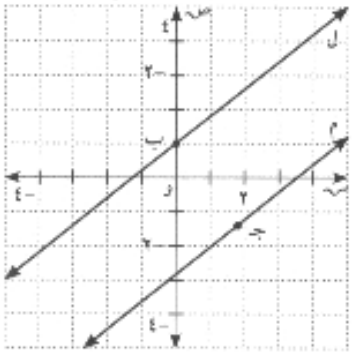
(١٠) $\overline{هـ د}$ قطر لدائرة بحيث إحداثيي هـ (س − ٣، ص + ٢) وإحداثيي و(س + ٣، ص − ٢). أوجد إحداثيي مركز الدائرة.

* (١١) استخدم الخطوات التالية لإيجاد المسافة بين الخطين المتوازين ل، م كما هو مبيّن في الرسم البياني المقابل.

(أ) معادلة الخط المستقيم ل هي: ص = $\frac{٣}{٤}$ س + ١؛

معادلة الخط المستقيم م هي: ص = $\frac{٣}{٤}$ س − $\frac{١١}{٤}$.

أوجد معادلة الخط المستقيم ن المتعامد مع الخط المستقيم ل في النقطة ب.



(ب) استخدم معادلتي الخطين المستقيمين م ، ن لإيجاد إحداثيي نقطة التقاطع جـ.

(جـ) أوجد المسافة بين ب ، جـ.

تقسيم قطعة مستقيمة

Dividing line Segment

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) أوجد إحداثيي النقطة ن التي تقسم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ إذا علم أن:

(أ) أ(-٧، ٥)، ب(٨، -٥) ونسبة التقسيم ١ : ٢.

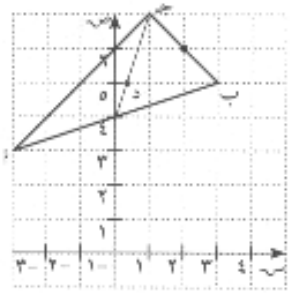
(ب) أ(٦، ٩)، ب(-٢، ١) ونسبة التقسيم ١ : ٣.

(٢) أوجد إحداثيي النقطة م التي تقسم $\overline{أب}$ من الخارج من جهة أ إذا علم أن:

(أ) أ(-٢، ٥)، ب(٤، ٢) ونسبة التقسيم ٢ : ٥.

(ب) أ(١، ٨)، ب(-٥، ٣) ونسبة التقسيم ١ : ٣.

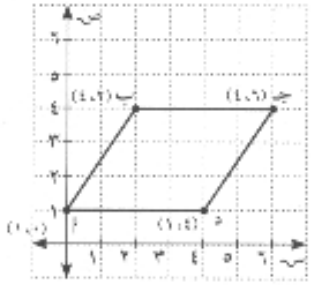
(٣) أ ب جـ مثلث فيه: أ(-٣، ٣)، ب (٣، ٥)، جـ (١، ٧) أوجد:



(أ) إحداثيات منتصفات أضلاع المثلث.

(ب) إحداثيا نقطة تقاطع متوسطاته.

(٤) أ، ب، جـ، د أربع نقاط على الشكل التالي: أ(٠، ١)، ب (٢، ٤)، جـ (٦، ٤)، د (٤، ١).



(أ) أثبت أنّ أ ب جـ د متوازي الأضلاع.

(ب) أوجد إحداثيي النقطة ن، حيث ن نقطة تقاطع القطرين في متوازي الأضلاع أ ب جـ د.

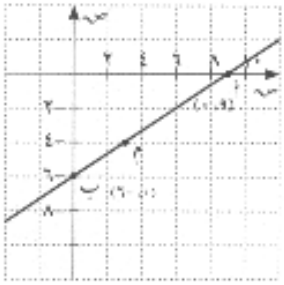
* (جـ) أوجد إحداثيات النقاط س ، ص، ع، ل. حيث س ، ص، ع، ل متوازي أضلاع له المركز نفسه «ن» وأطوال أضلاعه تساوي $\frac{١}{٢}$ أطوال أضلاع متوازي الأضلاع أ ب جـ د، حيث س، ص، ع، ل تنتمي لقطري متوازي الأضلاع أ ب جـ د.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

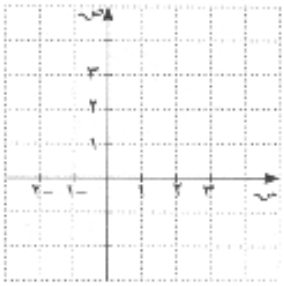
(١) أوجد إحداثيي النقطة ن التي تقسم $\overline{أب}$ من الخارج من جهة أ إذا علم أن:

(أ) أ(-٦، ٤)، ب(٣، -٢) ونسبة التقسيم ١ : ٢

(ب) أ(١٠، ١٥)، ب(٦، ١٠) ونسبة التقسيم ١ : ٥



(٢) المستقيم الموضح بالشكل يقطع محوري الإحداثيات في النقطتين أ، ب على الترتيب. أوجد إحداثيي م التي تقسم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ بنسبة ٢:١.



(٣) مستقيم $م_1$: ٢س + ص - ٣ = ٠، ومستقيم $م_2$: س - ص + ١ = ٠.

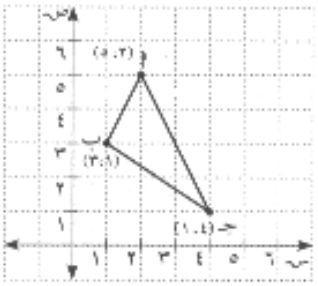
(أ) ارسم المستقيمين $م_1$، $م_2$.

(ب) أثبت أن أ(٢، -١) تقع على المستقيم $م_1$، ب(٢، ٣) تقع على المستقيم $م_2$.

(جـ) أوجد إحداثيات النقطتين أ'، ب' التي تقسم $\overline{نأ}$، $\overline{نب}$ على الترتيب من الداخل من جهة ن بنسبة ١ : ٢ حيث ن $\left(\frac{٢}{٣}، \frac{٥}{٣}\right)$ نقطة تلاقي المستقيمين $م_1$، $م_2$.

(٤) أ ب جـ مثلث فيه أ(٢، ٥)، ب(١، ٣)، جـ(٤، ١).

(أ) أوجد إحداثيي النقطة ن التي تقسم $\overline{أب}$ من الداخل من جهة أ بنسبة ١ : ٣.



(ب) أوجد إحداثيي النقطة م التي تقسم $\overline{أجـ}$ من الداخل من جهة أ بنسبة ١ : ٤.

(جـ) أوجد إحداثيي النقطة ك التي تقسم $\overline{بجـ}$ من الداخل من جهة ب بنسبة ١ : ٢.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

ميل الخط المستقيم
Slope of a Straight Line

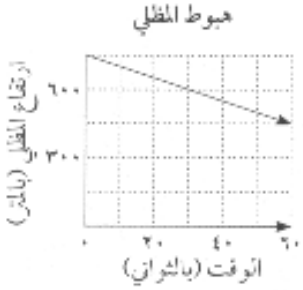
المجموعة أ تمارين أساسية

(١) إن نسبة التغير في الجدول أو الرسم أدناه ثابتة. أوجد نسبة التغير، وفسّر ماذا تعني كل نسبة تغير في كل حالة مما يلي:

(أ)

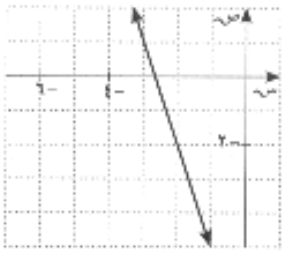
الوقت (ساعة)	درجة الحرارة (مئوية)
١	١٩-
٤	١٤-
٧	٩-
١٠	٤-
١٣	١

(ب)

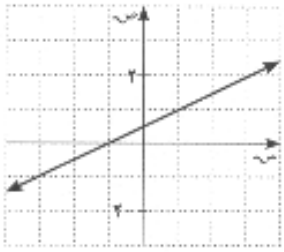


في التمرينين (٢- ٣)، أوجد ميل كل مستقيم مما يلي:

(٢)



(٣)



في التمرينين (٤- ٥)، أوجد ميل المستقيم المار بكل من أزواج النقاط التالية:

(٤) (٣، ٢)، (٥، ٦)

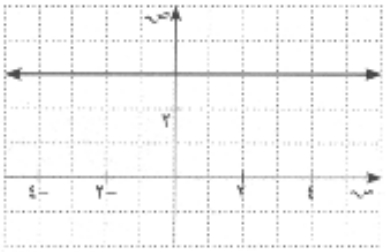
(٥) (٦، ٥)، (٢، ٣)

(٦) أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

(٧) أثبت أن المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° يوازي المستقيم: س = ص + ٧ .

في التمارين، (٨ – ١٠)، حدّد ما إذا كان ميل المستقيم يساوي صفرًا أم هو غير معرّف.

(٨)



(٩) (٣، ٤)، (–٣، ٤) _____

(١٠) (٤، ٣)، (٤، –٣) _____

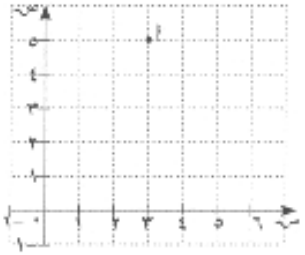
في التمرينين (١١ – ١٢)، أوجد نسبة التغير في كل حالة.

(١١) يبلغ طول الرضيع ٤٥ سم بعد شهر من الولادة و٦٩ سم عندما يبلغ شهره العاشر. _____

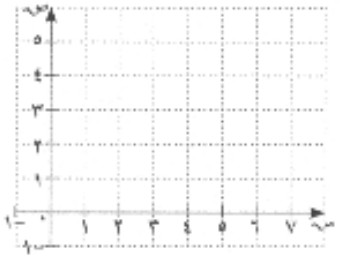
(١٢) بلغ ثمن ٤ تذاكر للسينما ١٠ دنانير و١٠ تذاكر ١٩ دينارًا. _____

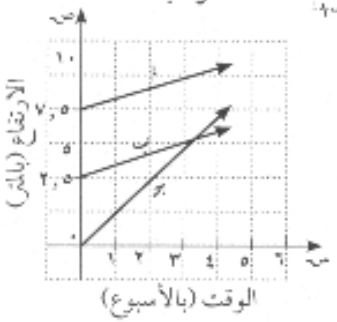
في التمرينين(١٣ – ١٤)، ارسم المستقيم المار بالنقطة المعطاة وميله المعطى كالتالي:

(١٣) أ(٣، ٥)، الميل = ٢



(١٤) ب(٥، ٢)، الميل = $\frac{-١}{٢}$





* (١٥) علوم: (أ) أي المستقيمات في الرسم المقابل له الميل الأكثر ارتفاعًا؟ _____

(ب) أي النباتات لها نسبة التغير الأكبر على مدى ستة أسابيع؟ وأيها لها نسبة التغير الأصغر؟ كيف تتأكد من ذلك؟

_____

(١٦) أوجد نقطتين تقعان على مستقيم ميله $\frac{٣}{٤}$. ويمر بنقطة الأصل.

