دوله الكويت
وزارة التربية

الزمن : ساعتان ونصف
(الامتحان في8صفحات)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

نموذج الإجابة

تراعى الحلول الأخرى

القسم الأول – أسئلة المقال

السؤال الأول:

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4\,i$ **(7 درجات)**

الحل: ليكن $w = m + n\,i$ جذرا تربيعيا للعدد z فيكون $w^2 = z$

$\therefore (m + n\,i)^2 = -3+4i \longrightarrow m^2 - n^2 + 2\,n\,m\,i = -3+4\,i$

$\therefore\ m^2 - n^2 = -3 \quad .....(1)$

$2\,m\,n = 4 \quad .....(2) \longrightarrow$ لهما نفس الإشارة $n\ ,\ m$

$\because\ |w|^2 = |z| \longrightarrow (\sqrt{m^2 + n^2}\ )^2 = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$

$\therefore\ m^2 + n^2 = 5 \quad .....(3)$

من المعادلة (1)،(3) نجد أن:

$2\,m^2 = 2 \longrightarrow m = \pm 1$

$2\,n^2 = 8 \longrightarrow n = \pm 2$

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد $z = -3 + 4\,i$ هما:

$w_1 = 1 + 2\,i \quad , \quad w_2 = -1 - 2\,i$

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة: **(3 درجات)**

$y = 3 \cos 2x$

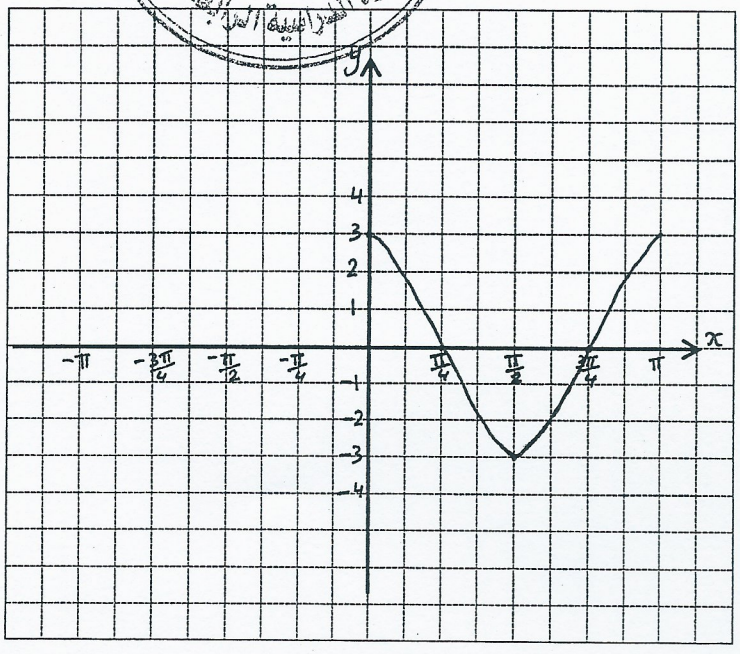
الحل:

السعة : $a = |3| = 3$

الدورة: $\dfrac{2\pi}{|b|} = \dfrac{2\pi}{|2|} = \pi$

ربع الدورة : $\dfrac{\pi}{4}$

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
y	3	0	-3	0	3



تحديد النقاط على الرسم 1½

الشكل العام للمنحنى ½

نموذج الإجابة

السؤال الثاني :

(a) ABC مثلث فيه $a = 3\ cm\ ,\ b = 8\ cm\ ,\ c = 7\ cm$ **(5 درجات)**

أوجد : (1) قياس أكبر زاوية

(2) مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل:

(1) قياس أكبر زاوية هو β لأنها تقابل أطول ضلع

½ $\cos\beta = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

1 $= \dfrac{3^2 + 7^2 - 8^2}{2\,(3)\,(7)} = \dfrac{-1}{7}$

½ $\therefore\ \beta \approx 98.21^\circ$

(2)

½ $s = \dfrac{1}{2}\,(a + b + c)$

½ $= \dfrac{1}{2}\,(3 + 8 + 7) = 9$

1 $\text{Area} = \sqrt{s\,(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{9(9-3)(9-8)(9-7)}$

