السؤال الأول :-

(a) بسّط ما يلي إن أمكن :-

(1) $$\frac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{8}}$$

$$= \sqrt[5]{\frac{256}{8}} = \sqrt[5]{32}$$

$$= \sqrt[5]{2^5} = 2$$

(2) $$\sqrt[5]{32\,y^{10}}$$

$$= \sqrt[5]{2^5 (y^2)^5} = \sqrt[5]{(2y^2)^5}$$

$$= 2y^2$$

(b) حل المعادلات التالية :-

(1) $$(3x+1)^{\frac{1}{2}} - (2x+5)^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+5} = 0$$

$$\sqrt{3x+1} = \sqrt{2x+5}$$

بتربيع الطرفين :

$$3x+1 = 2x+5$$

$$3x-2x = 5-1$$

$$x = 4 \in [-\tfrac{1}{3}, \infty)$$

شرط الحل :-

$3x+1 \geq 0$, $2x+5 \geq 0$

$3x \geq -1$, $2x \geq -5$

$x \geq -\frac{1}{3}$, $x \geq -\frac{5}{2}$

$\therefore x \in [-\frac{1}{3}, \infty)$

(2) $$3^{x^2-5x} = 9^{-2}$$

$$3^{x^2-5x} = (3^2)^{-2}$$

$$3^{x^2-5x} = 3^{-4}$$

$\therefore x^2 - 5x = -4$

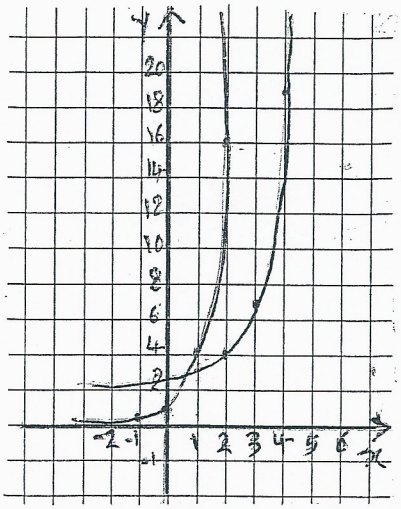
$x^2 - 5x + 4 = 0$

$\therefore (x-4)(x-1) = 0$

$(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4 \in [-\frac{1}{3}, \infty)$

$(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \in [-\frac{1}{3}, \infty)$

السؤال الثانى : -



(a) ارسم بيان الدالة الأسية مستخدماً دالة المرجع :

$$Y = (4)^{x-2} + 3$$

① نكون جدول القيم لدالة المرجع $Y = 4^x$

x	$Y = 4^x$
-1	$\frac{1}{4}$
0	1
1	4
2	16
3	64

② نمثل بيان دالة المرجع $Y=4^x$

نسحب بيان المرجع 2 وحدة إلى اليمين و 3 وحدات لأعلى

حيث : $h = 2$ ، $k = 3$

(b) أوجد مجموعة حل المتباينة : -

$$\frac{x^2-6x+8}{x-4} > 0$$

$$\frac{(x-4)(x-2)}{x-4} > 0$$

نحدد أصفار المقام : $x-4=0 \rightarrow \boxed{x=4}$

$$\therefore \frac{(x-4)(x-2)}{(x-4)} > 0 \quad , x \neq 4$$

$$\therefore (x-2) > 0 \Longrightarrow x > 2$$

القيمة $x=4$ غير مقبولة لأنها صفر المقام .