_____

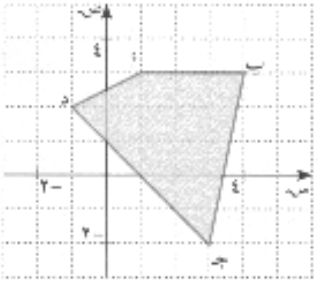
في التمارين (١٧ – ١٩)، أوجد قيمة كل من س، ص إذا كانت النقطتان على المستقيم مع المعطيات التالية:

(١٧) (س، ٣)، (٢، ٨)، الميل = $\frac{-٥}{٢}$. _____

(١٨) (-٤، ص)، (٢، ٤ص)، الميل = ٦. _____

(١٩) (٣، ٥)، (س، ٢)، الميل غير معرّف. _____

(٢٠) **هندسة:** أوجد ميل كل ضلع في الشكل المقابل.



_____

في التمارين (٢١ – ٢٤) ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة و (ب) إذا كانت العبارة خطأ.

(٢١) من الممكن أن يكون لمستقيمين مختلفين الميل نفسه. (أ) (ب)

(٢٢) إن ميل المستقيم الذي يمر بالربع الثالث ونقطة الأصل هو دائمًا سالب. (أ) (ب)

(٢٣) لا يمر المستقيم الذي ميله يساوي صفرًا بنقطة الأصل. (أ) (ب)

(٢٤) نقطتين لديهما الإحداثي السيني نفسه، تنتميان إلى المستقيم العمودي (الرأسي) نفسه. (أ) (ب)

(٢٥) **تحليل الخطأ:** وجد سالم أن ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (١، ٧)، (٣، ٩) يساوي: $\frac{١ - ٣}{٩ - ٧}$. ما هو خطأ سالم؟

_____

_____

(٢٦) أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (س، -ص)، (-س، -ص).

_____

في التمرينين (٢٧ – ٢٨)، حدِّد إن كانت مجموعة النقاط التالية تقع على استقامة واحدة.

(٢٧) أ(١، ٣)، ب(٤، ٢)، جـ(-٢، ٤).

_____

(٢٨) أ(-٢، ٣)، ب(٠، -١)، جـ(٢، ١).

---

(٢٩) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (-١، -١)، (-٤، ٥) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (٠، ١)، (٤، ٣).

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) (أ) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين أ(٤، -٣)، ب(١، -٥) مستخدمًا أ(س٢، ص٢)، ب (س١، ص١).

(ب) أوجد ميل المستقيم في (أ) مستخدمًا أ(س١، ص١)، ب(س٢، ص٢).

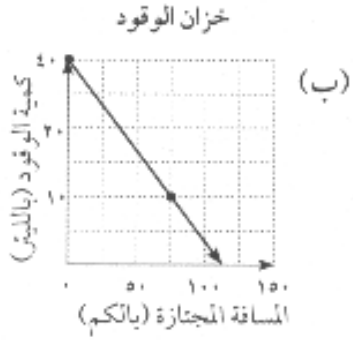
(جـ) ماذا تلاحظ؟

(٢) إذا كانت نسبة التغير في الجدول أو الرسم أدناه ثابتة. أوجد نسبة التغير وفسّر ماذا تعني كل نسبة تغير في كل حالة مما يلي:

(أ)

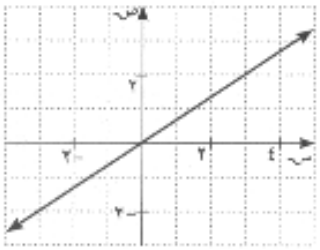
عدد الأشخاص	سعر الوجبة (بالدينار)
٢	٤
٣	٦
٤	٨
٥	١٠
٦	١٢

(ب)

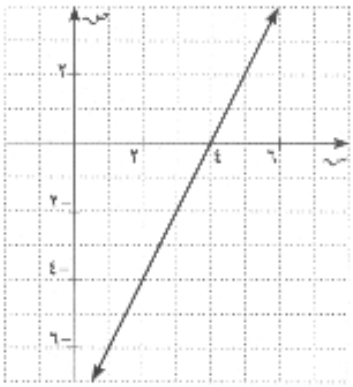


في التمرينين (٣-٤)، أوجد ميل كل مستقيم مما يلي:

(٣)



(٤)



في التمرينين (٥ - ٦)، أوجد ميل المستقيم المار بكل من أزواج النقاط التالية:

(٥) (-٤، ٤)، (٢، -٥)

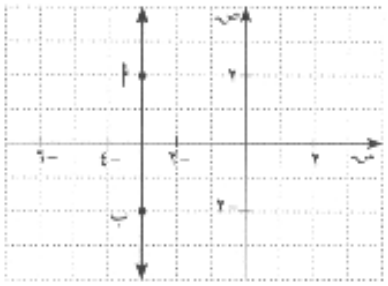
(٦) (-٢، ١)، (١، -٢)

(٧) أوجد ميل مستقيم موازٍ لمحور السينات.

(٨) أوجد ميل مستقيم يصنع مع محور الصادات زاوية قياسها ٤٥° ويمر بنقطة الأصل.

في التمارين (٩ - ١١)، حدِّد ما إذا كان ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ يساوي صفرًا أم هو غير معرّف.

(٩)



(١٠) أ(-٥، $\frac{١}{٢}$)، ب (-٥، ٣)

(١١) أ(-٥، ١)، ب (-٤، ١)

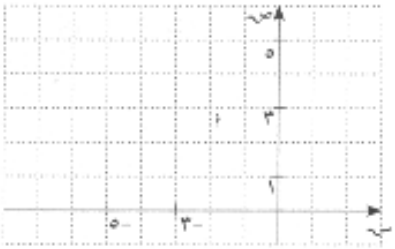
في التمرينين (١٢ - ١٣)، أوجد نسبة التغير في كل حالة.

(١٢) تقود السيارة مسافة ٥٠ كيلومترًا في الساعة و٢٠٠ كيلومتر في ٤ ساعات.

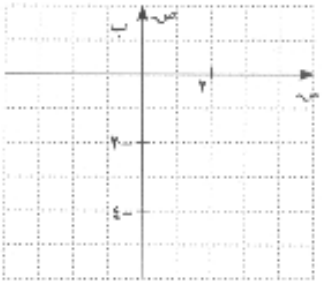
(١٣) تقرأ ٤ صفحات في ١٠ دقائق و٨ صفحات في ١٨ دقيقة.

في التمرينين (١٤ - ١٥)، ارسم المستقيم المار بالنقطة المعطاة وميله المعطى كالتالي:

(١٤) أ(-٢، ٣)، الميل = $\frac{٣}{٥}$



(١٥) ب(-١، ١)، الميل = $\frac{-٤}{٣}$



(١٦) أوجد نقطتين تقعان على مستقيم ميله $\frac{-١}{٢}$، ويمر بنقطة الأصل.

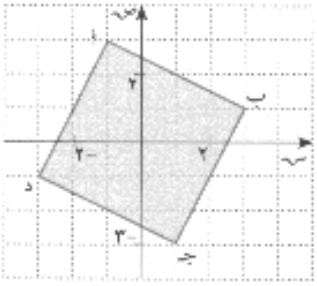
في التمارين (١٧ - ١٩)، أوجد قيمة س إذا مرت النقطتان بالمستقيم المعطى ميله.

(١٧) (٢، ٤)، (س، ٨)، الميل = -٢.

(١٨) (٢، ٤)، (س، ٨)، الميل = $\frac{-١}{٢}$.

(١٩) (٤، ٣)، (س، ٧)، الميل = ٢.

(٢٠) هندسة: في الشكل المقابل أوجد ميل كل ضلع.



ميل $\overline{أب}$ =	ميل $\overline{ب جـ}$ =
ميل $\overline{جـ د}$ =	ميل $\overline{أ د}$ =

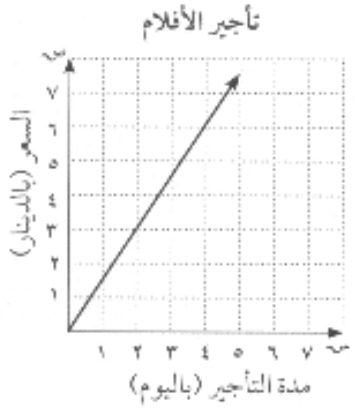
في التمارين (٢١ - ٢٣)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (ب) إذا كانت العبارة خطأ.

(٢١) إن نسبة التغير دائمًا موجبة أو تساوي صفر. (أ) (ب)

(٢٢) كل المستقيمات الأفقية لها الميل نفسه. (أ) (ب)

(٢٣) المستقيم الذي ميله يساوي ١ دائمًا يمر بنقطة الأصل. (أ) (ب)

(٢٤) يمثل الشكل المقابل رسم تأجير الأفلام نسبة إلى مدة التأجير.



(أ) قدّر ميل المستقيم. ماذا يمثل هذا العدد؟

(ب) قدّر المبلغ الذي سيدفعه الشخص لاستئجار فيلم مدة عشرة أيام.

(٢٥) أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (-س، ص)، (٣س، -ص)

في التمرينين (٢٦ - ٢٧)، هل النقاط المعطاة تقع على استقامة واحدة؟

(٢٦) أ(٤، ٢)، ب(-٣، ٢)، جـ(٢، ٥).

(٢٧) أ(١، -٢)، ب(-١، -٥)، جـ(٥، ٤).

* (٢٨) أوجد ميل المستقيم المتعامد مع المستقيم: ص = ٣س + ٧، هل هذا المستقيم متوازي مع المستقيم: س = -٣ص + ٢١؟

(٢٩) أوجد ميل مستقيم متعامد مع المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

معادلة الخط المستقيم

Equation of a Straight Line

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) أوجد معادلة الخط المستقيم إذا علم:

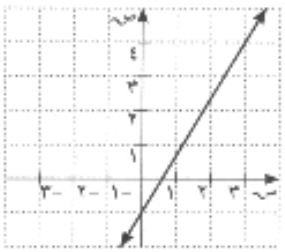
(أ) يمر بالنقطة (٥، ٢) وميله = ٣.

(ب) يمر بالنقطة (-٢، ٤) وميله = -٢.

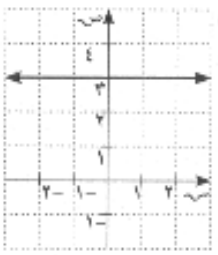
(جـ) يمر بالنقطة (١، -١) وميله = $\frac{٢}{٣}$.

(٢) أوجد الصورة العامة لمعادلة المستقيم في كل من الأشكال التالية:

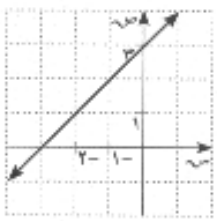
(أ)



(ب)



(جـ)



(٣) أوجد الصورة العامة لمعادلة المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين في كل من:

(أ) (٥، ٣)، (٤، ٧).

(ب) (٣، -٤)، (٧، ١).

(٤) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٧، -١) والعمودي على الخط المستقيم: ٣س + ٢ص - ١ = ٠.

(٥) أوجد معادلة المستقيم المتعامد مع المستقيم: ص = -٢س + ٤ ويمر بالنقطة (-٢، ٣).

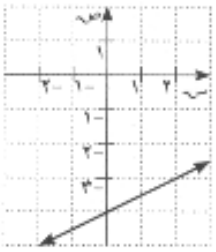
(٦) أوجد معادلة المستقيم المتوازي مع المستقيم: س = $-\frac{١}{٤}$ ص + ١٧ ويمر بنقطة الأصل.

(٧) أوجد معادلة الخط المستقيم العمودي على المستقيم: ٢س + ص + ١ = ٠ ويمر بالنقطة (-١،١).

