السؤال الأول :

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = 5 + 12\,i$

(b) حل ΔABC الذي فيه : $a = 6\ cm\ , b = 8\ cm\ , \alpha = 35°$

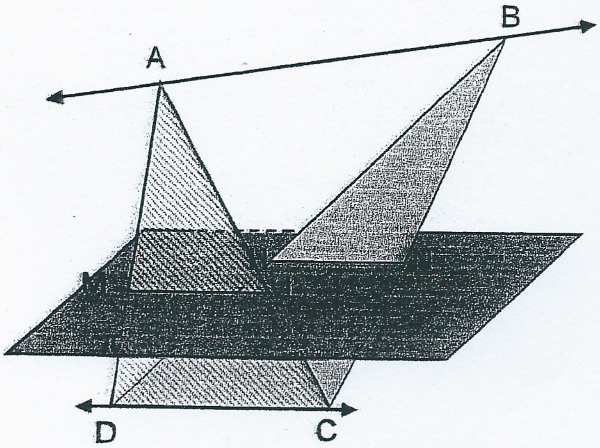
السؤال الثاني :

(a) صف العلاقة بين التمثيل البياني لكل من الدالتين:

$$y_1 = 2\sin x\ ,\quad y_2 = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) + 4$$

(b) حل المعادلة : $2\cos\theta\sin\theta + \sin\theta = 0$

السؤال الثالث :



(a) في الشكل المقابل إذا كان $\overleftrightarrow{CD}$ ، $\overleftrightarrow{AB}$ متخالفان ،

$\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$ ، $\overleftrightarrow{AD}$ يقطع π في M ،

$\overleftrightarrow{AC}$ تقطع π في L ، $\overleftrightarrow{BD}$ يقطع π في H ،

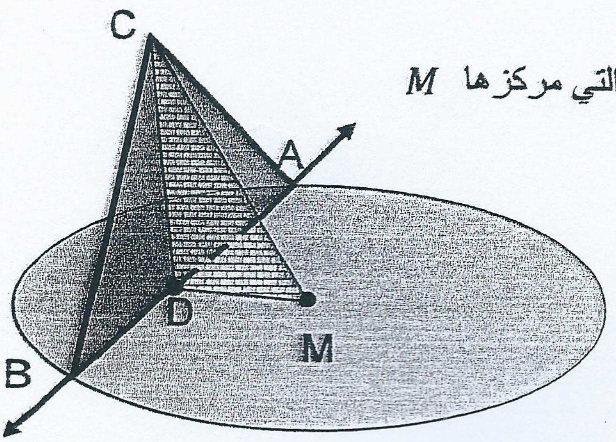
$\overleftrightarrow{BC}$ يقطع π في L .

أثبت أن: $\overleftrightarrow{LM} \parallel \overleftrightarrow{NH}$

(b) إذا كان : $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, $\cos\beta = \frac{-12}{13}$

أوجد : (3) $\cos\frac{\beta}{2}$ (2) $\sin 2\alpha$ (1) $\cos(\alpha + \beta)$

السؤال الرابع :



(a) في الشكل المقابل C نقطة خارج مستوي الدائرة التي مركزها M

، D منتصف $\overline{AB}$ ، ABC مثلث فيه $CA = CB$

إذا كان $MC = \sqrt{50}\ cm\ , DM = DC = 5cm$

أثبت أن (أ) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{MC}$

(ب) مستوي الدائرة $\perp$ (ABC)

(b) في مفكوك : $(3x^2 - y)^{10}$ أوجد : T_9

البنود الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت الإجابة خاطئة

(1) الإحداثيات الديكارتية للنقطة $A(4,\frac{7\pi}{6})$ هي $A(-2\sqrt{3},2)$

(2) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $9cm\ ,7cm\ ,5cm$ هي $15\ cm^2$

(3) عدد طرق جلوس 4 أشخاص علي 4 مقاعد في صف هو !4

لكل بند فيما يلي أربع خيارات إحداها فقط صحيحة ظلل الرمز الدال على الاجابة الصحيحة

(4) حل المعادلة : $(3-4i)z = 5-2i$ هو

$a)\ \frac{5}{3}+\frac{1}{2}i$ $\quad c)\ \frac{5}{3}-\frac{1}{2}i$

$b)\ \frac{23}{25}+\frac{14}{25}i$ $\quad d)\ \frac{23}{25}-\frac{14}{25}i$

(5) مثلث قياسات زواياه $70^\circ, 60^\circ, 50^\circ$ وطول أصغر ضلع فيه هو $9\ cm$ فإن طول أكبر ضلع هو

