السؤال الأول :-

(a) بسّط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية :-

(1) $\sqrt[3]{2x^2} \times \sqrt[3]{4x}$

$= \sqrt[3]{2x^2 \times 4x}$

$= \sqrt[3]{8x^3}$

$= \sqrt[3]{2^3 x^3} = \sqrt[3]{(2x)^3} = 2x$

(2) $\sqrt{8}\left(\sqrt{24} + 3\sqrt{8}\right)$

$= \sqrt{8 \times 24} + 3\sqrt{8 \times 8}$

$= \sqrt{192} + 3\sqrt{8^2}$

$= \sqrt{8^2 \times 3} + 3(8)$

$= 8\sqrt{3} + 24$

(b) حل المعادلة التالية :-

$(x+3)^{\frac{1}{2}} - 1 = x$

$(x+3)^{1/2} = (x+1)$

$\sqrt{x+3} = (x+1)$

بتربيع الطرفين :

$\left(\sqrt{x+3}\right)^2 = (x+1)^2$

$x + 3 = x^2 + 2x + 1$

$x^2 + 2x + 1 - x - 3 = 0$

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x+2)(x-1) = 0$

∴ $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \in [-3, \infty)$

أو $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \in [-3, \infty)$

شرط الحل :

$x + 3 \geq 0$

$x \geq -3$

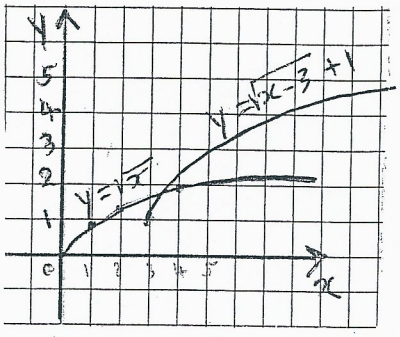
$\therefore x \in [-3, \infty)$

∴ $x = -2$

∴ $x = 1$

السؤال الثاني : -

(a) ارسم دالة الجذر التربيعي ثم اذكر المجال والمدى : - (ارسم دالة المرجع)



$Y = \sqrt{x-3} + 1 \Rightarrow \begin{matrix} h = 3 \\ k = 1 \end{matrix}$

دالة المرجع هي : $Y = \sqrt{x}$

نسحب بيان دالة المرجع 3 وحدات يمينا ، 1 وحدة لأعلى

يبدأ بيان دالة $Y = \sqrt{x-3} + 1$ من النقطة $(3,1)$

من الرسم :- المجال $= [3, \infty)$

المدى $= [1, \infty)$

(b) أكتب دالة أسية لتمثيل مجموعة طوابع ثمنها 35 دينار ، يتزايد ثمنها بمعدل 7.5% سنوياً ، أوجد قيمة الدالة بعد خمسة سنوات .

$Y = a b^x$

$b = 1 + I = 1 + \frac{7.5}{100} = 1.075$

عند $x = 0 \Rightarrow Y = 35$

$\therefore 35 = a(1.075)^0$

$\therefore a = 35$

$\therefore Y = 35(1.075)^x$

بعد خمس سنوات :

$Y = 35(1.075)^5$

$Y = 50.24 \approx 50$

(c) أوجد مجموعة حل المتباينة : -

$$-x^2 + 10x - 24 > 0$$

$$x^2 - 10x + 24 < 0$$

المعادلة المناظرة :- $x^2 - 10x + 24 = 0$

$(x-4)(x-6) = 0 \Rightarrow x-4=0 \Rightarrow x=4$ أو $x-6=0 \Rightarrow x=6$

$(x-4) > 0 \rightarrow x > 4$ ، $(x-4) < 0 \rightarrow x < 4$

$(x-6) < 0 \rightarrow x < 6$ ، $(x-6) > 0 \rightarrow x > 6$

x	$-\infty$		4		6		∞
$(x-4)$		−	0	+		+	
$(x-6)$		−		−	0	+	
$(x-4)(x-6)$		+	0	−	0	+	

∴ مجموعة الحل $= (4, 6)$

السؤال الثالث : -

(a) أكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة إذا علمت أصفارها: -

$0 \quad , \quad -1 \quad (\text{مكرر مرتين})$

∴ أصفار الدالة هي : $0 \; ; \; -1 \; , \; -1$

∴ العوامل للدالة هي : $x \quad (x+1) \quad (x+1)$

$$f(x) = x(x+1)(x+1)$$
$$= x(x+1)^2$$
$$f(x) = x(x^2+2x+1) = x^3+2x^2+x$$

(b) أستخدم الأصفار النسبية الممكنة لحل المعادلة :-

$$x^3 - 3X + 2 = 0$$

عوامل الحد الثابت (2) : $\pm 2 , \pm 1$

عوامل المعامل الرئيسي (1) : ± 1

الأصفار النسبية الممكنة هي : $\pm 2 , \pm 1$

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$
$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 2 = 0$$

∴ 1 صفر للدورية .

$(x-1)$ عامل من عوامل $f(x)$.