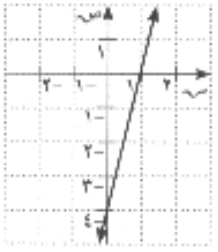
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) أوجد معادلة الخط المستقيم المرسوم في ما يلي:

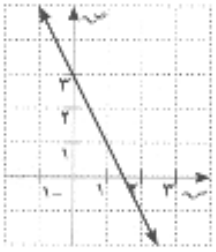
(أ)



(ب)

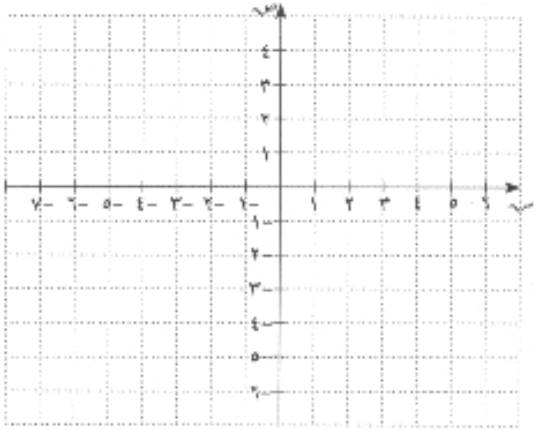


(جـ)

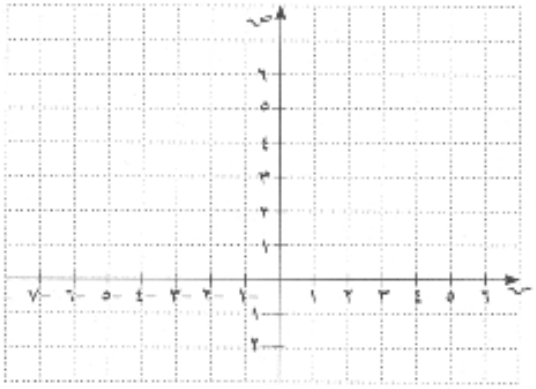


في التمارين (٢ - ٥)، أوجد معادلة كل مستقيم، ثمّ ارسمه:

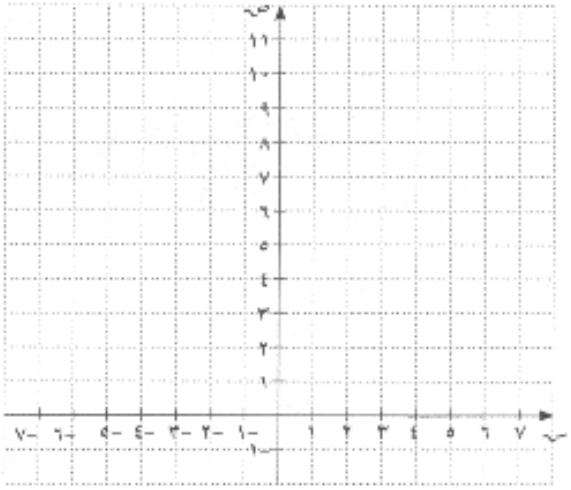
(٢) مستقيم يمر بالنقطة (-٢، ١) وموازي للمستقيم: ص = -٣س + ١.



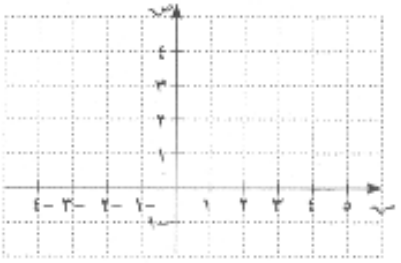
(٣) مستقيم يمر بالنقطة (-٣، -١) وعمودي على المستقيم: ص = $-\frac{٢}{٥}$س + ١.



(٤) مستقيم أفقي يمر بالنقطة (-٧، ١٠).



(٥) مستقيم رأسي يمر بالنقطة $\left(١، \frac{-٢}{٧}\right)$.



(٦) أوجد معادلة المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين: (٥، ٢)، (٠، -٣).

(٧) أوجد معادلة الخط المستقيم في كل مما يلي:

(أ) يمر بنقطة الأصل وميله ٧.

(ب) يمر بنقطة الأصل وبالنقطة (٣، -٤).

(جـ) يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات جزءًا طوله ٣ وحدات، ومن الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا طوله ٥ وحدات.

(٨) أوجد الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم المار بالنقطة أ(٥، ٧) والموازي للمستقيم المار بالنقطتين (٣، ٤)، (٢، ١).

البعد بين نقطة ومستقيم

Distance Between a point and a Straight line

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٤)، معادلة المستقيم ل: ٢س - ص + ٣ = ٠

بيّن ما إذا كانت النقطة تنتمي إلى المستقيم ل أم لا.

(١) م(-٢، -١) _____ (٢) ب(٠، -٢) _____

(٣) جـ(٤، ٠) _____ (٤) د(٢، -١) _____

(٥) أوجد البعد بين النقطة جـ(٢، ١) والمستقيم: ٣س - ص - ١ = ٠

_____

(٦) أوجد البعد بين نقطة الأصل والمستقيم: ٢ص = ٣س + ٤

_____

(٧) أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و(٢، -١) إذا كان المستقيم: ٣س - ٤ص + ٧ = ٠ مماس لها.

_____

(٨) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٢، -٣) على المستقيم: -٢س + ص - ٤ = ٠

_____

(٩) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (-٤، ٧) على المستقيم: ص = -٥س + ١

_____

(١٠) أوجد طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على المستقيم المار بالنقطتين (٧، ٣)، (-٥، ١)

_____

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٣)، معادلة المستقيم ل: ٣ص - س + ١ = ٠

بيّن ما إذا كانت النقطة تنتمي إلى المستقيم ل أم لا.

(١) (٣، ٣)

(٢) (٢، ٠)

(٣) (٤، ١)

(٤) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٤، ٥) على المستقيم: ٣س + ٤ص = ٠

(٥) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٨، ٠) على المستقيم: ٥س + ١٢ص = ٠

(٦) أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٢، ٧) على المستقيم المار بالنقطتين: (٣، ١)، (٥، ٣).

(٧) أوجد بعد النقطة (٤، ٤) عن المستقيم المار بنقطة الأصل وميله $\frac{٣}{٤}$.

(٨) أوجد أقصر مسافة من النقطة (٤، ٤) إلى المستقيم المار بالنقطتين (٢، ٠)، (٠، ٢).

معادلة الدائرة

Equation of a Circle

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) حدّد ما إذا كانت المعادلات التالية، معادلة دائرة أم لا.

(أ) $٣س^{٢} + ص^{٢} = ٤$

(ب) $(س - ١)^{٢} + (ص + ١)^{٢} + ٤ = ٠$

(جـ) $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س - ٢ص - ٨ = ٠$

(د) $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س + ٧ = ٠$

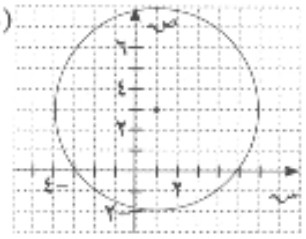
(٢) أوجد معادلة كل من الدوائر الآتية إذا علم:

(أ) المركز (٠، ٠) وطول نصف القطر = ٣.

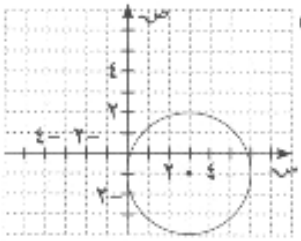
(ب) المركز (٤، ٥) وطول نصف القطر = ٢.

(٣) اكتب معادلة كل دائرة في كل من الأشكال التالية:

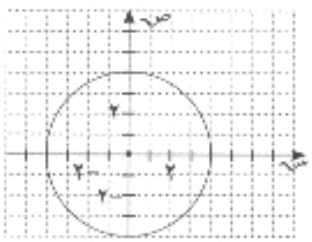
(أ)



(ب)

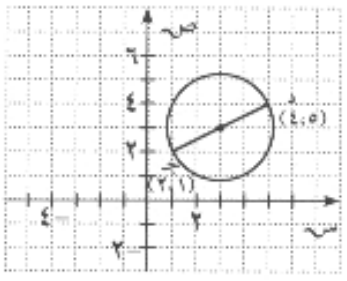


(جـ)

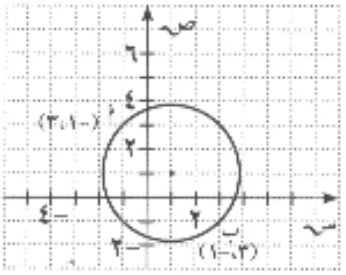


(٤) أوجد طول نصف قطر كل من الدوائر الآتية، وكذلك إحداثيي مركز كل دائرة:

(أ)



(ب)



(٥) محور السينات هو مماس للدائرة عند النقطة (-٣، ٠)، ومركز الدائرة هو (-٣، ٤). أوجد معادلة هذه الدائرة.

في التمرينين (٦ - ٨) ، أوجد مركز وطول نصف قطر كلّ من الدوائر ذات المعادلات التالية:

(٦) $س^{٢} + ص^{٢} - ٨س + ٢ص - ٨ = ٠$.

---

(٧) $س^{٢} + ص^{٢} - ١٦س - ١٧ = ٠$.

---

(٨) $٥ س^{٢} + ٥ ص^{٢} - ٢٠ص - ٣٠ = ٠$.

---

(٩) $د_{١}$ ، $د_{٢}$ دائرتان ومعادلتاهما كالتالي:

$د_{١}$: $س^{٢} + ص^{٢} = ١$

$د_{٢}$: $(س - ٢)^{٢} + ص^{٢} = ١$

هل الدائرتان متقاطعتان أم متماستان؟

---

(١٠) أوجد معادلة مماس دائرة، معادلتها: $(س - ٢)^{٢} + ص^{٢} = ٨$ عند النقطة أ (٠، ٢).

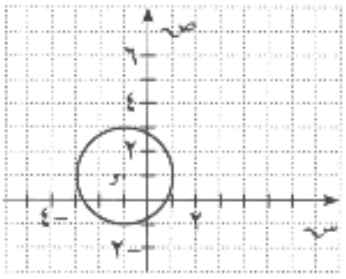
---

(١١) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣، ٢) وتمس محور الصادات عند نقطة (٠، ٣)

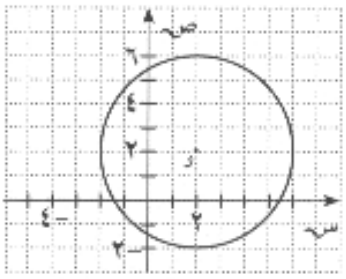
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) أوجد طول نصف قطر كل من الدوائر التالية:

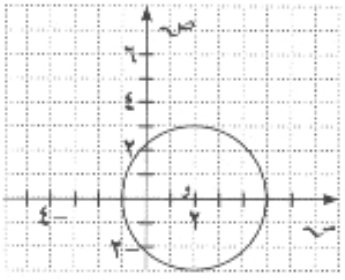
(أ)



(ب)



(جـ)



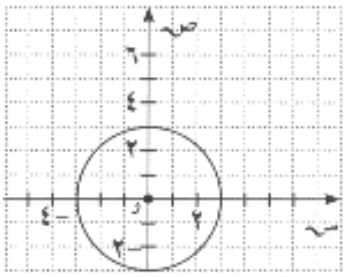
(٢) أوجد معادلة كل من الدوائر التالية إذا علم:

(أ) المركز (٠، ٣) وطول نصف القطر = ٧

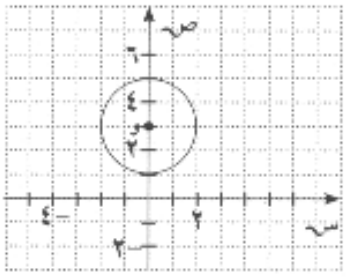
(ب) المركز (-٤، ٠) وطول نصف القطر = ٣

(٣) اكتب معادلة كل دائرة في كل من الأشكال التالية:

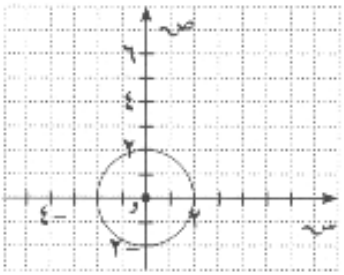
(أ)



(ب)



(جـ)



(٤) اكتب معادلة كل دائرة حيث:

(أ) المركز (٠، ٤) وتمرّ بالنقطة (٣، ٤).