$a)\ 11\ cm$ $\quad c)\ 11.5\ cm$

$b)\ 12\ cm$ $\quad d)\ 12.5\ cm$

(6) عند رمي حجر نرد فإن احتمال ظهور عدد زوجي أو عدد أولي هو

$a)\ \frac{2}{3}$ $\quad c)\ \frac{5}{6}$

$b)\ \frac{1}{2}$ $\quad d)\ 1$

(7) الدالة $f(x) = \sqrt{sec^2-1}$ في الصورة المبسطة

$a)\ \tan x$ $\quad c)\ -\tan x$

$b)\ \cot x$ $\quad d)\ |\tan x|$

(8) منشور قائم خماسي القاعدة يعين

a) 5 مستويات $\quad$ c) 6 مستويات

b) 7 مستويات $\quad$ d) 8 مستويات

(9)حلول المعادلة $2sin^2x + 3\sin x + 1 = 0$ في الفترة $[0,2\pi]$ هي :

$a)\ \frac{-\pi}{6},\frac{7\pi}{6},\frac{3\pi}{2}$ $\quad c)\ \frac{4\pi}{3},\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{3}$

$b)\ \frac{3\pi}{2},\frac{11\pi}{6}$ $\quad d)\ \frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6},\frac{3\pi}{2}$

(10)إذا كان: $\overleftrightarrow{l}\perp\pi_1\ ,\ \overleftrightarrow{l}\subseteq\pi_2$

$a)\ \pi_1 \parallel \pi_2$ $\quad c)\ \pi_1\cap\pi_2 = \overleftrightarrow{l}$

$b)\ \pi_1 \perp \pi_2$ $\quad d)\ \pi_1 = \pi_2$

إجابة نموذج (٢)

السؤال الأول : ⓐ لتكن $w = m + ni$ جذراً تربيعياً للعدد Z

$\therefore \; w^2 = Z$

$\therefore \; (m + ni)^2 = 5 + 12i$

$\therefore \; m^2 - n^2 + 2mni = 5 + 12i$

$\therefore \; m^2 - n^2 = 5 \longrightarrow ①$

$2mn = 12 \longrightarrow ②$

نضيف المعادلة

$|w|^2 = |Z|$

$\left(\sqrt{m^2 + n^2}\right)^2 = \sqrt{5^2 + 12^2}$

$\therefore \; m^2 + n^2 = 13 \longrightarrow ③$

من ① ، ③

$2m^2 = 18$

$m^2 = 9 \quad \therefore \; m = \pm 3$

$m = -3$ أو $m = 3$ اما

بالتعويض في ②

$2(-3)\,n = 12$

$n = \frac{12}{-6}$

$n = -2$

$\therefore \; w_1 = -3 - 2i$

بالتعويض في ②

$2(3)\,n = 12$

$n = \frac{12}{6}$

$n = 2$

$w_2 = 3 + 2i$

$\therefore$ الجذران التربيعيان هما $w_1 = -3 - 2i$ ، $w_2 = 3 + 2i$

السؤال الأول : (b)

من قانون الجيب

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$\frac{\sin 35}{6} = \frac{\sin\beta}{8} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

$$\therefore \frac{\sin 35^\circ}{6} = \frac{\sin\beta}{8} \Rightarrow \sin\beta \simeq 0.7648$$

إما $\beta = 49.9^\circ$ أو $\beta = 130.1^\circ$

$$\alpha + \beta = 35^\circ + 49.9^\circ = 84.9 < 180$$

$$\therefore \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$
$$= 180 - 84.9^\circ = 95.1^\circ$$

$$\therefore \frac{\sin 35^\circ}{6} = \frac{\sin 95.1}{c}$$

$$c = \frac{6 \times \sin 95.1^\circ}{\sin 35^\circ}$$

$$c \simeq 10.4 \text{ cm}$$

$$\alpha + \beta = 35^\circ + 130.1^\circ = 165.1^\circ < 180$$

$$\gamma = 180 - 165.1^\circ = 14.9^\circ$$

$$\frac{\sin 35^\circ}{6} = \frac{\sin 14.9^\circ}{c}$$

$$c = \frac{6 \times \sin 14.9}{\sin 35^\circ}$$

$$c \simeq 2.7 \text{ cm}$$

السؤال الثاني : (a)