½ $= \sqrt{108} = 6\sqrt{3}\ cm^2$

نموذج الإجابة

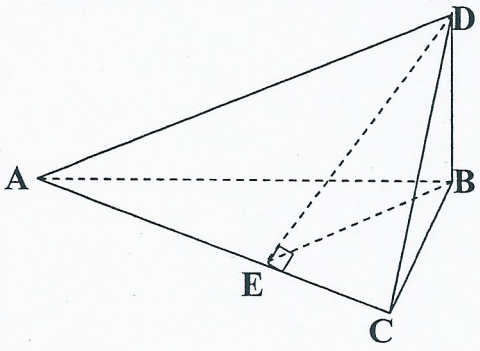
(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ، $\overline{DB} \perp (ABC)$، $DB = 5cm$ ، $AB = 10cm$ ، $m(B\hat{A}C) = \frac{\pi}{6}$

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ، أوجد : BE (1)

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

البرهان :



(1) في المستوى ABC:

½ $\because \overline{BE} \perp \overline{AC} \longrightarrow \therefore m(B\hat{E}A) = \frac{\pi}{2}$

½ $\because m(B\hat{A}C) = \frac{\pi}{6} \longrightarrow \Delta$ AEB ثلاثيني ستيني

½ $\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 5$ cm

½ (2) $\overleftrightarrow{AC}$ هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC

½ في المستوى BAC : $\overline{BE} \perp \overline{AC}$

½ في المستوى DAC : $\overline{DE} \perp \overline{AC}$

$\therefore \overleftrightarrow{AC}$ حافة الزاوية الزوجية بين المستويين

½ $\therefore$ الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $B\hat{E}D$

½ $\because \overline{DB} \perp (ABC)$, $\overline{BE} \subset (ABC) \longrightarrow \therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$

½ + ½ $\therefore \Delta$ DBE قائم الزاوية في $\hat{B}$ وهو متطابق الضلعين $\longleftarrow m(B\hat{E}D) = \frac{\pi}{4}$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\frac{\pi}{4}$

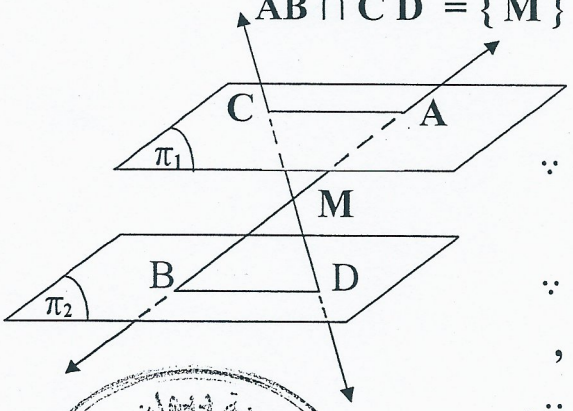
نموذج الإجابة

السؤال الثالث :

(a) في الشكل المقابل π_1 , π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما (5 درجات)

حيث: $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$, $A, C \in \pi_1$, $B, D \in \pi_2$

أثبت أن $\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$



البرهان:

½ ∵ $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$

½ ∴ يعينان مستوى وحيد هو (ADBC)

½ ∵ $(ADBC) \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CA}$

½ , $(ADBC) \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{BD}$

½ , ∵ $\pi_1 \parallel \pi_2$

1 ∴ $\overleftrightarrow{CA} \parallel \overleftrightarrow{BD}$

في المستوى ADBC:

½ + ½ $\Delta BMD \sim \Delta AMC$ (لتطابق زواياهما)

وينتج أن :

½ $\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$

الجمهورية اليمنية ديوان عام الوزارة الفترة الدراسية الرابعة نموذج الإجابة
وزارة التربية
2013-2014

(b) حل المعادلة : $2\cos x \sin x - \cos x = 0$, $x \in [0, 2\pi)$ (5 درجات)

الحل:

½ $\cos x (2\sin x - 1) = 0$

½ + ½ ∴ $\cos x = 0$ or $2\sin x - 1 = 0$

1 + ½ ∴ $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$

$\sin x = \frac{1}{2}$

نفرض α هي زاوية الإسناد حيث $\sin \alpha = |\sin x|$

$= |\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$

½ ∴ $\alpha = \frac{\pi}{6}$

∵ $\sin x > 0$

∴ x تقع في الربع الأول أو الثاني

½ في الربع الأول: $x = \alpha = \frac{\pi}{6}$

½ + ½ في الربع الثاني: $x = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

∴ حل المعادلة هو: $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{5\pi}{6}$