(ب) المركز (٥، ١) وتمرّ بالنقطة (٦، ١).

في التمرينين (٥-٦)، أوجد مركز وطول نصف قطر كل من الدوائر التالية:

(٥) $٢س^{٢} + ٢ص^{٢} - ٤س - ٨ص = ٠$

(٦) $س^{٢} + ص^{٢} + ٢س - ٢ص - ١٦ = ٠$

(٧) أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها $(س - ١)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ١٠$ عند النقطة (٢، ١).

(٨) طول قطر الدائرة التي معادلتها $(س - ١)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٤$ هو:

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ١٦

في التمارين (٩-١١)، حدد وضع الدائرة هـ، بالنسبة إلى الدائرة هـ.

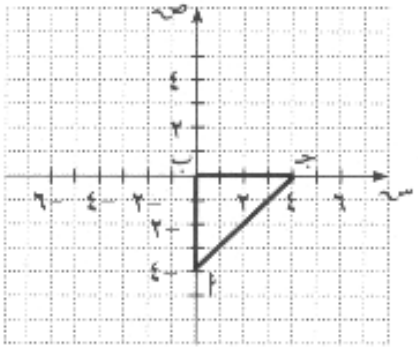
(٩) هـ: $(س - ٢)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ١$ هـ: $(س - ٤)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ١$

(١٠) هـ: $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س + ٤ص + ٤ = ٠$ هـ: $س^{٢} + ص^{٢} - ٨س - ٤ص + ١٦ = ٠$

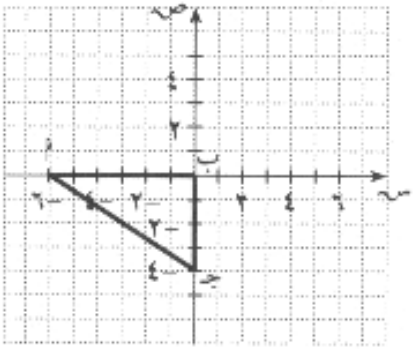
(١١) هـ: $س^{٢} + ص^{٢} - ٨س + ٢ص - ٨ = ٠$ هـ: $س^{٢} + ص^{٢} - ٥س - ٢ص + ١ = ٠$

(١٢) أوجد مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب جـ.

(أ)



(ب)



اختبار الوحدة التاسعة

(١) أوجد قيمة ص إذا كانت النقطة (١، ص) تبعد وحدة واحدة عن النقطة (٠، ١).

(٢) أوجد النقاط (١، ص) التي تبعد $\sqrt{17}$ وحدة عن النقطة (٠، ١).

(٣) إذا كان المستقيمان: ٤س − أ ص = ٦، حيث أ ثابت ، ٦س + ٣ص + ٢ = ٠ متعامدين. فما هي قيمة أ؟

(٤) يمر مستقيم بالنقطتين: (−٣، ٩)، (٤، ٤) ومستقيم آخر بالنقطتين: (٩، −١)، (٤، −٨). هل المستقيمان متوازيان أم متعامدان؟

(٥) إذا كان المستقيم ٢س − ٣ص = ١٠ مماس لدائرة مركزها (−٢، ٤) . أوجد معادلة هذه الدائرة.

(٦) أ ب جـ مثلث فيه أ (٢، ٣)، ب(٧، ٨)، جـ(−٢، ٥) . د يقسم $\overline{\text{ب جـ}}$ من الداخل من جهة ب بنسبة ١ : ٢.

(أ) أوجد إحداثيي د.

(ب) أوجد معادلة $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$.

(٧) لتكن معادلة $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هي: ٥س − ص + ٢ = ٠، اختر نقطة تقع على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ولتكن جـ (٠، ٢) . أوجد معادلة المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ويمر بالنقطة جـ.

(٨) أ ب جـ مثلث فيه أ (٤، ٣)، ب(٨، ٥)، $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ يوازي محور السينات، $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ يوازي محور الصادات .

(أ) أوجد إحداثيي النقطة جـ .

(ب) في السؤال (أ)، أثبت أن Δ أ ب جـ قائم الزاوية في جـ.

(٩) أ ب جـ مثلث، إحداثيات رؤوسه على الترتيب هي: (٨، ١١)، (١٢، ٥)، (٣، ٥)، ق منتصف $\overline{أب}$ ، ك منتصف $\overline{أجـ}$.

(أ) أوجد إحداثيات ق، ك.

(ب) أثبت أن $\overline{ق ك}$ // $\overline{ب جـ}$.

(جـ) أثبت أن ق ك = $\frac{١}{٢}$ ب جـ.

(د) أثبت أن $\overline{أب}$ ليس عموديًا على $\overline{ب جـ}$.

تمارين إثرائية

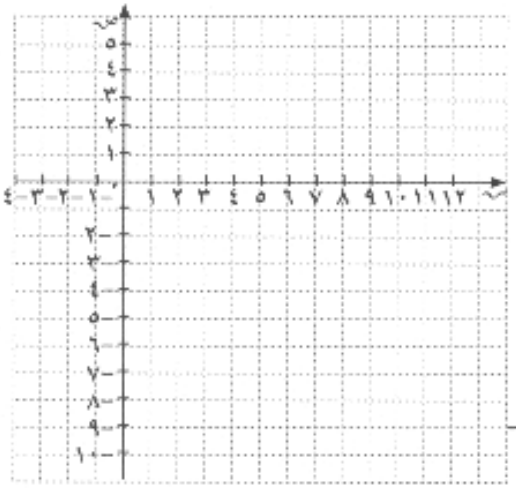
(١) لنأخذ النقاط و(٠، ٠)، أ(٣، ١)، ب(-٣، ٣) أوجد:

(أ) معادلة المنصف العمودي لـ $\overline{\text{و ب}}$ ، لـ $\overline{\text{أ ب}}$.

(ب) معادلة الدائرة التي تمرّ بالنقاط أ، و، ب.

(جـ) معادلة المماس على الدائرة في النقطة ب.

(٢) د دائرة معادلتها: $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س - ٢ص - ١٥ = ٠$، م مستقيم معادلته: $٤س + ٣ص = ٠$.



(أ) ارسم الدائرة والمستقيم على نظام إحداثيات مشترك.

(ب) ارسم المماسين $م_{١}$، $م_{٢}$ للدائرة د والمتوازيان مع المستقيم م.

(جـ) أوجد معادلة المستقيم $م_{٣}$ الذي يمرّ بمركز الدائرة د ومتعامد مع المستقيم م.

(د) أوجد إحداثيات نقاط التقاطع أ، ب للدائرة د والمستقيم $م_{٣}$.

(هـ) أوجد معادلتي المماسين $م_{١}$، $م_{٢}$.

(٣) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وتمس المستقيم: $٣س - ٤ص + ١٦ = ٠$.

(٤) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (−١، ٣) وتمس المستقيم: ٣س − ٦ص + ١٠ = ٠.

(٥) أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٢، ٠) وتمس المستقيم الذي معادلته ص = $-\frac{٣}{٤}$ س + $\frac{١١}{٤}$.

(٦) أوجد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين: س = ٢، ص = −١ و طول نصف قطرها وحدتان.

(٧) أثبت أن المستقيمين أ س + ب ص + جـ = ٠، أ د س + ب د ص + جـ = ٠ متوازيان، حيث (د ≠ ٠).

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تحليل البيانات
Data Analysis

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) البيانات التالية هي درجات أحد الطلاب في ٦ اختبارات رياضيات، حيث النهاية العظمى ١٠٠ درجة:

٨٥، ٩٠، ٧٣، ٦٧، ٨٩، ٧٦. أوجد المتوسط الحسابي لهذه الدرجات.

(٢) البيانات في الجدول أدناه هي درجات ٢٥ طالبًا في نهاية العام الدراسي لمادة الرياضيات، حيث النهاية العظمى ١٠٠ درجة.

الدرجة	٨٥	٨٣	٩٠	٧٦	٧٨
التكرار	٤	٥	٢	٦	٨

أوجد المتوسط الحسابي لهذه الدرجات.

(٣) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لمعدل نبضات القلب عند ٣٣ طالبًا من الصف العاشر أثناء وقت الاستراحة.

معدل نبضات القلب	٦١	٦٣	٦٨	٧٠	٧٢	٧٥	٧٧	٨١	٨٥	٨٧	٨٩
التكرار	٢	٣	٤	٣	٥	٣	٢	٢	٣	٤	٢

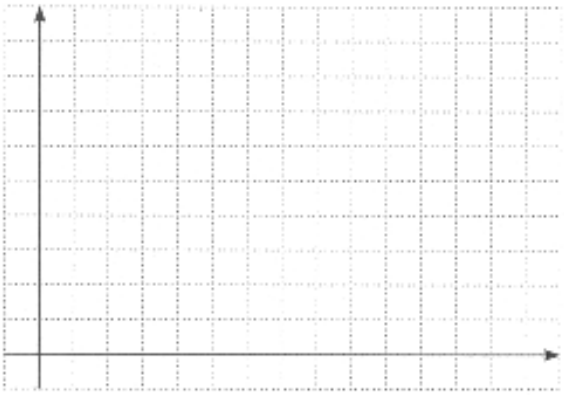
أوجد المتوسط الحسابي لمعدل نبضات القلب عند هؤلاء الطلاب.

(٤) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ٣٠ طالبًا.

الفئة	٥٦-	٦٠-	٦٤-	٦٨-	٧٢-	٧٦-
التكرار	٣	٨	٣	٩	٤	٣

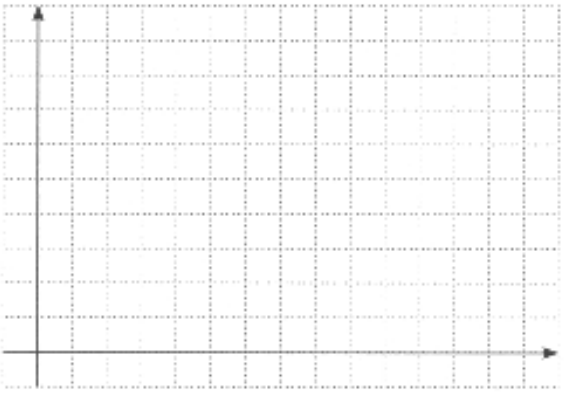
(أ) أوجد المتوسط الحسابي لهذه الأوزان.

(ب) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد.



الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
٥٦-	٣		
٦٠-	٨		
٦٤-	٣		
٦٨-	٩		
٧٢-	٤		
٧٦-	٣		

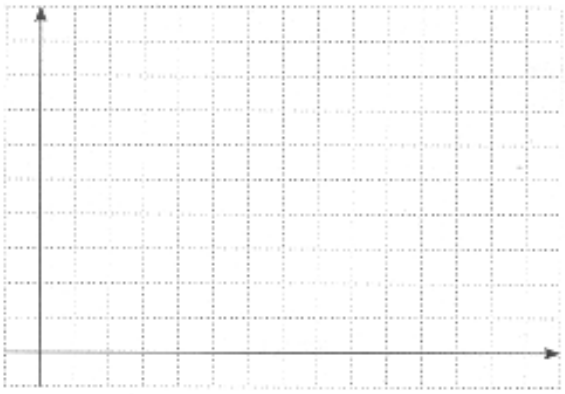
(جـ) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع النازل.



الفئة	التكرار	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
٥٦-	٣		
٦٠-	٨		
٦٤-	٣		
٦٨-	٩		
٧٢-	٤		
٧٦-	٣		

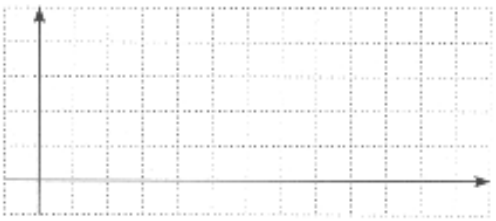
(د) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد و منحنى التكرار المتجمع النازل.

الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
٥٦-	٣				
٦٠-	٨				
٦٤-	٣				
٦٨-	٩				
٧٢-	٤				
٧٦-	٣				



(هـ) أوجد المنوال لهذه الأوزان باستخدام قانون الرافعة.

(و) أوجد المنوال لهذه الأوزان باستخدام المدرج التكراري.

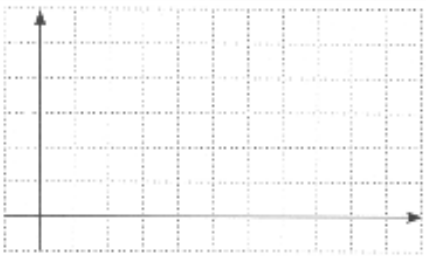


(٥) يبيّن الجدول التالي ٥ فئات تمثل توزيع المصروف اليومي لـ ٣٠ عائلة بالدينار.

الفئة	٢٠-	٤٠-	٦٠-	٨٠-	١٠٠-
التكرار	٧	٦	٩	٥	٣

(أ) أوجد المنوال لمصروف العائلات اليومي باستخدام قانون الرافعة.

(ب) أوجد المنوال لمصروف العائلات اليومي باستخدام المدرج التكراري.



المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) يبيّن الجدول التالي معدل درجات الحرارة العظمى والصغرى في دولة الكويت، حيث يقاس معدل الدرجة العظمى عند الساعة ٣ عصرًا ويقاس معدل الدرجة الصغرى عند الساعة ٣ فجرًا.

الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
معدل الدرجة العظمى	١٨	٢٠	٢٥	٣٠	٣٨	٤٣	٤٥	٤٥	٤٣	٣٧	٢٨	٢١
معدل الدرجة الصغرى	٧	٩	١٣	١٨	٢٣	٢٨	٣٠	٢٨	٢٥	٢٢	١٦	٩

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لمعدل الدرجات العظمى والمتوسط الحسابي لمعدل الدرجات الصغرى.
ماذا تلاحظ؟

(ب) رتب تصاعديًّا معدل الدرجات العظمى ومعدل الدرجات الصغرى، ثم أوجد الوسيط لكل مجموعة.

(جـ) ما المنوال لمعدل درجات الحرارة العظمى؟

ما المنوال لمعدل درجات الحرارة الصغرى؟

(٢) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لأهداف الفرق في مباريات كأس العالم لسنة ٢٠٠٦.

الأهداف	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار (عدد الفرق)	٧	١٣	١٨	١٢	١٠	٢	٢

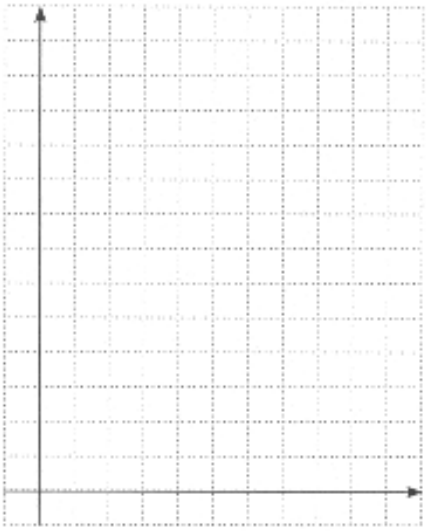
أوجد المتوسط الحسابي للأهداف.

(٣) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري على فئات لقياسات أرجل ٥٠ رياضيًّا في أحد النوادي.

الفئة	٣٨-	٤٠-	٤٢-	٤٤-
التكرار	١١	١٦	١٧	٦

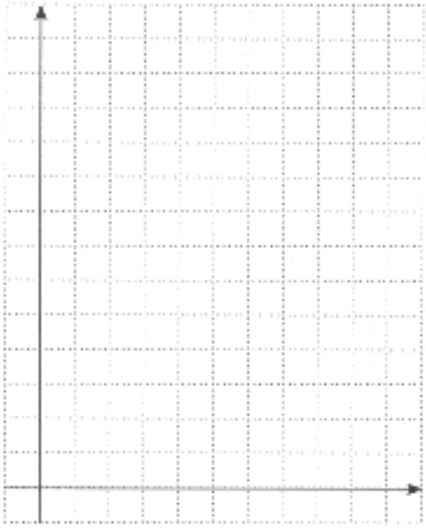
(أ) أوجد المتوسط الحسابي للقياسات.

(ب) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المجتمع الصاعد.



الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
٣٨-	١١		
٤٠-	١٦		
٤٢-	١٧		
٤٤-	٦		

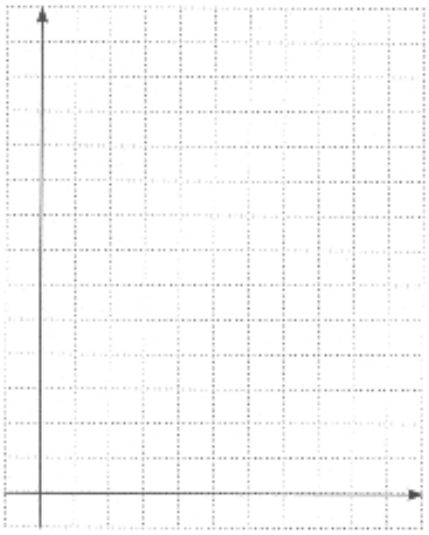
(جـ) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع النازل.



الفئة	التكرار	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
٣٨-	١١		
٤٠-	١٦		
٤٢-	١٧		
٤٤-	٦		

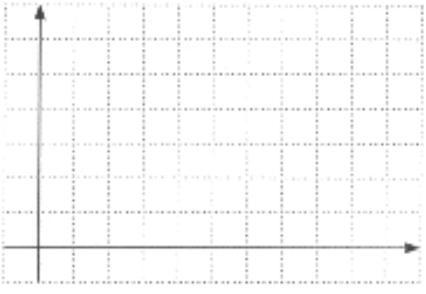
(د) أوجد الوسيط لهذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل معًا.

الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
٣٨-	١١				
٤٠-	١٦				
٤٢-	١٧				
٤٤-	٦				



(هـ) أوجد المنوال لهذه القياسات باستخدام قانون الرافعة .

(و) أوجد المنوال لهذه القياسات باستخدام المدرج التكراري.



الأرباعيات
Quartiles

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) أوجد المدى لقيم البيانات التالية:

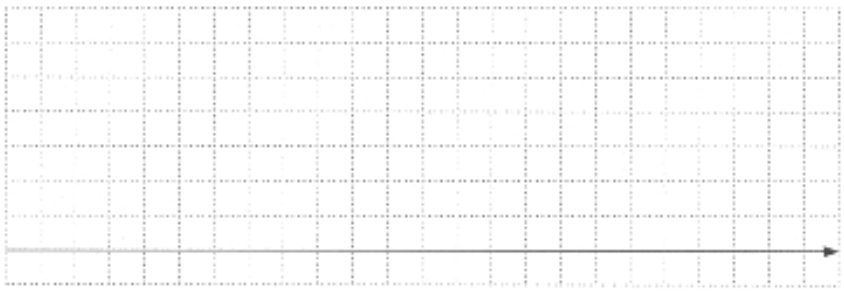
(أ) ٧، ٤، ٦، ٨، ٩، ١٠، ٥، ٤، ٣.

(ب) ١٧، ٢٠، ١١، ٢٣، ١٥، ١٨، ١٩، ١٢، ١٦.

(٢) أوجد الوسيط ($م_٢$) والأرباعي الأدنى ($م_١$) والأرباعي الأعلى ($م_٣$) والمدى الأرباعي ومجمل الأعداد الخمسة للبيانات ٥٢، ٦٠، ٥٠، ٥٤، ٥٩، ٦٥، ٦٦، ٦٤، ٩٥، ٦٢..

(٣) (أ) أوجد مجمل الأعداد الخمسة للقيم التالية التي تمثل أوزان أكياس من الأرز: ١١، ١٢، ١٣، ١٧، ٢٣، ٢٦، ٢٧، ٥٠.

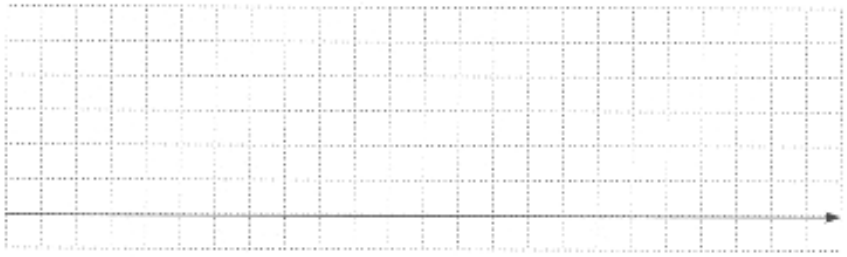
(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم البيانات في (أ). ماذا تستنتج؟ اشرح.



(٤) يبيّن الجدول التالي تواريخ وأطوال الأعاصير التي اجتاحت إحدى المدن في سنة ١٩٩٥.

التاريخ	٤/١٧	٤/١٨	٤/١٩	٦/٧	٥/٧	٦/٨	٦/٩
طول الإعصار (بالكيلومتر)	٣	٧	١١	٢٠	١٠	٨	٩

(أ) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين مع القيمة المتطرفة. وفسّر النتائج.



المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) أوجد المدى، الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي ومجمل الأعداد الخمسة للبيانات التالية:

(أ) ٤٩، ٥٨، ٦٢، ٦٤، ٦٧، ٧٧، ٨٠.

(ب) ١٠٠، ١٠١، ١٠٢، ١٠٣، ١٠٤، ١٠٥، ١٠٩، ١١٠.

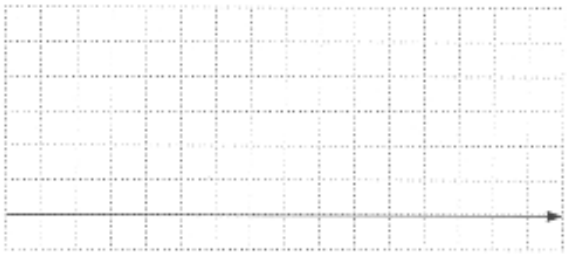
(جـ) ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٧، ١٩، ١٩، ٢٠.