$\therefore$ مجموعة الحل $= (2, \infty) - \{4\}$

(c) استخدم الأصفار النسبية الممكنة لحل المعادلة :

$$x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x = 18$$

$$x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x - 18 = 0$$

$$f(2) = (2)^4 - 3(2)^3 - 7(2)^2 + 27(2)$$

$$f(2) = 0$$

$\therefore$ 2 صفر من أصفار $f(x)$

$f(x)$ عامل من عوامل $(x-2)$

$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ تقسم $f(x)$ على

$$x^2 - 3x + 2 \;\overline{)\; x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x - 18}$$

$$\ominus x^4 \oplus 3x^3 \ominus 2x^2$$

$$\ominus 9x^2 + 27x - 18$$

$$\oplus 9x^2 \ominus 27x \oplus 18$$

$$0 \quad 0 \quad 0$$

$\therefore$ ناتج القسمة $= x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$

$\therefore$ تحليل المعادلة :- $(x-1)(x-2)(x-3)(x+3) = 0$

$\therefore x=1 \;,\; x=2 \;,\; x=3 \;,\; x=-3$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{1, 2, -3, 3\}$

عوامل الحد الثابت هى : $\pm 1, \pm 18, \pm 3, \pm 6, \pm 2, \pm 9$

عوامل المعامل الرئيس (١) : ± 1

$\therefore$ الأصفار النسبية الممكنة هى :- $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18$

$$f(x) = x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x - 18$$

$$f(1) = 1 - 3 - 7 + 27 - 18 = 0$$

$\therefore$ 1 صفر من أصفار $f(x)$

$(x-1)$ عامل من عوامل $f(x)$

السؤال الثالث : -

(a) اَستخدم القسمة التركيبية والعامل المعطى لتحليل دالة كثيرة الحدود بالكامل: -

$$y = x^3 + 2x^2 - 5x - 6 \ , \ (x + 1)$$

-1	1	2	-5	-6
		-1	-1	6
	1	1	-6	0

∴ ناتج القسمة = $x^2 + x - 6$ ، الباقى = 0

$= (x+3)(x-2)$

$\therefore y = (x+1)(x+3)(x-2)$

(b) أستخدم خواص اللوغاريتمات لإيجاد قيمة المقدار :-

$$\text{Log } 5 + \log 8 - 2\log 2$$

$\therefore \log(5 \times 8) - \log 2^2 = \log 40 - \log 4$

$= \log \frac{40}{4} = \log 10 = 1$

(c) حل المعادلات التالية :-

1- $\sqrt[7]{x^2} - 12 = 5$

$\sqrt[7]{x^2} = 5 + 12$

$\sqrt[7]{x^2} = 17$

$x^{\frac{2}{7}} = 17$ ←

$(x^{\frac{2}{7}})^{\frac{7}{2}} = (17)^{\frac{7}{2}}$

$|x| = \sqrt{(17)^7}$

$\therefore x = \pm 20256.817$

2- $\log_2(3x - 5) = 1$

بالتحويل إلى الصورة الأسية :-

$3x - 5 = 2^1$

$3x = 2 + 5$

$3x = 7$

$x = \frac{7}{3} \in (\frac{5}{3}, \infty)$ (حل مقبول)

الشرط الحل :-

$3x - 5 > 0$

$3x > 5$

$x > \frac{5}{3}$

$\therefore x \in (\frac{5}{3}, \infty)$

السؤال الرابع: -

(a) حل المعادلة التالية : - $\ln x - 3\ln 3 = 3$

$$\ln x - \ln 3^3 = 3$$

$$\ln \frac{x}{3^3} = 3 \Rightarrow \ln \frac{x}{27} = 3$$

$$\therefore e^3 = \frac{x}{27} \Rightarrow x = 27e^3$$

$$\therefore x = 542.31$$

(b)-1- أوجد طول المتجه $\vec{W} = \langle -3, -2 \rangle$ وقياس الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

$$\|\vec{w}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \text{ units}$$

نفرض أن θ هو قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{W}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ، زاوية الإسناد α

$$\tan \alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{-3}{-2}\right| = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \alpha = 56^\circ 18' 35.7''$$

$$\because x < 0 , y < 0 \Rightarrow \therefore \theta = 180^\circ + \alpha = 236^\circ 18' 35.7''$$

