دولة الكويت

وزارة التربية

(الأسئلة في 8 صفحات)

الصف الحادي عشر علمي الزمن : ساعتان و45 دقيقة

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة ـ المجال الدراسي الرياضيات ـ العام الدراسي 2014 / 2015 م

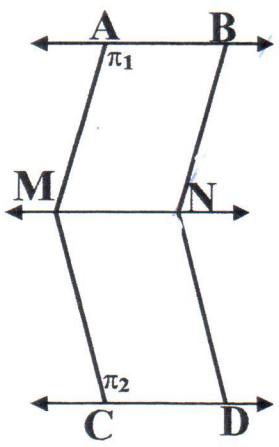
القسم الأول ـ أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 5 + 12\,i$ (5 درجات)

(b) في الشكل المقابل ليكن π_1 , π_2 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$ (5 درجات)

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ اثبت $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$, $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$, $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$



السؤال الثاني :

(a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$ ، $z_2 = 3 + i$ فاوجد : (3 درجات)

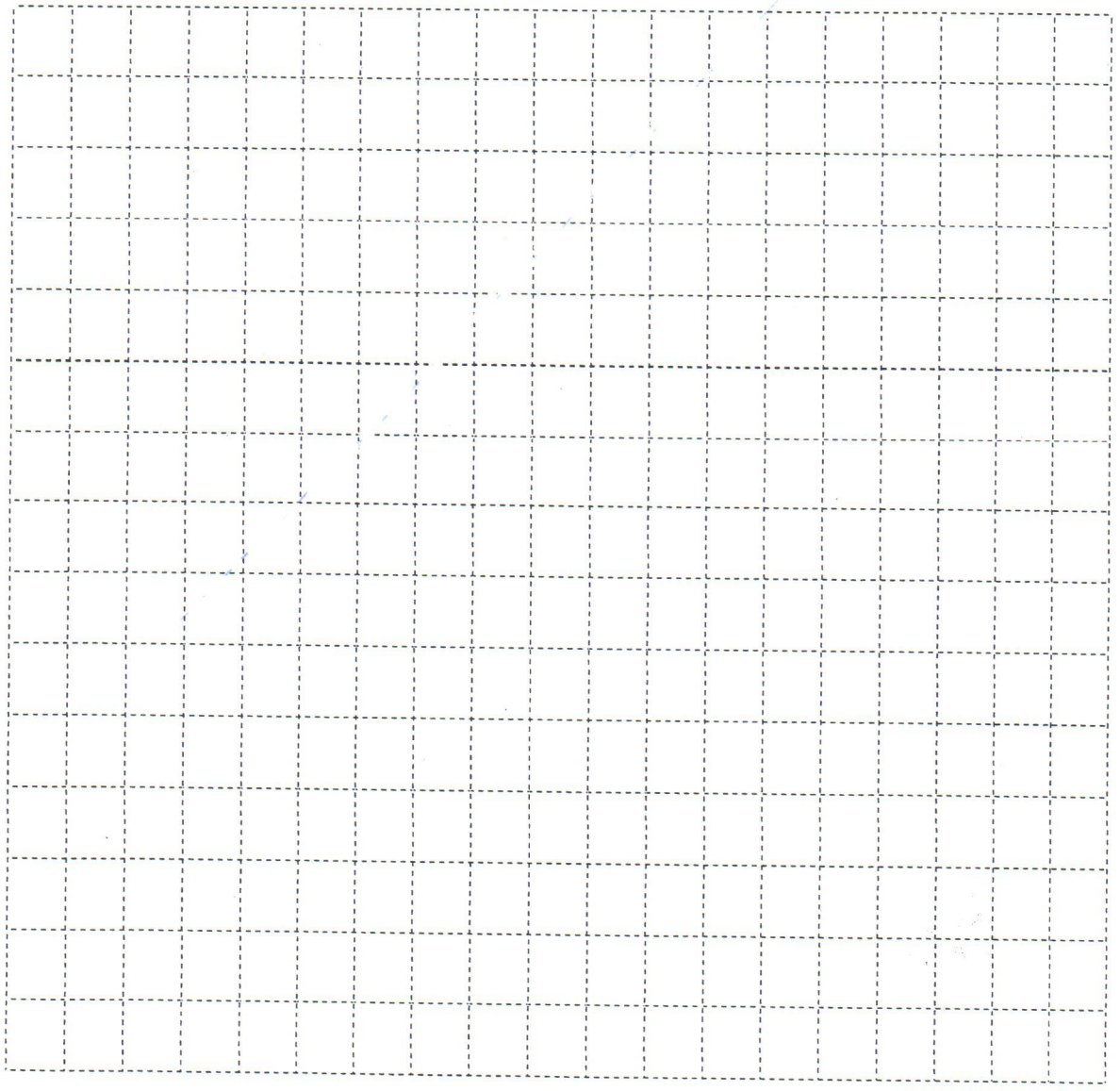
(1) $z_2 \cdot z_1$ (2) $(\overline{z_2 + z_1})$ (3) $(z_2)^{-1}$