(٢) يبيّن الجدول التالي عدد أكبر الزلازل التي حدثت في العالم حيث قوتها تخطت ٧ درجات على مقياس ريختر وذلك بين ١٩٨٥ و١٩٩٤.

السنة	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤
عدد الزلازل	١٤	٦	١١	٨	٧	١٣	١١	٣٣	١٥	١٤

(أ) أوجد الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه البيانات.

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم هذه البيانات بدون القيمة المتطرفة.

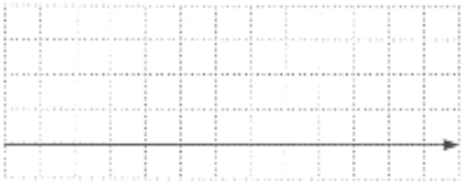


(٣) يبيّن الجدول التالي معدل دخل الفرد السنوي في بعض الدول العربية بالدولار الأميركي بحسب البنك الدولي (أعداد تقريبية).

الدولة	الإمارات العربية المتحدة	المملكة العربية السعودية	دولة الكويت	سلطنة عمان	دولة قطر	لبنان	الأردن	تونس	سورية	مملكة البحرين
معدل الدخل بآلاف الدولارات	٢٤	١٠	٢٢	٩	٢٩	٦	٢	٣	١	١٤

(أ) أوجد الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه البيانات.

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لقيم هذه البيانات. ماذا تستنتج؟ اشرح.



التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الانحراف المعياري
Standard Deviation

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) أوجد الانحراف المعياري لقيم البيانات التالية (يمكن استخدام الآلة الحاسبة):

(أ) ٥٢، ٦٣، ٥٤، ٧٠، ٦٦.

_____

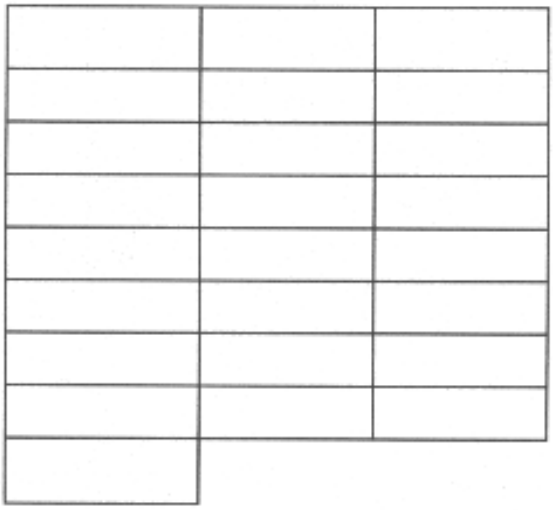
_____

(ب) ١، ٢، ١٧، ١٢، ١٥، ٨، ١٠، ١٥.

_____

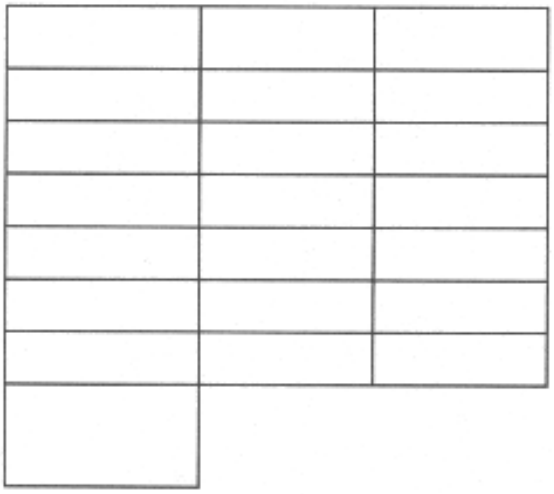
_____

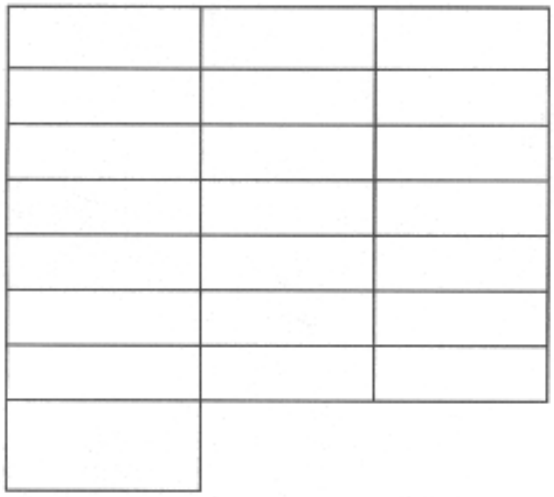
(جـ) ١٣، ١٥، ١٧، ١٨، ١٢، ١٩، ١١.



(د) ٣٥٠، ٤٨٠، ٦١٠، ٢٣٠، ٧٢٠، ٥٨٠.

هل تتغير النتيجة إذا قسمت هذه القيم على ١٠؟ اشرح.





(٢) تبيّن البيانات التالية درجات ٢٢ طالب في مادة الرياضيات حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة.

٧، ٩، ١٢، ١٠، ٥، ٦، ٤، ١٣، ١٤، ٨، ١٦، ١٩، ١٧، ١٠، ١١، ٤، ١٥، ١٦، ١٨، ١٢، ٩، ٧.

(أ) كوّن جدولًا تكراريًا لقيم هذه البيانات. ثمّ أوجد المتوسط الحسابي.

الدرجة	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩
التكرار																

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه الدرجات. ماذا تستنتج؟

(٣) يبيّن الجدول التالي الطاقة الكهربائية المستهلكة بالميغاواط/ ساعة خلال خمسة أيام متتالية في إحدى المدن.

اليوم	١	٢	٣	٤	٥
الطاقة المستهلكة	٤٨,٠	٥٣,٢	٥٢,٣	٤٦,٦	٤٩,٩

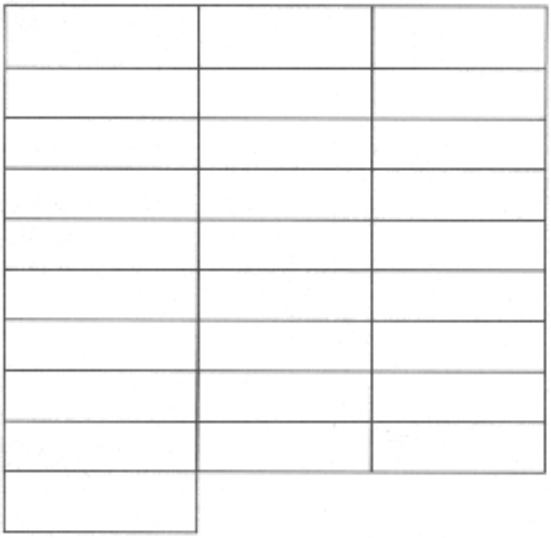
أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) أوجد الانحراف المعياري لقيم البيانات التالية، ماذا تستنتج؟

(أ) ٥، ٧، ٦، ٤، ٨، ٩، ٣.

(ب) ٣٤، ٤٥، ٣٧، ٤٢، ٣٦، ٤٣، ٤٤، ٣٩.



(٢) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لاستهلاك الطاقة الكهربائية بالميغاواط/ ساعة طيلة شهر أغسطس في إحدى المدن:

الكمية	٣٣	٣٦	٣٩	٤٠	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٩	٥٠	٥٢	٥٣	٥٤
التكرار	٤	١	٣	٣	٢	٢	٢	١	٢	١	٣	٢	١	١	٢	١

(أ) أوجد المتوسط الحسابي .

(ب) أوجد التباين والانحراف المعياري لقيم هذه البيانات باستخدام الآلة الحاسبة.

* (٣) يبيّن الجدول التالي متوسط استهلاك الفرد خلال سنة للطاقة الكهربائية بالكيلوواط/ ساعة وذلك من سنة ٢٠٠٠ إلى سنة ٢٠٠٨. أوجد الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات. ماذا تستنتج؟

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨
الكمية	١٢ ٣٠٥	١٢ ٦٧٧	١٢ ٨٣٢	١٢ ٩٩٢	١٢ ٩٤٠	١٢ ٦٧٣	١٣ ٠٦١	١٢ ٥٢٧	١٣ ١٤٢

(٤) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لكمية المياه بالسنتيلتر الموجودة في ١٠٠ عبوة. سعة العبوة الواحدة المفترضة ١٠٠ سنتيلتر.

الفترة	-٨٦	-٩٠	-٩٤	-٩٨	-١٠٢	-١٠٦
التكرار	٥	١٠	٣٩	٣٢	٩	٥

أوجد المتوسط الحسابي، التباين، الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

طرق العد
Methods of Counting

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١ - ٣)، اكتب قائمة بكل الإمكانيات أو ارسم شجرة بيانية للإجابة عن الأسئلة التالية:

(١) **كلمات مكونة من ثلاثة حروف:** ما عدد الكلمات المختلفة التي تستطيع تكوينها من بين ثلاثة حروف: ع، ل، م دون تكرارها (دون الاهتمام بالمعنى)؟

(٢) **الطرق الممكنة:** توجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين القرية أ والقرية ب، وتوجد أربعة طرق ممكنة تصل بين القرية ب والقرية جـ. كم عدد الطرق المختلفة من القرية أ إلى القرية جـ مرورًا بالقرية ب؟

(٣) **الرئيس ونائب الرئيس:** يوجد ثلاثة مرشحين لمنصب الرئيس وأربعة مرشحين لمنصب نائب الرئيس. كم عدد الأزواج التي يمكن أن تكوّن من رئيس ونائب رئيس؟

في التمارين (٤-٦)، استخدم مبدأ العد الأساسي.

(٤) **أرقام الهاتف:** كم عدد أرقام اهاتف التي يمكن أن تكونها من سبعة أرقام علمًا بأنه لا يمكن أن يبدأ الرقم من اليسار بـ ٠ أو ١، لماذا؟

(٥) **لوحات الترخيص**: كم عدد لوحات الترخيص التي يمكن أن تكونها من رقمين يتبعهما حرفان ثم ثلاثة أرقام بدون أن تتكرر أي حروف أو أرقام؟

(٦) **رمي حجر نرد**: عند رمي حجري نرد أحدهما أحمر والثاني أخضر معًا وملاحظة الوجه العلوي لكل منهما. كم عدد النواتج الممكنة؟

في التمارين (٧-١٠)، أوجد قيمة كلّ مما يلي:

(٧) ${}^{٨}ل_{٥}$

(٨) ${}^{١٢}ل_{٧}$

(٩) ${}^{١٤}ق_{٤}$

(١٠) ${}^{٤٨}ق_{٤٠}$

في التمارين (١١-١٣)، حل المسائل التالية:

(١١) **تكوين اللجان**: سوف يتم انتخاب لجنة مكونة من ٣ سيدات من بين ٢٥ سيدة. كم عدد اللجان المختلفة التي يمكن انتخابها؟

(١٢) **شراء أقراص حاسوب مدمجة**: لدى جيهان نقود تكفي لشراء ثلاثة أقراص حاسوب مدمجة فقط من بين ٤٨ قرصًا. كم عدد مجموعة أقراص الحاسوب التي يمكن شراؤها؟

(١٣) يجري مدير شؤون الموظفين مقابلات شخصية مع ثمانية أشخاص مرشحين لثلاث وظائف شاغرة. كم عدد المجموعات المكونة من ثلاثة أشخاص التي يمكن توظيفها؟

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٣)، اكتب قائمة بكل الإمكانيات أو ارسم شجرة بيانية للإجابة عن الأسئلة التالية:

(١) **كلمات مكونة من ثلاثة حروف**: ما عدد الكلمات المختلفة التي تستطيع تكوينها من ثلاثة حروف دون تكرارها من بين ٤ حروف ل، ع، ب، هـ؟

(٢) **الطرق الممكنة**: توجد ثلاثة طرق ممكنة تصل بين القرية أ والقرية ب، وتوجد أربعة طرق ممكنة تصل بين القرية ب والقرية جـ. كم عدد الطرق المختلفة من القرية أ إلى القرية جـ والرجوع إلى القرية أ مرورًا بالقرية ب في كل اتجاه؟

(٣) **تذاكر الطيران**: عندما تطلب تذكرة طيران يمكنك أن تحجز في الدرجة الأولى أو درجة رجال الأعمال أو الدرجة السياحية. يمكنك أيضًا أن تختار مكانك إلى جانب نافذة الطائرة أو في الممر أو في الكرسي الأوسط، إلا في حالة عدم وجود كرسي أوسط كما هو الحال في الدرجة الأولى حيث يوجد كرسيان فقط. كم عدد الطرق المختلفة التي يمكن أن تحجز بها مكانك على متن الطائرة؟

في التمارين (٤-٦)، استخدم مبدأ العد الأساسي.