$y_1 = 2\sin x$ ، $y_2 = 2\sin(3x - \frac{\pi}{2}) + 4$

$$y_2 = 2\sin\left(3\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right) + 4$$

علينا الحصول على y_2 من y_1 بـ :

(1) $|k| = 3 = |b|$ ، انكماش أفقي معامل $\frac{1}{|b|} = \frac{1}{3}$

(2) إزاحة أفقية لليمين مقدارها $\frac{\pi}{6}$ وحدة

(3) إزاحة رأسية للأعلى مقدارها 4 وحدات.

السؤال الثاني (b)

$$2\cos\theta\sin\theta + \sin\theta = 0$$

$$\sin\theta(2\cos\theta + 1) = 0$$

إما

$2\cos\theta + 1 = 0$

$\cos\theta = -\frac{1}{2}$

(1) نفرض أن زاوية الإسناد للزاوية θ هي α

∴ $\cos\alpha = |\cos\theta| = \frac{1}{2}$

$\alpha = \frac{\pi}{3}$

(2) ∵ $\cos\theta < 0$

(3) ∴ θ تقع في الربع الثاني أو الثالث

إما الثاني

$\theta = (\pi - \alpha) + 2k\pi$

$\theta = (\pi - \frac{\pi}{3}) + 2k\pi$

$\theta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

أو الثالث

$\theta = (\pi + \alpha) + 2k\pi$

$\theta = (\pi + \frac{\pi}{3}) + 2k\pi$

$\theta = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

$k \in \mathbb{Z}$

أو

$\sin\theta = 0$

θ زاوية ربعية

∴ إما $\theta = 0 + 2k\pi$ أو $\theta = \pi + 2k\pi$

$k \in \mathbb{Z}$

∴ حل المعادلة

إما $\theta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ أو $\theta = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$

أو $\theta = 2k\pi$ أو $\theta = \pi + 2k\pi$

السؤال الثالث (2)

المعطيات : $\overleftrightarrow{CD} \parallel \pi$

المطلوب : اثبت أن $\overline{LM} \parallel \overline{NH}$

البرهان :

$A \notin \overleftrightarrow{DC}$ ∴ يعيناه مستوى (ADC) ∵

$B \notin \overleftrightarrow{DC}$ ∴ يعيناه مستوى (BDC)

∵ $\overline{DC} \parallel \pi$, $\overline{DC} \subseteq (ADC)$, $\pi \cap (ADC) = \overleftrightarrow{ML}$

∴ $\overline{DC} \parallel \overline{ML}$ $\longrightarrow$ ① نظرية ②

وبالمثل ∵ $\overline{DC} \parallel \pi$, $\overline{DC} \subseteq (BDC)$, $\pi \cap (BDC) = \overline{HN}$

∴ $\overline{DC} \parallel \overline{HN}$ $\longrightarrow$ ② نظرية ②

من ① ، ②

∴ $\overline{LM} \parallel \overline{NH}$ نظرية ③

وهو المطلوب

السؤال الثالث (b)

$\because \sin\alpha = \frac{3}{5}$

من متطابقة فيثاغورث

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\therefore \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$

$= 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$

$\because$ α في الربع الأول

$\therefore \cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\because \cos\beta = \frac{-12}{13}$

$\cos^2\beta + \sin^2\beta = 1$

$\therefore \sin^2\beta = 1 - \cos^2\beta$

$= 1 - \left(\frac{-12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169}$

$\because$ β في الربع الثالث

$\therefore \sin\beta = -\frac{5}{13}$

① $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$= \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{-12}{13}\right) - \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{-5}{13}\right) = \frac{-33}{65}$

② $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$= 2\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}$

③ $\cos\frac{\beta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\beta}{2}} = \pm\sqrt{\frac{1+\left(\frac{-12}{13}\right)}{2}}$

$\because$ β في الربع الثالث

$\therefore$ $\frac{\beta}{2}$ في الربع الثاني

$\therefore \cos\frac{\beta}{2} = -\sqrt{\frac{1+\left(\frac{-12}{13}\right)}{2}} = \frac{\sqrt{26}}{26}$

السؤال الرابع (2) :