(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 7\ cm$ ، $b = 6\ cm$ ، $\alpha = 26.3^{o}$ (3 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3 \cos 4x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)

ثم ارسم بيانها

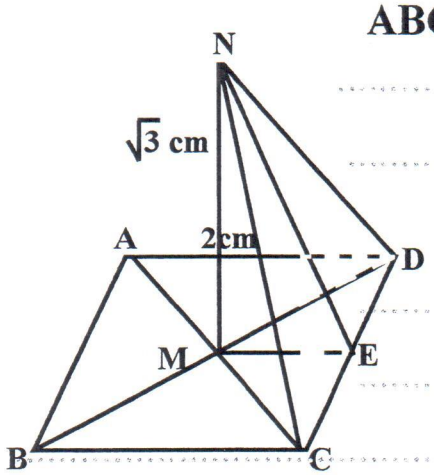


السؤال الثالث :

(a) ABCD مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه AD = 2cm ، E منتصف $\overline{CD}$ (7 درجات)

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على (ABCD) حيث N خارج مستواه بحيث $MN=\sqrt{3}$ cm

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD



(b) اثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ (3 درجات)

السؤال الرابع :

(a) إذا كان $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ $\quad \frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فاوجد : (5 درجات)

(1) $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ $\qquad$ (2) $\tan 2\theta$

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة : ${}_{2n}C_4 = \frac{1}{2}\ {}_{2n}C_5$ (5 درجات)

وزارة التربية

مكتب الوكيل المساعد للتعليم العام

نموذج الإجابة

الفترة الدراسية الرابعة

العام الدراسي : 2014 / 2015 م

دولة الكويت

وزارة التربية (الأسئلة في 8 صفحات)

الصف الحادي عشر علمي الزمن : ساعتان و45 دقيقة

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2014 / 2015 م

نموذج الاجابة

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 5 + 12i$ (5 درجات)

ليكن $w = m + ni$ جذرًا تربيعيًا للعدد z فيكون $w^2 = z$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $(m+ni)^2 = 5+12i \rightarrow m^2 - n^2 + 2mni = 5 + 12i$

$\frac{1}{2}$ $\therefore m^2 - n^2 = 5$ -- (1)

$\frac{1}{2}$ $2mn = 12$ -- (2)

$|w|^2 = |z| \rightarrow (\sqrt{m^2+n^2})^2 = \sqrt{(5)^2+(12)^2}$

$\frac{1}{2}$ $m^2 + n^2 = 13$ -- (3)

بجمع المعادلتين (3) ، (1)

$m^2 - n^2 = 5$

$\frac{1}{2}$ $2m^2 = 18 \rightarrow m^2 = 9 \rightarrow m = \pm 3$

$\frac{1}{2}$ $n^2 = 4 \rightarrow n = \pm 2$

بالتعويض في (1) من المعادلة (2)

$\frac{1}{2}$ $m = 3 , n = 2$

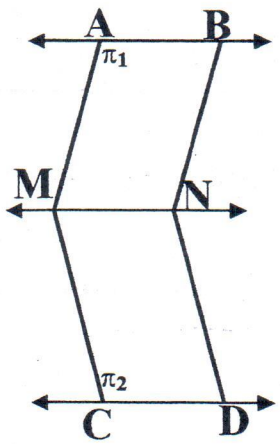
$\frac{1}{2}$ $m = -3 , n = -2$

$\therefore$ الجذران التربيعيان للعدد المركب $5 + 12i$ هما :

