السؤال الأول :-

(a) أوجد ناتج ما يلي:

$$= \sqrt[2\times3]{64x^6} = \sqrt{\sqrt[3]{64x^6}}$$

$$= \sqrt[6]{2^6 x^6}$$

$$= \sqrt[6]{(2x)^6} = |2x|$$

(b) اكتب ما يلي بحيث يكون المقام عدداً نسبياً :

$$\frac{-2+\sqrt{8}}{-3+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-2+\sqrt{8}}{-3+\sqrt{2}} \times \frac{-3-\sqrt{2}}{-3-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{6+2\sqrt{2}-3\sqrt{8}-\sqrt{16}}{9-2} = \frac{6+2\sqrt{2}-6\sqrt{2}-4}{7} = \frac{2-4\sqrt{2}}{7}$$

$$= \frac{2}{7} - \frac{4}{7}\sqrt{2}$$

(c) حل المعادلة التالية :

$$\sqrt{3-4x} - 2 = 0$$

$$\sqrt{3-4x} = 2$$

بتربيع الطرفين :-

$$\left(\sqrt{3-4x}\right)^2 = (2)^2$$

$$3-4x = 4$$

$$-4x = 4-3$$

$$-4x = 1$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

شرط الحل :-

$$3-4x \geq 0$$

$$-4x \geq -3$$

$$x \leq \frac{3}{4}$$

$$\therefore x \in (-\infty, \frac{3}{4}]$$

$$x = -\frac{1}{4} \in (-\infty, \frac{3}{4}] \Rightarrow \boxed{\therefore x = -\frac{1}{4}}$$

السؤال الثانى : -

(a) أوجد مجال الدالة التالية : -

$$F(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

مجال الدالة يحقق شرط : $4 - x^2 \geq 0$

المعادلة المناظرة : $4 - x^2 = 0$

$$(2-x)(2+x) = 0$$

أو $2-x=0 \Rightarrow x=2$

$2+x=0 \Rightarrow x=-2$

$(2-x) > 0 \rightarrow x<2$ { $2+x>0 \rightarrow x>-2$

$(2-x) < 0 \rightarrow x>2$ { $2+x<0 \rightarrow x<-2$

x	$-\infty$		-2		2		∞
$(2-x)$		+		+	0	−	
$(2+x)$		−	0	+		+	
$(2-x)(2+x)$		−	0	+	0	−	

∴ مجال الدالة $= [-2, 2]$

(b) منحنى الدالة : - $y = 2x^2 - 12x + e$

له رأس عند النقطة (3 , 5) فما قيمة e

$$y = 2x^2 - 12x + e$$

$$5 = 2(3)^2 - 12(3) + e$$

$$5 = 18 - 36 + e$$

$$5 = -18 + e$$

$$e = 5 + 18 = 23 \Rightarrow \therefore \boxed{e = 23}$$

(c) اكتب معادلة المعكوس للدالة : -

$$Y = (x-3)^2 + 5$$

$$x = (y-3)^2 + 5$$

$$x - 5 = (y-3)^2$$

$$y - 3 = \pm\sqrt{x-5}$$

$$y = \pm\sqrt{x-5} + 3$$

معادلة معكوس الدالة عند $x \geq 3$ هو $y = +\sqrt{x-5} + 3$

معادلة معكوس الدالة عند $x \leq 3$ هو $y = -\sqrt{x-5} + 3$

السؤال الثالث : -

(a) أستخدم القسمة التركيبية ونظرية الباقي لإيجاد f(a) : -

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9 \quad , \quad a = 3$$

نظرية الباقي :

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$$
$$f(3) = (3)^3 - 7(3)^2 + 15(3) - 9$$
$$= 27 - 63 + 45 - 9$$
$$f(3) = 0$$ الباقي

القسمة التركيبية :-

3	1	-7	15	-9
		3	-12	9
	1	-4	3	0

الباقي = 0

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة: -

$$(X + 2)(x^2 + 5X + 1) = 0$$

$x + 2 = 0$ أو $(x^2 + 5x + 1) = 0$

$\therefore x = -2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - (4 \times 1 \times 1)}}{2(1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$\therefore x = -2 \quad , \quad x = \frac{-5 + \sqrt{21}}{2} \quad , \quad x = \frac{-5 - \sqrt{21}}{2}$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \left\{ -2 \; , \; \frac{-5 + \sqrt{21}}{2} \; , \; \frac{-5 - \sqrt{21}}{2} \right\}$

(c) حل المعادلة :

$$(2x + 3)^{\frac{3}{4}} - 3 = 5$$

$$(2x + 3)^{\frac{3}{4}} = 5 + 3$$

$$(2x + 3)^{\frac{3}{4}} = 8$$

$$\left((2x + 3)^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} = (8)^{\frac{4}{3}}$$

$$(2x + 3) = (2^3)^{\frac{4}{3}}$$

$\therefore 2x + 3 = 2^4 \Rightarrow 2x + 3 = 16 \Rightarrow 2x = 16 - 3$

$2x = 13 \Rightarrow \boxed{x = \frac{13}{2}}$

السؤال الرابع: -

(a) حل المعادلات التالية : -

1- $\log(2x) + \log(x-3) = \log 8$

شرط الحل :-
$2x>0,\ x-3>0$
$x>0,\ x>3$

$\therefore x \in (3,\infty)$

$\log(2x)(x-3) = \log 8$
$\log(2x^2-6x) = \log 8$
$\therefore 2x^2-6x = 8$
$2x^2-6x-8=0$
$x^2-3x-4=0$
$(x-4)(x+1)=0$
$x-4=0 \rightarrow x=4 \in (3,\infty)$ (حل مقبول)
أو $x+1=0 \rightarrow x=-1 \notin (3,\infty)$
$\therefore x=4$