المعطيات : (1) D منتصف $\overline{AB}$

(2) $CA = CB$

المطلوب : (1) اثبت أن $\overline{AB} \perp \overline{MC}$

(2) مستوى اللاشوع $\perp$ (ABC)

البرهان :

$\because CA = CB$ (معطى)

$\therefore$ المثلث CBA متطابق الضلعين

، D منتصف $\overline{AB}$

$\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB} \rightarrow$ (1)

في الدائرة

$\because$ M مركز الدائرة

، D منتصف الوتر $\overline{AB}$

$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB} \rightarrow$ (2)

من (1) ، (2)

$\overline{AB}$ عمودي ع كلاً من $\overline{MD}$ ، $\overline{CD}$

المتقاطعين في D

$\therefore \overline{AB} \perp (CDM)$ نظرية (5)

$\therefore \overline{MC} \perp \overline{AB}$ # المطلوب الأول ،

في المثلث CDM

$(MC)^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$

$(CD)^2 + (DM)^2 = 5^2 + 5^2 = 50$

$\therefore (MC)^2 = (CD)^2 + (DM)^2$

$\therefore$ المثلث CDM قائم في $\hat{D}$

$\therefore \overline{CD} \perp \overline{DM} \rightarrow$ (3)

من (1) ، (3)

$\therefore \overline{CD}$ عمودي على كلاً من

$\overline{AB}$ ، $\overline{DM}$ المتقاطعين في D

$\therefore \overline{CD} \perp$ مستوى الدائرة

، $\because \overline{CD} \subseteq (ABC)$

$\therefore (ABC) \perp$ مستوى الدائرة

نظرية (10)

وهو المطلوب

السؤال الرابع (b)

$\therefore T_{r+1} = {}^{n}C_{r}\, x^{n-r}\, y^{r}$

$n = 10$

$r = 8$

$\therefore T_9 = {}^{10}C_8\, (3x^2)^2\, (-y)^8$

$= 45 \times 3^2 \times x^4\, y^8$

$T_9 = 405\, x^4 y^8$

البنود الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت الإجابة خاطئة

(1) الإحداثيات الديكارتية للنقطة $A(4,\frac{7\pi}{6})$ هي $A(-2\sqrt{3},2)$ (a)

(2) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه $9cm\,,7cm\,,5cm$ هي $15\,cm^2$ (a)

(3) عدد طرق جلوس 4 أشخاص علي 4 مقاعد في صف هو $4!$ (b)

لكل بند فيما يلي أربع خيارات إحداها فقط صحيحة ظلل الرمز الدال على الاجابة الصحيحة

(4) حل المعادلة : $(3-4i)z = 5-2i$ هو

a) $\frac{5}{3}+\frac{1}{2}i$

b) $\frac{23}{25}+\frac{14}{25}i$

c) $\frac{5}{3}-\frac{1}{2}i$

d) $\frac{23}{25}-\frac{14}{25}i$

(5) مثلث قياسات زواياه $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ$ وطول أصغر ضلع فيه هو $9\ cm$ فإن طول أكبر ضلع هو

a) $11\ cm$

b) $12\ cm$

c) $11.5\ cm$

d) $12.5\ cm$

(6) عند رمي حجر نرد فإن احتمال ظهور عدد زوجي أو عدد أولي هو

a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{5}{6}$

d) 1

(7) الدالة $f(x) = \sqrt{sec^2-1}$ في الصورة المبسطة

a) $\tan x$

b) $\cot x$

c) $-\tan x$

d) $|\tan x|$

(8) منشور قائم خماسي القاعدة يعين

a) 5 مستويات

b) 7 مستويات

c) 6 مستويات

d) 8 مستويات

(9)حلول المعادلة $2sin^2x + 3\sin x + 1 = 0$ في الفترة $[0,2\pi]$ هي :

a) $\frac{-\pi}{6},\frac{7\pi}{6},\frac{3\pi}{2}$

b) $\frac{3\pi}{2},\frac{11\pi}{6}$

c) $\frac{4\pi}{3},\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{3}$

d) $\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6},\frac{3\pi}{2}$

(10)إذا كان: $\overleftrightarrow{l}\perp\pi_1$, $\overleftrightarrow{l}\subseteq\pi_2$

a) $\pi_1 /\!/ \pi_2$

b) $\pi_1 \perp \pi_2$

c) $\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{l}$

d) $\pi_1 = \pi_2$