$\frac{1}{2}$ $w_1 = 3 + 2i$, $w_2 = -3 - 2i$

الطبعة المصرية لبنان عام الوزارة الفترة الدراسية الرابعة نموذج الاجابة وزارة التربية 2014-2015

(b) في الشكل المقابل ليكن π_1 , π_2 مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{MN}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} // \pi_2$ (5 درجات)



$\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ اثبت $\overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2 , \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1 , \overleftrightarrow{CD} // \pi_1$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\because \overleftrightarrow{AB} // \pi_2 , \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$

$\frac{1}{2}$ $\because \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{MN}$ -- (1) (نظرية)

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\because \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN} , \overleftrightarrow{CD} // \pi_1 , \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{MN}$ -- (2)

1 من (1) ، (2) $\therefore \overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ (نظرية)

يجب مراعاة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

السؤال الثاني :

(a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$, $z_2 = 3 + i$ **فاوجد :** (3 درجات)

(1) $z_2 \cdot z_1$ **(2)** $(\overline{z_2 + z_1})$ **(3)** $(z_2)^{-1}$

(1) $z_2 \cdot z_1 = (3+i)(5-4i)$

$= 15 - 12i + 5i + 4$

$= 19 - 7i$

(2) $z_2 + z_1 = 8 - 3i$

$(\overline{z_2 + z_1}) = 8 + 3i$

(3) $z_2^{-1} = \frac{1}{3+i} \times \frac{3-i}{3-i}$

$= \frac{3-i}{9+1} = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$

(b) حل $\triangle ABC$ **حيث** $\alpha = 26.3^\circ$, $b = 6$ cm , $a = 7$ cm (3 درجات)

$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin B}{b}$

$\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin B}{6}$

$\sin B \approx 0.379$

$\therefore B_1 \approx 22.3^\circ$ أو $B_2 \approx 157.6^\circ$

$\therefore \alpha + B_2 \approx 183.9^\circ > 180^\circ$

$\therefore B_2$ مرفوضه

$\gamma = 180^\circ - (22.3^\circ + 26.3^\circ)$

$= 131.4^\circ$

$\therefore \frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin 131.4}{C}$

$C \approx 11.85$ cm

يحث مراعاة الحلول الأخرى

تابع السؤال الثاني :

نموذج الاجابة

(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3\cos 4x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)

ثم ارسم بيانها

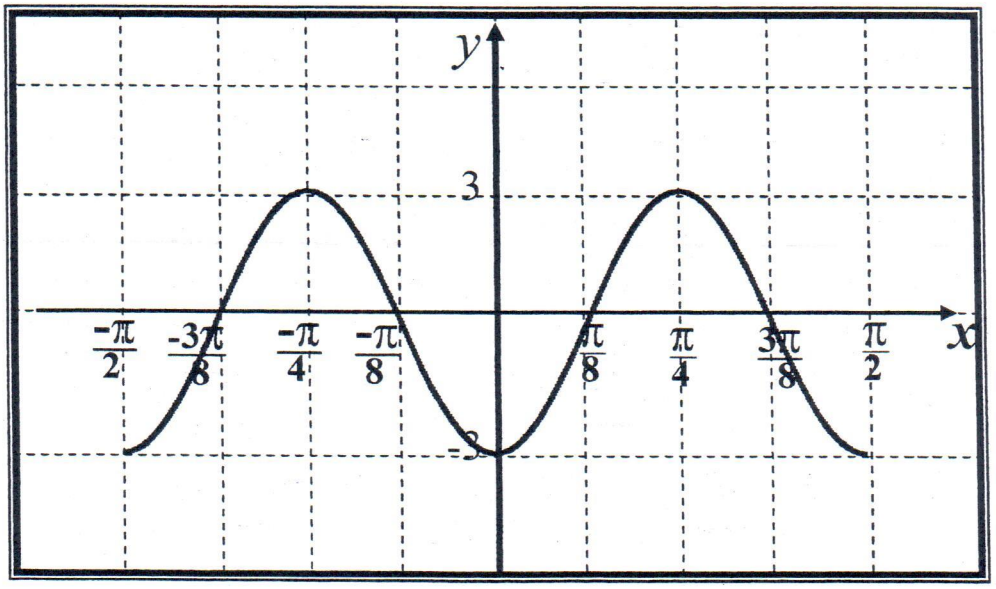
السعة : $|a| = |-3| = 3$ ½

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$ ½

ربع الدورة = $\frac{\pi}{8}$

x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$4x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 4x$	1	0	-1	0	1
$-3\cos 4x$	-3	0	3	0	-3