السؤال الرابع : (a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$ (4 درجات)

الحل:

الطرف الأيسر $= \frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\tan^2 x}{\sin x}$ — 1

$= \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\sin x}$ — 1

$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{1}{\sin x}$ — ½

$= \frac{\sin x}{\cos^2 x}$ — ½

الطرف الأيمن $= \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{1}{\cos x} = \tan x \cdot \sec x$ — ½ + ½

(b) ❶ حل المعادلة : ${}_nC_2 = 105$ (3 درجات)

الحل:

$\frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 105$ — 1

$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = 105$ — ½

$n(n-1) = 210$ — ½

$n(n-1) = 15 \times 14 \longrightarrow n = 15$ — ½ + ½

❷ يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.
يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة. (3 درجات)

الحل:

نفرض الحدث A : استخدام اليد اليسرى في الكتابة
الحدث B : عدم استخدام اليد اليسرى في الكتابة
الحدث E : 4 طلاب يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة

$P(A) = m = \frac{11}{100} = 0.11$, $P(B) = 1 - m = 0.89$ — ½ + ½

للحدث E يكون $n = 30$, $k = 4$ — ½

فيكون احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة هو

$P(E) = {}_nC_k \ (m)^k \ (1-m)^{n-k}$ — ½

$= {}_{30}C_4 \ (0.11)^4 \ (0.89)^{26}$ — ½

$= 0.19388$ — ½

نموذج الإجابة

القسم الثاني – البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1- 4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1)	إذا كان: $x\,i^2 + 3\,y\,i = 5 + 3\,i^5$ فإن $(x\,,y) = (-5\,,1)$
(2)	الدالة: $y = a \tan bx$ دالة دورية دورتها $\frac{\pi}{\lvert 2\,b \rvert}$
(3)	$\cos 6x = 2\cos^2 3x - 1$
(4)	إذا توازى مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

ثانياً : في البنود من (5- 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد $z = 2 - 2\sqrt{3}\,i$ حيث $\theta \in [\,0\,,2\pi\,)$ هي:

ⓐ $z = 4\,(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$ ⓑ $z = 4\,(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3})$

ⓒ $z = 4\,(\cos\frac{-\pi}{3} + i\sin\frac{-\pi}{3})$ ⓓ $z = 4\,(\cos\frac{5\pi}{3} - i\sin\frac{5\pi}{3})$

(6) يمثل بيان الدالة: $f(x) = 2\cos(x) - 1$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$:

ⓐ انكماشا رأسيا بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة

ⓑ تمددا رأسيا بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة

ⓒ انكماشا رأسيا بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

ⓓ تمددا رأسيا بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

وزارة التربية 2013-2014

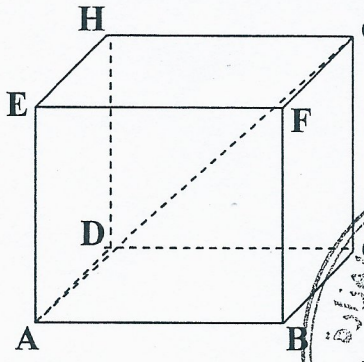
نموذج الإجابة

(7) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ يساوي:

ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$ ⓑ $\frac{1}{2}(\sin x+\cos x)$

ⓒ $\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x$

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



ⓐ 18 cm ⓑ 9 cm

ⓒ $3\sqrt{3}$ cm ⓓ $\sqrt{3}$ cm

(9) الحدثان r , t متنافيان حيث $P(t)=\frac{3}{5}$, $P(r)=\frac{1}{3}$ يكون $P(t\cup r)$ يساوي:

ⓐ $\frac{1}{5}$ ⓑ $\frac{14}{15}$ ⓒ $\frac{4}{15}$ ⓓ 0

(10) في مفكوك $(3x+2y)^8$ الحد الذي يحوي x^3y^5 هو:

ⓐ T_3 ⓑ T_4 ⓒ T_5 ⓓ T_6

انتهت الأسئلة،،،،،،،،

نموذج الإجابة

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(2)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(3)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

10