* (٤) **رقم التأمين الاجتماعي**: كم عدد بطاقات التأمين الاجتماعي التي يمكن تكوينها من تسعة أرقام بدون الصفر؟

* (٥) **لوحات الترخيص**: كم عدد لوحات الترخيص المكونة من خمسة رموز مكونة من ثلاثة أرقام مختلفة ليس من بينها الصفر يتبعها حرفين مختلفين؟

* (٦) **إلقاء العملة**: كم عدد النواتج الممكنة عند رمي قطعة نقود منتظمة عشر مرات متتالية؟

في التمارين (٧-١٠)، أوجد قيمة كلّ مما يلي:

(٧) ${}^{١٨}ل_{٢} + {}^{٥}ق_{٣}$

(٨) ${}^{١١}ل_{٧} \div ٧!$

(٩) ${}^{٢٤}ق_{١٥} - {}^{٥}ل_{٥}$

(١٠) ${}^{١٨}ق_{١١}$

* (١١) **إلقاء العملة**: خلال الاقتراع وذلك بإلقاء عملة معدنية ٢٠ مرة، تم تسجيل ظهور الصورة أو الكتابة في كل مرة. كم عدد المرات (من جميع مرات الإلقاء) التي يتم فيها الحصول على ٧ صور؟

* (١٢) ضع ${}^{١٥٠}ق_{٢}$ على صورة مضروب، وفسّر.

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الاحتمال المشروط
Conditional Probability

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، عند رمي حجر نرد أحمر اللون وحجر نرد أخضر اللون معًا وملاحظة الوجه العلوي. فما النواتج الممكنة لهذا الحدث؟ وما احتمال وقوع كل حدث مما يلي؟

(١) مجموع العددين الظاهرين ٩.

(٢) مجموع العددين الظاهرين هو عدد زوجي.

(٣) العدد الظاهر على الحجر الأحمر أكبر من العدد الظاهر على الحجر الأخضر.

في التمارين (٤-٩)، ج تتضمن عينة لألوان الحلوى التقليدية التي ينتجها مصنع للحلوى وهي:
ج = {البني، الأخضر، البرتقالي، الأحمر، البرونزي، الأصفر}.
احتمال كل حدث في ج يساوي نسبة إنتاج هذا اللون من الحلوى من إجمالي الألوان. وقد صرح المسؤول في هذا المصنع ببعض المعلومات عن احتمال الإنتاج في الجدول التالي:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي	البرونزي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,١	٠,١	٠,١

إذا قمت بأخذ قطعة حلوى عشوائيًا من علبة مفتوحة حديثًا من إنتاج هذا المصنع، فما احتمال أن تأخذ حلوى بالألوان التالية:

(٤) البني أو البرونزي؟

(٥) الأحمر أو الأخضر أو البرتقالي؟

(٦) الأحمر؟

(٧) أي لون عدا الأحمر؟

(٨) أي لون عدا البرتقالي أو الأصفر؟

(٩) أي لون عدا البني أو البرونزي؟

في التمارين (١٠-١٣)، ما احتمال أن يحقق رمز عدد عشوائي مكوّن من رقمين من ١ إلى ٩ الشروط التالية؟

(١٠) رقمان عشوائيان. الأول فردي والثاني من مضاعفات العدد ٤.

(١١) رقمان عشوائيان. الأول زوجي والثاني فردي.

(١٢) رقمان عشوائيان. كلا الرقمين أصغر من ٧.

(١٣) رقمان عشوائيان. الرقم الثاني هو الرقم الأول نفسه.

(١٤) **تأجير السيارات:** لدى شركة لتأجير السيارات ٢٥ سيارة للإيجار، ٢٠ منها من الحجم الكبير و٥ سيارات من الحجم المتوسط. إذا تم اختيار سيارتين بشكل عشوائي للإيجار لمدة يوم واحد، فما احتمال أن تكون السيارتان من الحجم الكبير؟

(١٥) **اكتب لتتعلم:** علل لماذا العبارة التالية غير صحيحة: احتمال أن يبيع بائع الحواسيب ٠، ١، ٢ أو ٣ أجهزة حاسوب في أي يوم من الأيام هو: ٠,١٢، ٠,٤٥، ٠,٣٨، ٠,١٥، ٠ بحسب الترتيب.

(١٦) علبة تحتوي على ٣ كرات حمراء اللون و٥ كرات بيضاء اللون. سحب سالم كرة، من دون إعادتها إلى العلبة ثمّ سحب كرة ثانية من العلبة. ليكن الحدث أ: «الكرة الأولى حمراء»، الحدث ب: «الكرة الثانية بيضاء».

١. احسب: (أ) ل (أ).

(ب) ل (ب/أ).

(جـ) ل (أ ∩ ب).

٢. لنفترض أن السحب الثاني تم بعد إعادة الكرة التي سحبت أولًا.

(أ) احسب: ل(ب).

(ب) احسب: ل(ب/ أ).

(١٧) ليكن ل (أ) = ٠,٣، ل(ب) = ٠,٧، ل(أ ∪ ب) = ٠,٨. احسب:

(أ) ل(أ ∩ ب).

(ب) ل(أ/ ب).

(جـ) ل(ب/ أ)

(١٨) ليكن أ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل(أ) = ٠,٥، ل(ب) = ٠,٥.

احسب: ل(ب/ أ).

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٣)، عند رمي حجر نرد أحمر اللون وحجر نرد أخضر اللون معًا وملاحظة الوجه العلوي لهما. فما النواتج الممكنة لهذا الحدث؟ وما احتمال ونوع كل حدث في ما يلي؟

(١) مجموع العددين الظاهرين أصغر من ١٠.

(٢) العددان الظاهران عددان فرديان.

(٣) العددان الظاهران عددان زوجيان.

في التمرين (٤)، حل المسألة التالية:

(٤) **رقم التأمين الاجتماعي**: ما احتمال أن يتم بشكل عشوائي اختيار رقم تأمين اجتماعي مكون من تسعة أرقام مختلفة ليس من بينها الصفر؟

(٥) ما احتمال اختيار رقمًا عشوائيًا واحدًا من ١ إلى ٩ يحقق الشرطين التاليين:

رقم أولي أو من مضاعفات الرقم ٦.

في التمارين (٦-١١)، ينتج المصنع حلوى محشوة بالفول السوداني مشكلة بالألوان الموضحة بالجدول. يوضح الجدول التالي احتمال إنتاج الحلوى بحسب لونها:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,١

إذا قمت بأخذ قطعة حلوى عشوائيًا من كل من علبتين مفتوحتين حديثًا من إنتاج هذا المصنع، فما احتمال أخذ حلوى بالألوان التالية؟

(٦) كلتاهما بنية اللون.

(٧) كلتاهما برتقالية اللون.

(٨) واحدة حمراء وواحدة خضراء.

(٩) الأولى بنية اللون والثانية صفراء.

(١٠) ولا واحدة صفراء.

(١١) الأولى ليست حمراء والثانية ليست برتقالية.

في التمارين (١٢-١٧)، ألقيت ثلاث عملات معدنية من فئة العشرة فلوس تحمل تواريخ من ١٩٩٤ إلى ١٩٩٦. فما احتمال كل حدث مما يلي؟

(١٢) ظهور الصورة على عملة بتاريخ ١٩٩٤ فقط.

(١٣) ظهور الصورة على عملتين بتاريخ ١٩٩٥، ١٩٩٦.

(١٤) ظهور الصورة على الثلاث عملات.

(١٥) ظهور الصورة على عملتين فقط.

(١٦) ظهور الصورة على عملة واحدة على الأقل.

(١٧) ظهور الصورة على عملتين على الأقل.

(١٨) **أسباب الوفاة**: قامت الحكومة بتحديد سبب واحد لكل حالة وفاة، فوجدت أن البيانات الناتجة تشير إلى أن ٤٥٪ من حالات الوفاة تسببها الأزمات القلبية ومرض في الأوعية الدموية وأن ٢٢٪ يسببها مرض السرطان.

(أ) ما احتمال أن يكون موت شخص تم اختياره بشكل عشوائي سببه مرض في الأوعية الدموية أو مرض السرطان؟

(ب) ما احتمال أن تكون وفاة هذا الشخص نتيجة لأسباب أخرى؟

(١٩) رمى حمد مرتين متتاليتين هرمًا منتظمًا مرقمًا من ١ إلى ٤ ولاحظ رقم الوجه الذي استقر عليه الهرم وبحسب ناتج جمع الأرقام التي يلاحظها.

(أ) ممَّ يتألف الناتج؟ وما هو عدد النواتج الممكنة؟

(ب) احسب احتمال الحدث: «ناتج الجمع يساوي ٦ علمًا أن نتيجة الرمية الأولى ٣».

(جـ) احسب احتمال الحدث: «ناتج الجمع هو أكبر من ٧ علمًا أن نتيجة الرمية الأولى ٢».

(٢٠) ليكن أ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل(أ) = ٠,٢ ، ل(ب) = ٠,٧ .

احسب:

(أ) ل(أ ∩ ب)

(ب) ل(ب/ أ)

(جـ) ل(أ ∪ ب)

(د) ل(أ/ ب)

اختبار الوحدة العاشرة

(١) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لعدد الرجال والإناث غير المتزوجين في إحدى الدول.

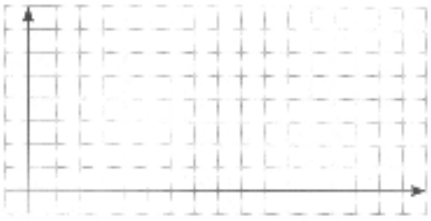
الفئة (العمر)	الرجال	الإناث
-٢٠	٤٥٠٠	٣٤٠٠
-٣٠	٤٨٠	٣٠٠
-٤٠	٣٧٠	٢٤٠
-٥٠	٢٩٠	٢٥٠
-٦٠	١٨٠	٢١٠
-٧٠	١١٠	٢٢٠
-٨٠	٣٠	١٤٠

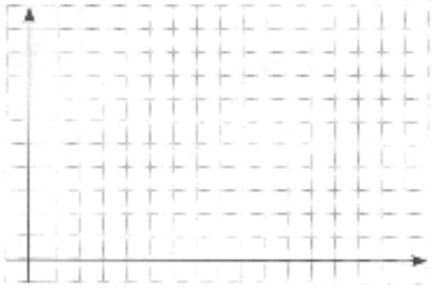
(أ) أكمل الجدول بإضافة مراكز الفئات والتكرار المتجمع الصاعد.