١



٢

يجب مراعاة الحلول الأخرى

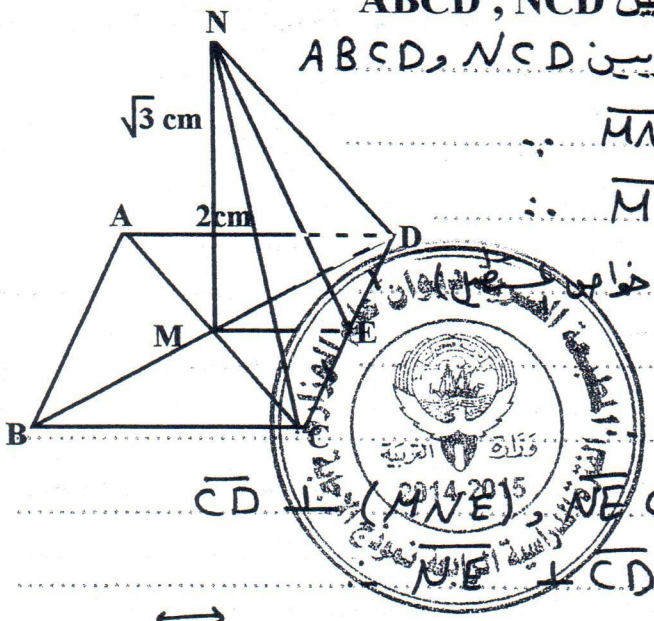
نموذج الاجابة

السؤال الثالث :

(a) ABCD مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه $AD = 2cm$ ، E منصف $\overline{CD}$

أقيم $\overline{NM}$ عموداً على (ABCD) حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}\ cm$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين NCD , ABCD (7 درجات)



$\overline{CD}$ هي الحافة المشتركة بين المستويين NCD و ABCD

$\because \overline{MN} \perp (ABCD)$ ، $\overline{CD} \subset (ABCD)$ ..... $\frac{1}{2}$

$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$ ... (1) ..... $\frac{1}{2}$

في المثلث CDM المتطابق الضلعين (من خواص المستطيل) ..... $\frac{1}{2}$

E منتصف $\overline{CD}$

$\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$ ... (2) ..... $\frac{1}{2}$

من (2) و (1) نجد أن : $\overline{NE} \subset MNE$ ، $\overline{CD} \perp (MNE)$ ..... $\frac{1}{2}$

$\overline{NE} \perp \overline{CD}$ ..... $\frac{1}{2}$

$\therefore M\hat{E}N$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{CD}$ ..... $\frac{1}{2}$

في المثلث BCD

M منتصف $\overline{BD}$ (من خواص المستطيل) ..... $\frac{1}{2}$

E منتصف $\overline{CD}$

$\therefore ME = \frac{1}{2} AD \longrightarrow ME = \frac{1}{2} \times 2 = 1\ cm$ ..... $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

في المثلث MEN القائم الزاوية في M (من خواص المستقيم العمودي مع مستوى) ..... $\frac{1}{2}$

$\tan(M\hat{E}N) = \frac{MN}{ME} = \sqrt{3}$ ..... $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\therefore m(M\hat{E}N) = 60^\circ$ ..... $\frac{1}{2}$

$\therefore$ قياس الزاوية الزوجية بين المستويين NCD , ABCD هو 60°

(b) اثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ (3 درجات)

الطرف الايسر $= \tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$ ..... $\frac{1}{2}$

$= \frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x}$ ..... $1 + \frac{1}{2}$

$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$ ..... $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$=$ الطرف الايمن

يجب مراعاة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

السؤال الرابع :

(a) إذا كان $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ فاوجد : $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ **(5 درجات)**

(1) $\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$ **(2)** $\tan 2\theta$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\theta + (-\frac{3}{5})^2 = 1$

$\frac{1}{2}$ $\sin^2\theta = \frac{16}{25} \rightarrow \sin\theta = \pm\frac{4}{5}$