2- $\ln(2x-1) = 0$

شرط الحل :-
$2x-1>0$
$2x>1$
$x>\frac{1}{2}$
$\therefore x \in (\frac{1}{2},\infty)$

بالتحويل إلى الصورة الأسية
$e^0 = 2x-1$
$1 = 2x-1$
$2x = 1+1$
$2x = 2$
$x = 1 \in (\frac{1}{2},\infty)$
(حل مقبول)

(b) لتأخذ $\vec{U} = \langle x, 4\rangle$ ، $\vec{V} = \langle 2, -3\rangle$

1- أوجد قيمة X بحيث يكون $\vec{V}$ متعامد مع $\vec{U}$

2 - أوجد قيمة X بحيث يكون $||\vec{U}|| = 5$

① $\vec{V} \perp \vec{U}$
$\therefore \vec{V}\cdot\vec{U} = 0$
$2(x) + 4(-3) = 0$
$2x - 12 = 0$
$2x = 12$
$x = 6$

② $||\vec{U}|| = 5$
$\therefore \sqrt{x^2+(4)^2} = 5$
$\sqrt{x^2+16} = 5$
$x^2+16 = 25$ بتربيع الطرفين
$x^2 = 25-16 = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = +3$ أو $x=-3$

(c) جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء 15 درجة حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 3.8 وفي مادة الكيمياء 15 حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 7.8

ما القيمة المعيارية للدرجة 15 مقارنة مع درجات كل مادة ؟ أيهما أفضل ؟

القيمة المعيارية للدرجة 15 في مادة الفيزياء :

$Z_1 = \frac{x-\bar{x}}{\sigma} = \frac{15-14}{3.8}$
$Z_1 = 0.26$

القيمة المعيارية للدرجة 15 في مادة الكيمياء :

$Z_2 = \frac{x-\bar{x}}{\sigma} = \frac{15-13}{7.8}$
$Z_2 = 0.25$

$0.25 < 0.26$
∴ القيمة المعيارية للدرجة 15 في مادة الفيزياء أفضل من القيمة المعيارية للدرجة 15 في مادة الكيمياء
∴ الدرجة 15 في الفيزياء أفضل من الدرجة 15 في مادة الكيمياء .

ثانياً الأسئلة الموضوعية : -

في البنود من (1 - 3) ظلل دائرة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة وظلل دائرة ⓑ إذا كانت العبارة خطأ : -

1- مجموعة حل $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$ هي { 0 } ⓐ ⓑ

2- الدالة $f(x) = Kx^2 + x - 3, K \epsilon Z^+$ يمكن أن تكون دالة خطية ⓐ ⓑ

3- إذا كانت (x + 3) عامل من عوامل الحدودية f فإن f (-3)=0 ⓐ ⓑ

في البنود من (4 – 10) ظلل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة : -

4- لتكن $y = 3(\frac{1}{2})^{x+1} + 5$ فإن دالة المرجع لها يمكن أن تكون :

ⓐ $y=3(2)^x$ ⓑ $y=3(2)^{-x}$ ⓒ $y= 3(\frac{1}{2})^{x+1}$ ⓓ $Y= (\frac{1}{2})^x$

5- المقدار $2log_4 8 + log_5 125$ يساوي :-

ⓐ 4 ⓑ 5 ⓒ 6 ⓓ 15

6- حل المعادلة : $\ln(2x + 3) = 8$ هو :-

ⓐ $e^8 - 3$ ⓑ $\frac{e^8}{2} - 3$ ⓒ $\frac{e^8 - 3}{2}$ ⓓ $e^4 - 3$

7-إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^4 - k x^2 + x - k$ على (x –1) هو 3 فإن k تساوي :-

ⓐ $\frac{1}{2}$ ⓑ 3 ⓒ $-\frac{1}{2}$ ⓓ $\frac{5}{2}$

8- معكوس الدالة $y = x^2 + 2$ هو :-

ⓐ $y=\sqrt{x-2}$ ⓑ $y = -\sqrt{x-2}$ ⓒ $y=\pm\sqrt{x-2}$ ⓓ ليس أي مما سبق صحيحاً

9- إذا كان $\vec{U} \cdot \vec{V} = 3$ ، $\vec{V} = <-1, m>$ ، $\vec{U} = <2, -2>$ فإن m تساوي

ⓐ $-\frac{5}{2}$ ⓑ $\frac{5}{2}$ ⓒ $\frac{1}{2}$ ⓓ $-\frac{1}{2}$

10- الانحراف المعياري للبيانات التالية :- 1 , 2 , 3 , 4 . 4 , 5 , 5 , 6 يساوي :-

ⓐ 0.78 ⓑ 1.56 ⓒ 2.78 ⓓ 3.78