وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

ثانوية قرطبة - بنات

الفصل الدراسي الثاني

لعام ٢٠١٤/٢٠١٣

نموذج (٣)

اختبار الفترة الدراسية الثالثة

الصف الحادي عشر علمي

السؤال الأول:

(أ) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب

$$z=5+12i$$

نفرض الجذر التربيعي للعدد z هو

$w = m + ni$

$\boxed{1}\ w^2 = z$

$(m+ni)^2 = 5+12i$

$m^2 - n^2 + 2mni = 5 + 12i$

$m^2 - n^2 = 5$ — ① $2mn = 12$ — ②

$\boxed{2}\ |w|^2 = |z|$

$\left(\sqrt{m^2+n^2}\right)^2 = \sqrt{(5)^2+(12)^2}$

$m^2 + n^2 = 13$ — ③

بجمع ① ، ③

$m^2 - n^2 = 5$

$m^2 + n^2 = 13$

$2m^2 = 18$

$m^2 = 9 \rightarrow m = \pm 3$

$m = 3 \rightarrow 2 \times 3n = 12 \rightarrow n = 2$

$m = -3 \rightarrow n = -2$

∴ الجذران التربيعيان: $w_1 = 3 + 2i$ ، $w_2 = -3 - 2i$

(ب) لتكن المعادلة : $z^2+z+1=0$

(a) بدون حل المعادلة : أثبت أن العدد المركب $\dfrac{-1-\sqrt{3}\,i}{2}$ **هو جذر لهذه المعادلة.**

(b) أوجد الجذر الثاني

بالتعويض بالعدد المركب $\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ في المعادلة

الطرف الأيسر $= \left(\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1-\sqrt{3}}{2}\right) + 1 =$ صفر $=$ الطرف الأيمن

∴ $\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ هو جذر المعادلة

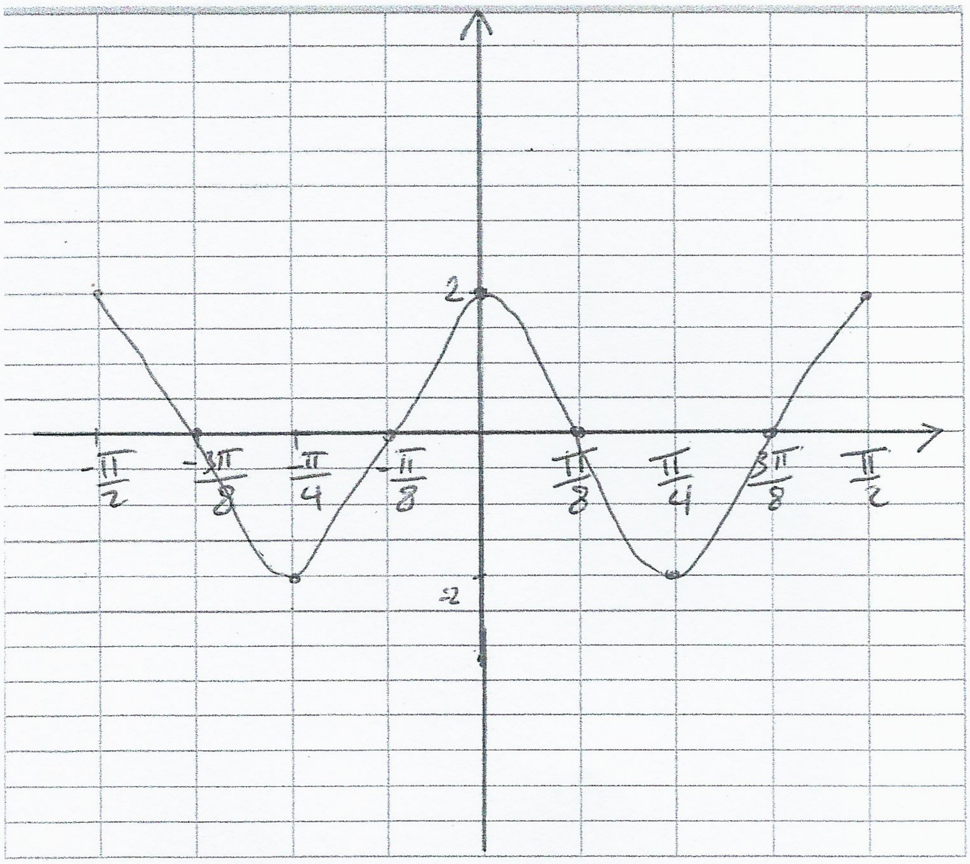
∵ المعادلة معاملاتها حقيقية ∴ الجذر الثاني هو مرافق للجذر الأول

∴ الجذر الثاني $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ∴ م.ح $= \left\{ \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} ، \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \right\}$

السؤال الثاني:

(أ) أوجد السعة والدورة ثم ارسم بيان الدالة:

$$y=2\cos 4x$$



السعة $= |2| = 2$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{4}$

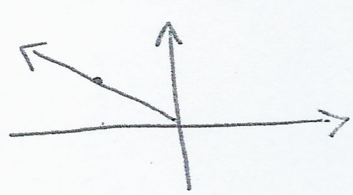
$= \frac{\pi}{2}$

ربع الدورة $= \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{\pi}{8}$

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$4x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 4x$	1	0	-1	0	1
$2\cos 4x$	2	0	-2	0	2