الفئة (العمر)	الرجال	الإناث	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد (رجال)	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع الصاعد (إناث)
-٢٠	٤٥٠٠					
-٣٠	٤٨٠					
-٤٠	٣٧٠					
-٥٠	٢٩٠					
-٦٠	١٨٠					
-٧٠	١١٠					
-٨٠	٣٠					

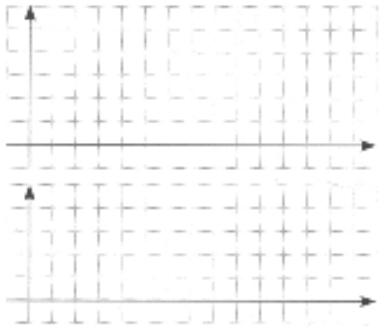
(ب) أوجد المتوسط الحسابي لأعمار الرجال والإناث.

(جـ) أوجد الوسيط لأعمار الرجال والوسيط لأعمار الإناث مستخدمًا منحنى التكرار المتجمع الصاعد لكل من أعمار الرجال والإناث. ثمّ اشرح ما يمثله كل عدد.





(د) أوجد المنوال لأعمار الرجال والمنوال لأعمار الإناث باستخدام المدرج التكراري. ماذا تلاحظ؟



(٢) جاءت درجات أحمد السنة الماضية في اختبار مادة العلوم حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي: ١٧، ١٠، ١٥، ١٢، ١٣، ٩، ١٦، ٨، ١٤، ١٦.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لهذه الدرجات $\overline{س}$.

(ب) أوجد الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لهذه الدرجات.

(جـ) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين. ماذا تلاحظ؟

(د) أوجد الانحراف المعياري لهذه الدرجات ع.

(٣) بيّنت دراسة إحصائية على ١٠٠ طالب النتيجة التالية حول جنس الطالب ولون عينيه.

	أسود	عسلي	المجموع
ولد	٣٠	٢٥	٥٥
بنت	٢٧	١٨	٤٥
المجموع	٥٧	٤٣	١٠٠

لدى اختيار طالب عشوائيًا (كل الخيارات متساوية الفرص).

نسمي: الحدث و: «الطالب هو ولد»

الحدث أ: «لون عيني الطالب أسود»

الحدث ع: «لون عيني الطالب عسلي»

الحدث ب: «الطالب هو بنت»

(أ) احسب ل(أ).

(ب) ما احتمال أن يكون الطالب المختار ولدًا ولون عينيه أسود (ل (و ∩ أ))؟

(جـ) ما احتمال أن يكون الطالب المختار ولدًا ولون عينيه عسلي (ل (و ∩ ع))؟

(د) تحقق من أن: و = (و ∩ أ) ∪ (و ∩ ع)، ما احتمال ل (و)؟

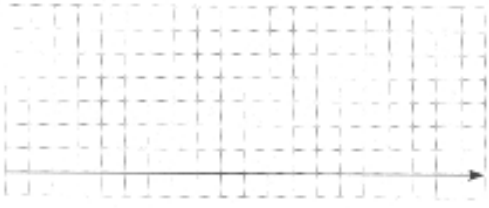
(هـ) في هذا السؤال، نفترض أن الطالب المختار هو ولد. فما احتمال أن يكون لون عينيه أسود. نسمي هذا الاحتمال ل(أ/ و).

(و) أوجد علاقة بين ل (أ/ و)، ل (و)، ل(و ∩ أ).

(٤) إذا كانت درجات أحد الطلاب في اختبارات مادة الرياضيات على مدار السنة حيث النهاية العظمى ٢٠ درجة كما يلي: ٧، ١٠، ١٢، ٩، ١٤، ١٦، ١٥، ٨، ١٧.

(أ) أوجد المدى، الوسيط، الأرباعي الأدنى، الأرباعي الأعلى، المدى الأرباعي، مجمل الأعداد الخمسة لقيم هذه الدرجات.

(ب) ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لتمثيل قيم هذه الدرجات. ماذا تلاحظ؟



تمارين إثرائية

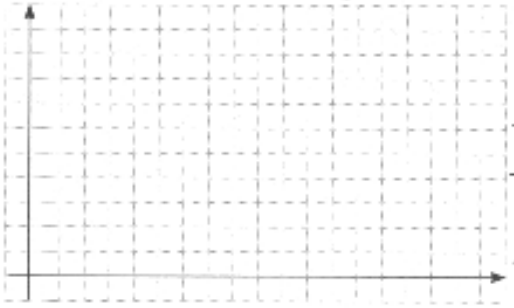
(١) يبيّن الجدول التالي التوزيع التكراري لأوزان ٧٥ رأسًا من قطيع المها العربية بالكيلوجرام.

الفئة	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-
التكرار	١	٧	٥	٨	١١	٢٢	١٧	٤

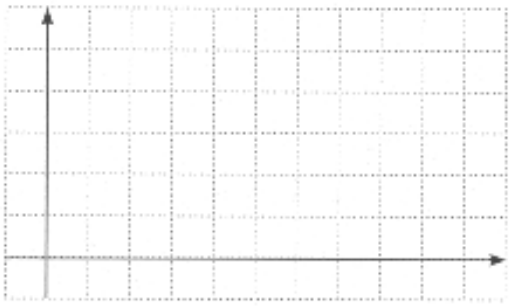
(أ) أكمل الجدول بإضافة التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

الفئة	التكرار	أقل من الحدود العليا للفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع النازل
١٠-	١				
٢٠-	٧				
٣٠-	٥				
٤٠-	٨				
٥٠-	١١				
٦٠-	٢٢				
٧٠-	١٧				
٨٠-	٤				

(ب) أوجد الوسيط لقيم هذه الأوزان باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد و منحنى التكرار المتجمع النازل معًا.



(جـ) أوجد المنوال لقيم هذه الأوزان باستخدام قانون الرافعة وباستخدام المدرج التكراري.



(د) أوجد المتوسط الحسابي لقيم هذه الأوزان.

(٢) سجل أحد الاشخاص أسعار الحاسوب بالدينار الكويتي من عدة محلات لبيع هذه الأجهزة كما يلي: ٢٥٠، ٢٤٥، ٢٦٠، ٢٥٥، ٢٤٠، ٢٦٥، ٢٦٥، ٢٣٥، ٢٧٠، ٢٦٥.

(أ) أوجد المتوسط الحسابي لقيم هذه الأسعار $\overline{س}$.

(ب) أوجد الانحراف المعياري لقيم هذه الأسعار ع.

(٣) **حلوى محشوة بالفول السوداني**: ينتج مصنع حلوى محشوة بالفول السوداني مشكلة بالألوان، كما يوضح الجدول التالي:

اللون	البني	الأحمر	الأصفر	الأخضر	البرتقالي
الاحتمال	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,١

إذا أخذت ثلاث قطع من علبة واحدة، فكم عدد الألوان التي يحتمل الحصول عليها؟

(٤) تسلية: في إحدى الألعاب يتم رمي خمسة أحجار نرد متمايزة في وقت واحد وملاحظة الوجه العلوي لها. كم عدد النواتج التي يمكن تمييزها إذا كان لكل حجر لون مختلف؟

(٥) **المعلم والامتحان النهائي**: أعطى معلم طلابه ٢٠ سؤالًا للاستذكار على أن يحتوي الامتحان النهائي على ثمانية أسئلة منها. كم عدد الامتحانات النهائية المختلفة التي يمكن وضعها؟

(٦) **مسح للخريجين**: اختارت إحدى الكليات عددًا من دفعة عام ١٩٩٦ المكونة من ٢٥٤ خريجًا من بينهم ١٧٢ سيدة، حيث التحق ١٢٤ سيدة بالدراسات الجامعية و٥٨ رجلًا. فما احتمال كل من الأحداث التالية؟

(أ) أن يكون الخريج سيدة.

(ب) أن يلتحق الخريج بالدراسات الجامعية.

(جـ) أن يكون الخريج سيدة وقد التحقت بالدراسات الجامعية.

(٧) **تحديد نوع الطفل**: افترض أن احتمال أن يكون الطفل المولود حديثًا من نوع معين هو ٥٠٪، في عائلة مكونة من أربعة أطفال. فما احتمال كل حدث معطى؟

(أ) كل الأطفال إناث.

(ب) كل الأطفال من نوع مختلف.

(جـ) كل الأطفال إما ذكور أو إناث.

(٨) عند إشارة المرور التي تتألف من ثلاثة ألوان لاحظنا أن:

٢٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الخضراء.

٦٥٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الصفراء (كما يطلب قانون المرور).

٩٧٪ من السيارات تتوقف عند الإشارة الحمراء.

قررنا مراقبة سلوك سيارة عند إشارة المرور. لنفترض أنه عند وصول السيارة إلى الإشارة، لون الإشارة عشوائي وأن احتمال أن يكون اللون هو الأخضر ٠,٦، احتمال أن يكون اللون هو الأصفر ٠,١، احتمال أن يكون اللون هو الأحمر ٠,٣.

(أ) ما احتمال أن تكون السيارة المراقبة قد توقفت؟

(ب) تجاوزت السيارة الإشارة. فما احتمال أن تكون قد تجاوزت الإشارة عندما كان لونها أحمرًا.

(٩) نشاط تدريبي صيفي يعرض نشاطًا لغويًا ورياضيًا. الجدول يعطي توزيعًا لـ ١٥٠ متدربًا بحسب اللغة والرياضة التي تم اختيارها:

	كرة سلة	كرة قدم	ركوب الخيل	المجموع
إنكليزي	٤٥	١٨	٢٧	٩٠
فرنسي	٣٣	٩	١٨	٦٠
المجموع	٧٨	٢٧	٤٥	١٥٠

تم اختيار متدرب عشوائيًا.

(أ) ما احتمال الحدث أ: «المتدرب يمارس كرة السلة أو يدرس الفرنسية»

(ب) ما احتمال الحدث ب: «المتدرب يمارس ركوب الخيل ويدرس اللغة الفرنسية»؟

(جـ) ما احتمال الحدث جـ: «يدرس اللغة الإنكليزية علمًا أنه يمارس كرة السلة»؟

(د) ما احتمال الحدث د: «يمارس كرة القدم علمًا أنه يدرس اللغة الفرنسية»؟

(هـ) هل الحدثان ر: «يمارس ركوب الخيل»، ن: «يدرس اللغة الإنكليزية» هما حدثان مستقلان؟

(١٠) **أرقام الهاتف**: ما احتمال أن يتم بشكل عشوائي اختيار رقم هاتف مكوّن من سبعة أرقام دون تكرار أي منها؟

(١١) ما احتمال اختيار رقم واحد عشوائي من ١ إلى ٩ يحقق الشروط التالية: عدد فردي أو من مضاعفات العدد ٤؟

(١٢) في فصل الشتاء، أصابت موجة زكام ربع المواطنين. ثلث المواطنين تلقوا لقاحًا ضد الزكام، ولسبب عدم فاعلية اللقاح ١٠٠٪ نفترض أن مريضًا مصابًا بالزكام من ١٠ قد تلقى لقاحًا.

ما احتمال أن يكون مواطنًا من بين الذين تلقوا اللقاح ما زال مصابًا بالزكام.