θ تقع في الربع الثاني $\therefore$

$\frac{1}{2}$ $\therefore \sin\theta = \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = -\frac{4}{3}$

$\frac{1}{2}$ $\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = \sin(-(\frac{\pi}{2} - \theta))$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $= -\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = -\cos\theta = \frac{3}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2(-\frac{4}{3})}{1-\frac{16}{9}}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{24}{7}$

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة : ${}_{2n}C_4 = \frac{1}{2}\ {}_{2n}C_5$ **(5 درجات)**

$1+1$ $\frac{2n!}{(2n-4)!4!} = \frac{1}{2} \times \frac{2n!}{(2n-5)!5!}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{2n!}{(2n-4)!4!} \times \frac{(2n-5)!5!}{2n!} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\frac{(2n-5)! \times 5 \times 4!}{(2n-4)(2n-5)!4!} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\frac{5}{2n-4} = \frac{1}{2} \rightarrow 2n-4 = 10$

$\frac{1}{2}$ $2n = 14 \rightarrow n = 7$

5

يجب مراعاة الحلول الأخرى

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) في المثلث ABC : $BC = 8cm$ ، $AB = 7cm$ ، $AC = 9cm$
فإن مساحة المثلث ABC تساوي $12\sqrt{5}\ cm^2$

(2) إذا كان $0^o < \theta < 90^o$ ، $\cos\theta = \frac{3}{5}$ فإن $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

(3) إذا كان : $\overleftrightarrow{m} // \pi$ ، $\overleftrightarrow{l} // \pi$ فإن $\overleftrightarrow{l} \perp \overleftrightarrow{m}$

ثانيا :في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان : $z = i$ فإن $(z)^{250}$ يساوي :

(a) i (b) $-i$ (c) 1 (d) -1

(5) الدالة التي تمثل تمدداً رأسياً بمعامل 4 وانكماشاً أفقياً بمعامل $\frac{1}{3}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin(x)$ هي الدالة $f(x)$ تساوي

(a) $4\sin(\frac{1}{3}x)$ (b) $\frac{1}{3}\sin(3x)$

(c) $3\sin(4x)$ (d) $4\sin(3x)$

(6) في المثلث ABC : $m(\hat{A}) = 120^{\circ}$ ، $AB = 30$ cm ، $AC = 40$cm فإن طول $\overline{BC}$ يساوي تقريباً :

ⓐ 60.8 cm ⓑ 36 cm

ⓒ 21 cm ⓓ 68 cm

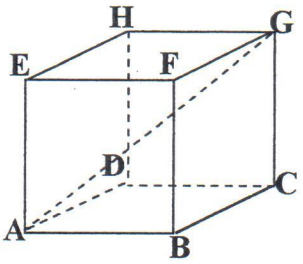
---

(7) المقدار : $\tan x + \dfrac{1}{\tan x}$ متطابق مع المقدار :

ⓐ $\sec x \cos x$ ⓑ $\cos x \sin x$ ⓒ $\sec x \csc x$ ⓓ $\sec x \sin x$

---

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره $\overline{AG}$ يساوي :



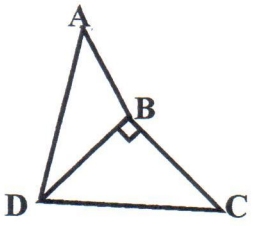
ⓐ $\sqrt{3}$ cm ⓑ 9 cm

ⓒ 18 cm ⓓ $3\sqrt{3}$ cm

---

(9) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B ، فإذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على (DBC)

فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{BD}$ هي :



ⓐ $\hat{DBC}$ ⓑ $\hat{ABC}$

ⓒ $\hat{ABD}$ ⓓ $\hat{ADC}$

---

(10) معامل الحد الثالث من مفكوك $(a - b)^7$ هو :

ⓐ - 21 ⓑ -7 ⓒ 7 ⓓ 21

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	**a**	b	c	d
(2)	a	**b**	c	d
(3)	a	**b**	c	d
(4)	a	b	c	**d**
(5)	a	b	c	**d**
(6)	**a**	b	c	d
(7)	a	b	**c**	d
(8)	a	b	c	**d**
(9)	a	**b**	c	d
(10)	a	b	c	**d**

10

لكل بند درجة واحدة فقط