(ب) ضع في الصورة المثلثية:

$$z=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$$



$r = \sqrt{\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$

$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{\frac{1}{2}}{\frac{-\sqrt{3}}{2}}\right| = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$

$\theta = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

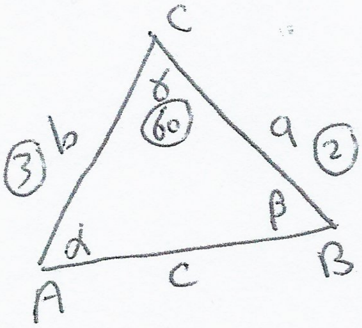
الصورة المثلثية:

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$z = \left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

السؤال الثالث:

(أ)حل ΔABC حيث: $a=2cm\,, b=3cm\,, \gamma=60^0$



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$
$$= 2^2 + 3^2 - 2\times 2\times 3\cos 60$$
$$= 7 \qquad \therefore c = \sqrt{7}$$

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$\frac{\sin\alpha}{2} = \frac{\sin\beta}{3} = \frac{\sin 60}{\sqrt{7}}$$

$$\sin\alpha = \frac{2\sin 60}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$ ربع أول / ربع ثاني

$$\therefore \alpha = \sin^{-1}\frac{\sqrt{21}}{7} \simeq 40.9^\circ$$

$$\alpha = 180 - 40.9^\circ = 139.1^\circ$$ مرفوض

لأن $60 + 139.1^\circ$ أكبر من 180°

$$\therefore \beta = 180 - (40.9^\circ + 60^\circ)$$
$$= 79.1^\circ$$

(ب)اكتب في الصورة الجبرية : $\overline{\left(\dfrac{\overline{5+i}}{2+3i}\right)}$

$$\frac{\overline{5+i}}{2+3i} = \frac{5-i}{2+3i} \times \frac{2-3i}{2-3i} = \frac{10-15i-2i+3i^2}{4+9}$$

$$= \frac{10-17i-3}{13} = \frac{7-17i}{13} = \frac{7}{13} - \frac{17}{13}i$$

في البنود من من(1-3) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة:

الصورة الجبرية للعدد : $\sqrt{-4}+3$ هي: $3+2i$

(1) ✓

الإحداثيات الديكارتية للنقطة $A\left(4,\frac{7\pi}{6}\right)$ هي: $A\left(-2\sqrt{3},2\right)$

(2) X

الدالة التي دورتها $\frac{\pi}{2}$ وسعتها 3 هي $y=3\sin\left(\frac{\pi\theta}{2}\right)$

(3) X

في البنود من (8-4) لكل عبارة أربعة اختيارات اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل الرمز الدال عليها :

---

(4)

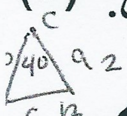
أبسط صورة للتعبير : $\left(3+\sqrt{-4}\right)\left(4+\sqrt{-9}\right)$ هي:

(a) $18+17i$ (b) $18+3\sqrt{-9}+4\sqrt{-4}$ (c) $6+17i$ (d) 18

---

(5)

إذاكان: $a=2\text{cm}, b=3\text{cm}, m\left(\hat{C}\right)=40^0$ فإن مساحة المثلث ΔABC تساوي:



(a) 4.6cm^2 (b) 3.86cm^2 (c) 1.93cm^2 (d) 2.3cm^2

---

(6)

إذاكان: $xi^2+3yi=5+3i^5$ فإن: (x,y) تساوي

(a) $(5,1)$ (b) $(-5,-1)$

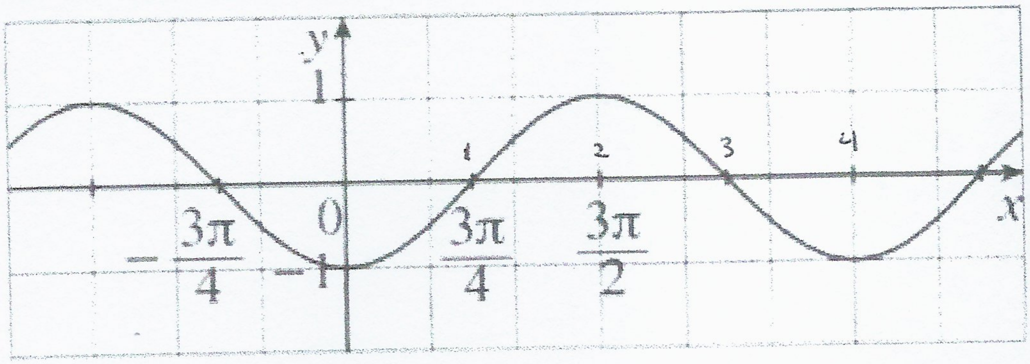
(c) $(5,-1)$ (d) $(-5,1)$

7) إذا كان $z=i$ فإن z^{250} يساوي:

ⓐ $-i$ ⓑ i ⓒ 1 ⓓ -1

---

(8) ليكن g دالة دورية بيانها كما في الشكل التالي فإن الدورة تساوي :



ⓐ π ⓑ 2π ⓒ 3π ⓓ $\frac{6\pi}{4}$