-2- لتأخذ $\vec{V} = \langle -3, 2 \rangle$ ، $\vec{W} = \langle 2, -1 \rangle$ أوجد $\vec{V} \cdot \vec{W}$

$$\vec{V} \cdot \vec{W} = x_v \cdot x_w + y_v y_w$$

$$= -3(2) + 2(-1)$$

$$= -6 - 2 = -8$$

(c) على افتراض أن المتوسط الحسابي لأرباح إحدى الشركات هو 850 دينار والانحراف المعياري 175 دينار والمنحنى التكراري لأرباح هذه الشركة هو على شكل جرس (توزيع طبيعي) ، طبق القاعدة التجريبية على المتوسط الحسابي لأرباح هذه الشركة .

$\bar{x} = 850 , \sigma = 175$

باستخدام القاعدة التجريبية :

① حوالي 68% من الأرباح تقع في الفترة : $[\bar{x} - \sigma , \bar{x} + \sigma]$

$$= [850 - 175 , 850 + 175] = [675, 1025]$$

② حوالي 95% من الأرباح في الفترة : $[\bar{x} - 2\sigma , \bar{x} + 2\sigma]$

$$= [850 - 2(175) , 850 + 2(175)] = [850 - 350 , 850 + 350]$$

$$= [500, 1200]$$

③ حوالي 97% من الأرباح في الفترة : $[\bar{x} - 3\sigma , \bar{x} + 3\sigma]$

$$= [850 - 3(175) , 850 + 3(175)] = [850 - 525, 850 + 525] = [325, 1375]$$

ثانياً الأسئلة الموضوعية : -

في البنود من (1 - 3) ظلل دائرة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة وظلل دائرة ⓑ إذا كانت العبارة خطأ : -

1- $(3-2\sqrt{2})^5 \times (3+2\sqrt{2})^5 = 1$ ⓐ ⓑ

2- معادلة محور التماثل للقطع المكافئ $y = 3x^2 + 12x + 8$ هي y=-2 ⓐ ⓑ

3- إن { 1 } هي مجموعة حل المعادلة $3x^4 + 12x^2 - 15 = 0$ ⓐ ⓑ

في البنود من (4 – 10) ظلل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة : -

4- باقي قسمة $(x^4 + 2)$ على $(x - 3)$ هو :-

ⓐ 3 ⓑ 27 ⓒ 81 ⓓ 83

5- حل المعادلة $log_x 81 - log_x 9 = 2$ هو :-

ⓐ -3 ⓑ $\frac{1}{3}$ ⓒ 3 ⓓ 9

6- حل المعادلة $e^{2x} = 10$ هو :-

ⓐ $x \frac{\ln 10}{2}$ ⓑ ln 5 ⓒ $\frac{5}{e}$ ⓓ 2ln10

7- يعطي الرقم الهيدروجيني (PH) بالعلاقة $PH = -\log [H^+]$ إذا كان تركيز أيون الهيدروجين $[H^+]$ في السبانخ هو 4×10^{-6} فإن الرقم الهيدروجيني للسبانخ هو:-

ⓐ -6.6 ⓑ 6.6 ⓒ -5.4 ⓓ 5.4

8- $\vec{U} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ ، $\vec{V} = x\vec{i} - \vec{j}$ هما متجهان متوازيان قيمة Xهي :

ⓐ 2 ⓑ - 2 ⓒ 8 ⓓ - 8

9- بيان الدالة : 1 - $f(x) = 3(5)^x$ هو انعكاس في محور الصادات لبيان الدالة f(x)

ⓐ $3(5)^x + 1$ ⓑ $3(5)^{-x} - 1$ ⓒ $-3(5)^x + 1$ ⓓ $3(5)^{-x} + 1$

10- إذا كان حجم العينة يساوي 100 وحجم المجتمع الاحصائي يساوي 2000 فكسر المعاينة يساوي :-

ⓐ 0.3 ⓑ 0.5 ⓒ 0.05 ⓓ 0.02