نقسم $f(x)$ على $(x-1)$ ∴

	1	0	-3	2
1		1	1	-2
	1	1	-2	0

∴ ناتج القسمة : (x^2+x-2)

∴ حل المعادلة : $x^2+x-2 = 0$

$$(x+2)(x-1) = 0$$
$$\therefore x+2 = 0 \rightarrow x = -2$$
$$x-1 = 0 \rightarrow x = 1$$

∴ حل المعادلة هي :- $x = -2 \; , \; x = 1$ (صفر مكرر مرتين)

(c) أوجد مجموعة حل المعادلة :

$$\text{Log } x^2 - \text{Log}(x^2 - x) = 1 \quad , \quad x \in (1, \infty)$$

$$\log \frac{x^2}{(x^2-x)} = 1$$

بالتحويل إلى الصورة الأسية :

$$\frac{x^2}{x^2-x} = 10^1$$
$$10x^2 - 10x = x^2$$
$$10x^2 - x^2 - 10x = 0$$
$$9x^2 - 10x = 0$$
$$x(9x-10) = 0 \Rightarrow$$

$x = 0 \notin (1, \infty)$

$(9x-10) = 0 \Rightarrow 9x = 10$

$\therefore x = \frac{10}{9} \in (1, \infty)$

$\therefore x = \frac{10}{9}$

∴ مجموعة الحل $= \{ \frac{10}{9} \}$

السؤال الرابع: -

(a) استخدم خواص اللوغاريتم الطبيعي لحل المعادلة : -

$$e^{4(x+1)} = 32$$

بأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين :-

$$\ln e^{4(x+1)} = \ln 32$$

$$4(x+1)\ln e = \ln 32$$

$$4(x+1)\cdot 1 = \ln 32$$

$$x+1 = \frac{\ln 32}{4}$$

$$x = \frac{\ln 32}{4} - 1$$

$$\therefore x \simeq -0.134$$

(b) 1- إذا كان $\vec{V} = \langle X, \frac{12}{13} \rangle$ فأوجد قيمة X بحيث يصبح $\vec{V}$ متجه وحدة

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{x^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2} = 1$$

بتربيع الطرفين:

$$\sqrt{x^2 + \frac{144}{169}} = 1$$

$$x^2 + \frac{144}{169} = 1$$

$$x^2 = 1 - \frac{144}{169}$$

$$x^2 = \frac{25}{169}$$

$$x = \frac{5}{13} \quad \text{أو} \quad x = -\frac{5}{13}$$

2 - أثبت أن $\vec{A} = \langle 3, -2 \rangle$ ، $\vec{B} = \langle 6, -4 \rangle$ حيث $\vec{A} \parallel \vec{B}$

$$\because \frac{x_A}{x_B} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{y_A}{y_B} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \vec{A} = \frac{1}{2}\vec{B} \Rightarrow \vec{A} = k\vec{B} \Rightarrow \therefore \vec{A} \parallel \vec{B}$$

$$x_A y_B - x_B y_A$$

$$= 3(-4) - 6(-2)$$

$$= -12 + 12$$

$$= 0$$

$$\therefore \vec{A} \parallel \vec{B}$$

(c) يبلغ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس 140 طالباً مرقمين من 1 إلى 140 ، المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 7 لزيارة إحدى دور المسنين . باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف السادس والعمود التاسع .

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الاصلي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{140}{7} = 20$$

نختار أول عدد عشوائي مكون من مرقمين من جهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية الذي يزيد عن العدد 20 ، نجد أن العدد 15 يقع في تقاطع الصف السادس والعمود التاسع

15

$$15 + 20 = 35$$

$$35 + 20 = 55$$

$$55 + 20 = 75$$

$$75 + 20 = 95$$

$$95 + 20 = 115$$

$$115 + 20 = 135$$

∴ العينة العشوائية المنتظمة :-

15, 35, 55, 75, 95, 115, 135

ثانياً الأسئلة الموضوعية : -

فى البنود من (1 - 3) ظلل دائرة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة وظلل دائرة ⓑ

إذا كانت العبارة خطأ : -

1- $x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{6}}$ ⓐ ⓑ

2- توجد عند رأس المنحنى للدالة $y = -(x-5)^2 - 2$ قيمة عظمى ⓐ ⓑ

3- الدالة $f(x) = (x-2)^2 - 1$ تقبل القسمة على $(x-1)$ ⓐ ⓑ

فى البنود من (4 – 10) ظلل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة : -

4- إذا كانت $f(x)$ تقبل القسمة على $(x-2)^2$ فإن :-

ⓐ x= 2 صفر مكرر من أصفار الدالة f ⓑ x=2 صفر من أصفار الدالة f

Ⓒ x=- 2 صفر مكرر من أصفار الدالة f ⓓ x=- 2 صفرمن أصفار الدالة f

5- مجموعة حل المعادلة $\log_2 (x^2 - x) = 1$ هي :-

ⓐ {-1} ⓑ {1 , 2} Ⓒ {-1 , 2} ⓓ {-1 ,-2}

6- $3 \ln 4 - 5 \ln 2$ على شكل لوغاريتم واحد تكتب :-

ⓐ $ln(-18)$ ⓑ $\ln(\frac{6}{5})$ Ⓒ ln 2 ⓓ ln32

7-أي قيمة مما يلي ليست حلاً للمعادلة : $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$:-

ⓐ -1 ⓑ - 3 Ⓒ 3 ⓓ 2

8- باستخدام بيان الدالة $y = \frac{1}{3}(4)^x$ كدالة مرجع يمكن رسم بيان الدالة :-

ⓐ $y = 3(4)^x$ ⓑ $y = 3(4)^{-x}$ Ⓒ $y=\frac{1}{3}(2)^{2x+1}$ ⓓ $y= \frac{1}{3}(2)^{3x}$

9- A B C D متوازي أضلاع حيث A(-2,1) ، B(0,-2) ، C(3,-1) إذاً إحداثيات D هي : -

ⓐ (2,2) ⓑ (-1,2) Ⓒ (1,2) ⓓ $(1,-2)$

10- إذا كان طول الفترة يساوي 40 وحجم المجتمع الإحصائي يساوي1000 حجم العينة يساوي :-

ⓐ 35 ⓑ 25 Ⓒ 40 ⓓ 30